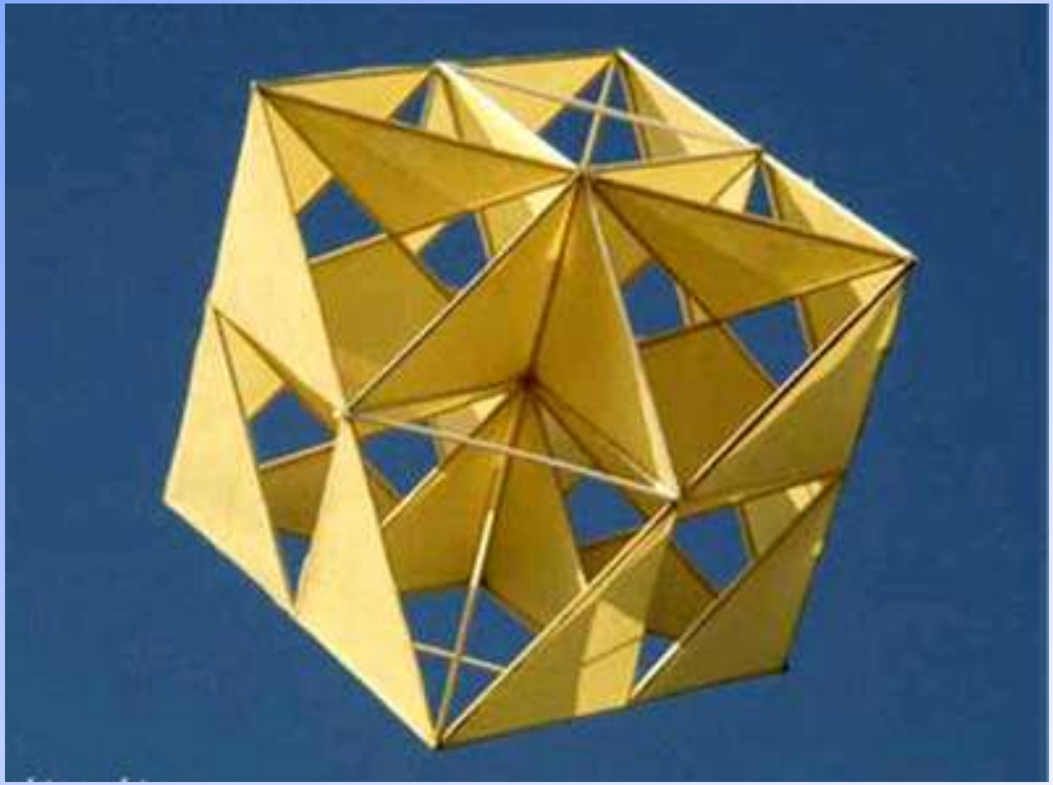
Anish Kapoor _ Bilbao

La geometria e…
"il mondo"



José Maria Yturralde

Prof, a cosa serve?
La matematica della scuola vs la matematica della vita

M. Dedò, Milano, 30-03-2012

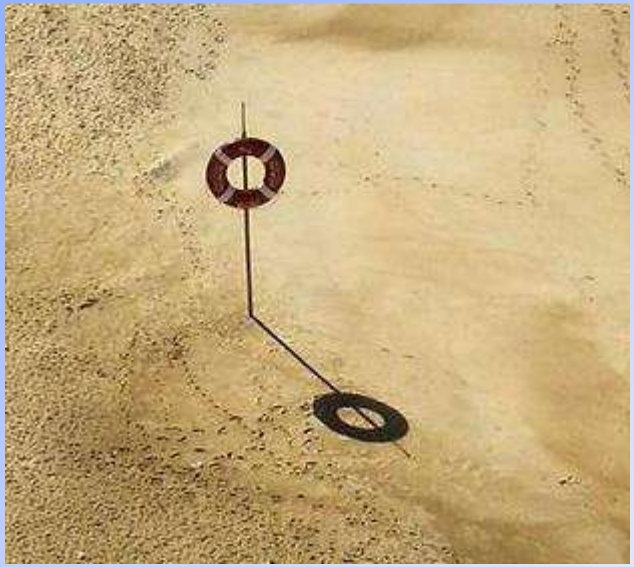
matematita
Centro interuniversitario di ricerca per la comunicazione e l'apprendimento informale della matematica

Storia:

- l’altezza di una piramide
- le misure dei campi
- i nodi 3-4-5 per fare gli angoli retti
- …

Etimologia:

γεω = terra + μετρία = misura



Tutto molto vecchio e ben noto.

Però…

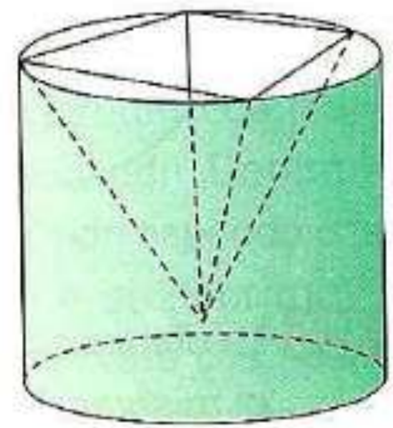
diciamolo ai ragazzi, che non lo sanno
o, meglio ancora, facciamoglielo fare!

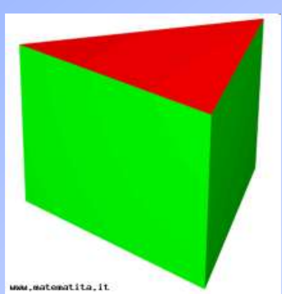
Ottima cosa usare situazioni di vita quotidiana per contestualizzare un problema di geometria.

Però… non questi portaombrelli e non queste pentole!!!

310 Un portaombrelli a forma di **cilindro** ha una cavità a forma di **piramide quadrangolare regolare**, con la base inscritta nel cerchio di base del cilindro. Calcola la misura dell'altezza della cavità, considerando che il volume della piramide è $\frac{1}{5}$ del volume del cilindro, che ha raggio ed altezza rispettivamente di 28 cm e 78 cm.

[R. 73,47 cm]



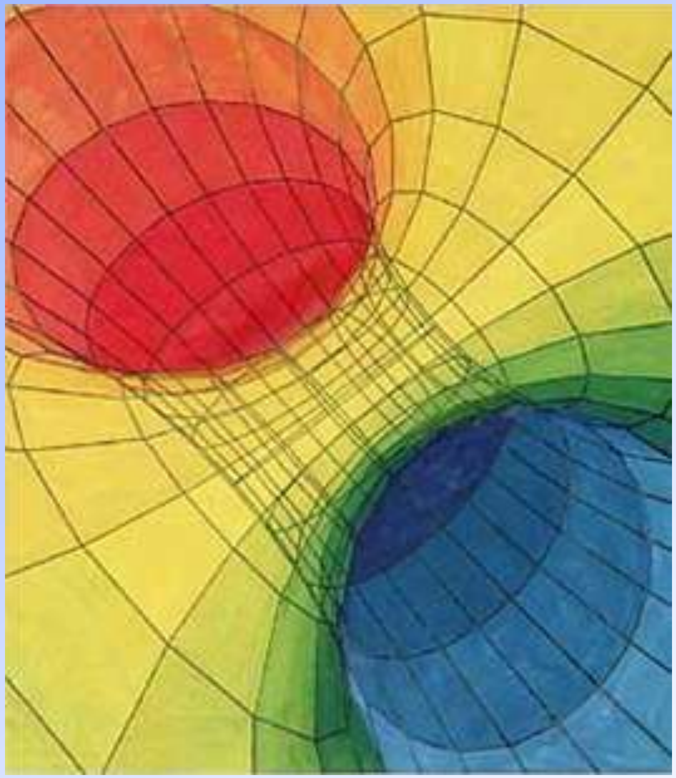


Una pentola ha la forma di un prisma retto che ha per base un triangolo equilatero; il lato del triangolo è uguale all'altezza del prisma ed è uguale a un metro. Calcolare…

… si potrebbe far calcolare quante persone (robuste!) sono necessarie per sollevare una simile pentola piena d'acqua!

matematita
Centro interuniversitario di ricerca per la comunicazione e l'apprendimento informale della matematica

Alcune “deformazioni” (non quelle come i portaombrelli e le pentole…!) possono provenire dalla legittima esigenza di “semplificare”.
È vero che i problemi “applicati” sono spesso molto più complessi di ciò che si può proporre.



Però:

- la semplificazione non può arrivare al punto di snaturare il problema!
- i problemi che si possono leggere “nel mondo” non sono necessariamente i problemi di matematica applicata.

Invece…

Una scuola media di Pontassieve ospita la mostra *Simmetria, giochi di specchi*.

Il nostro ufficio tecnico richiede una piantina del locale che verrà utilizzato.

L’insegnante coglie l’occasione per chiedere ai ragazzi di realizzare e mandarci questa piantina.

matematita
Centro interuniversitario
di ricerca per la comunicazione
e l’apprendimento informale
della matematica

Invece…

nostra!!

La nostra geometria
Siamo gli alunni della classe 2ª liceo linguistico dell'Istituto Rosetum di Besozzo (VA).
Quest'anno abbiamo affrontato l'argomento "isometrie"…
…
Questa esperienza ci ha dato la possibilità di imparare divertendoci.

Prof… ma questo è anche meglio della playstation!

matematita
Centro interuniversitario di ricerca per la comunicazione e l'apprendimento informale della matematica

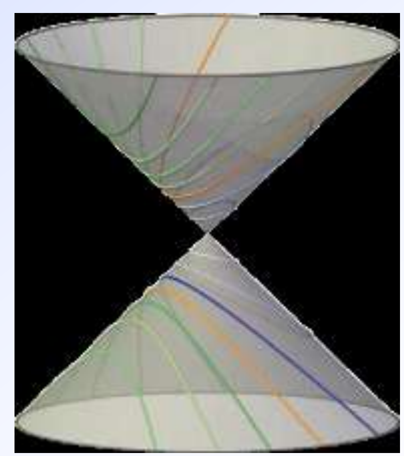
Ci sono (almeno) due modi diversi di rapportarsi al “mondo”:

All’inizio di un percorso.
Il “mondo” come fonte di spunti e osservazioni per incuriosire i ragazzi e disporli all’apprendimento di un dato concetto.

Alla fine di un percorso.
Il “mondo” come terreno di valutazione per capire se i ragazzi hanno davvero assimilato i concetti introdotti e li sanno usare (le competenze!) o se questi sono rimasti vuoti di significato.

Sia all'inizio, che alla fine, che in mezzo:
il "mondo" si presta a
"raccontare una storia".

E si ricordano **molto** di più i concetti inseriti in un racconto.



matematita
Centro interuniversitario
di ricerca per la comunicazione
e l'apprendimento informale
della matematica

Irwin Kra *(Math) Teachers are the Key*
Notices AMS, vol. 59, n.4, aprile 2012

*… The truth is that **different sets of math skills are useful for different careers**, and our math education should be changed to reflect this fact.”*

*… No one knows what the future will demand of our scientists and mechanics. It makes sense to **expose everyone to as vast a mathematical landscape as possible**…*

*… always keep in mind that **good teachers are the key**. To put good math teachers in the classroom, **society must expect more from them, must pay them more, and must give them the support and respect they deserve**.*

Una carrellata di esempi:

- le **ombre**: argomenti gestibili a più livelli

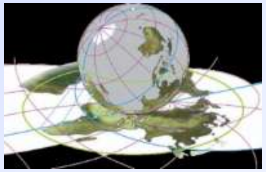
- **poliedri** e Eulero: dimostrare cose “strane”

- **similitudine**: problemi “veri” ma “facili”

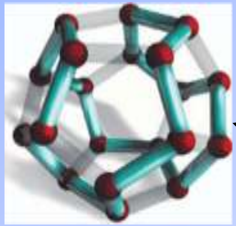
- **impacchettamenti**: un problema “difficile”

- classificazione delle **superfici**: visualizzazione

- il **punto**: i fondamenti



- **carte geografiche**: proiezioni e colorazioni
- **grafi**: modellizzare un problema



- **tassellazioni**: si prestano a porre problemi
- **simmetria**: coinvolgente + profonda

matematita
Centro interuniversitario
di ricerca per la comunicazione
e l'apprendimento informale
della matematica

Un esempio: le ombre

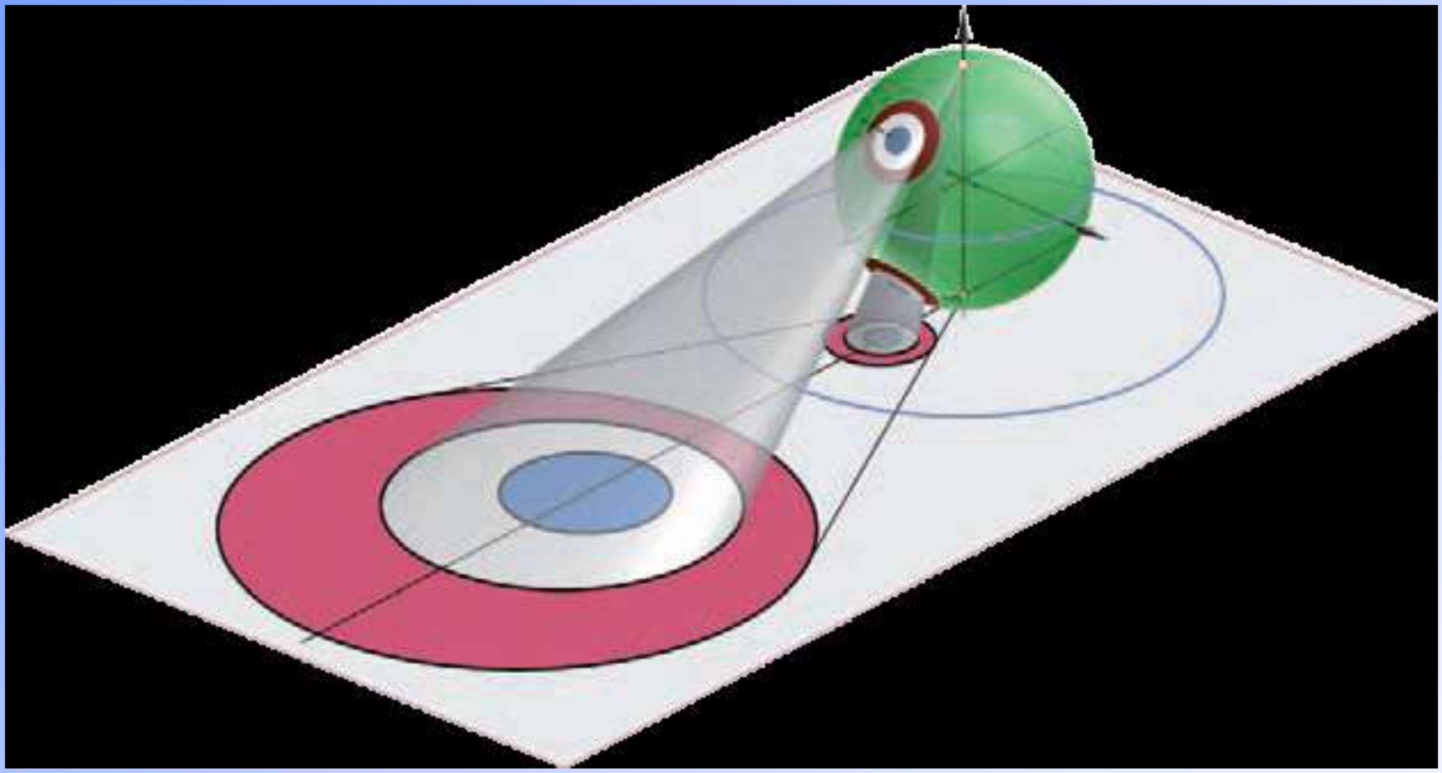
Sono l'ombra di cosa?

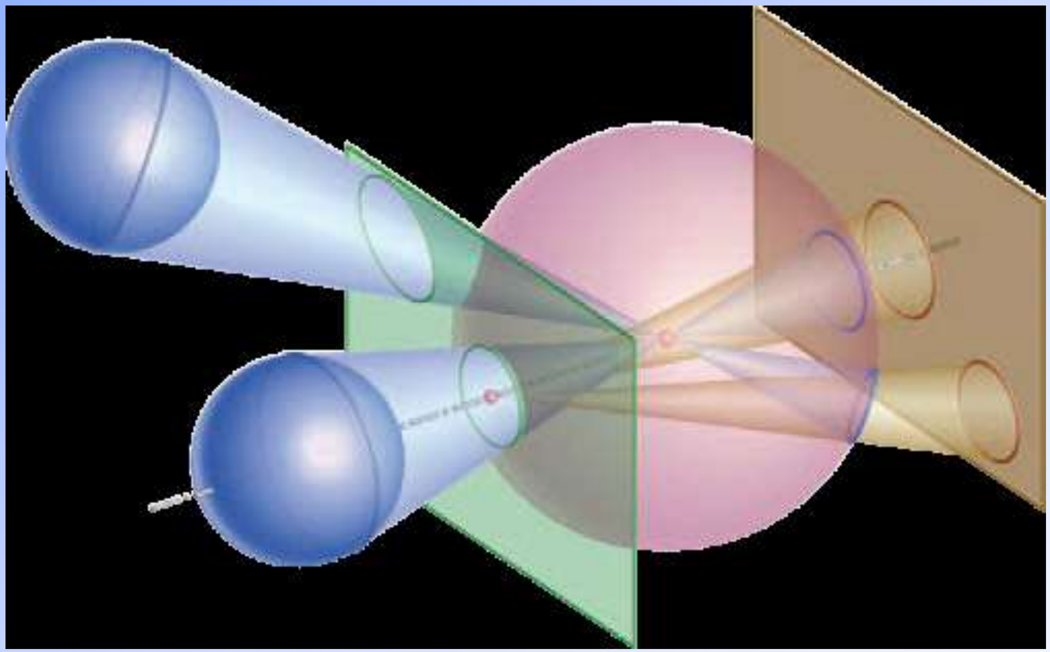
È un bell'esempio perché (come sempre accade quando dietro "c'è sostanza") può essere gestito **a livelli diversi**.

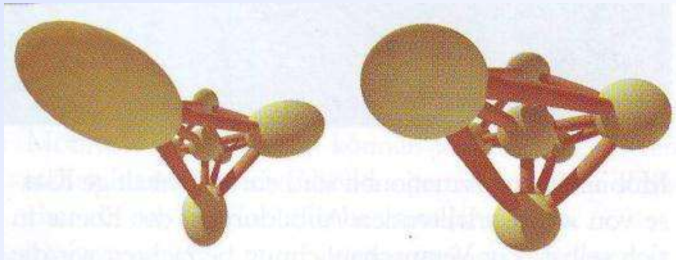
matematita
Centro interuniversitario di ricerca per la comunicazione e l'apprendimento informale della matematica

Si può solo osservare e incuriosire (e non è inutile!!); … oppure si può entrare nel merito e cominciare a studiare (per esempio) le coniche. Oppure… tante vie di mezzo.

E volendo si può andare oltre…

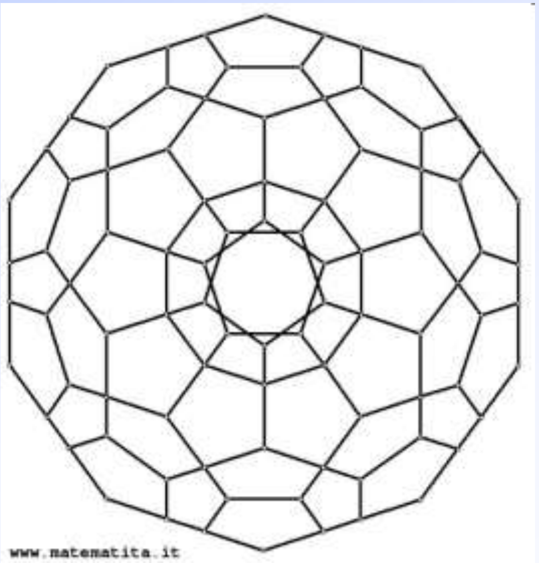






matematita
Centro interuniversitario di ricerca per la comunicazione e l'apprendimento informale della matematica

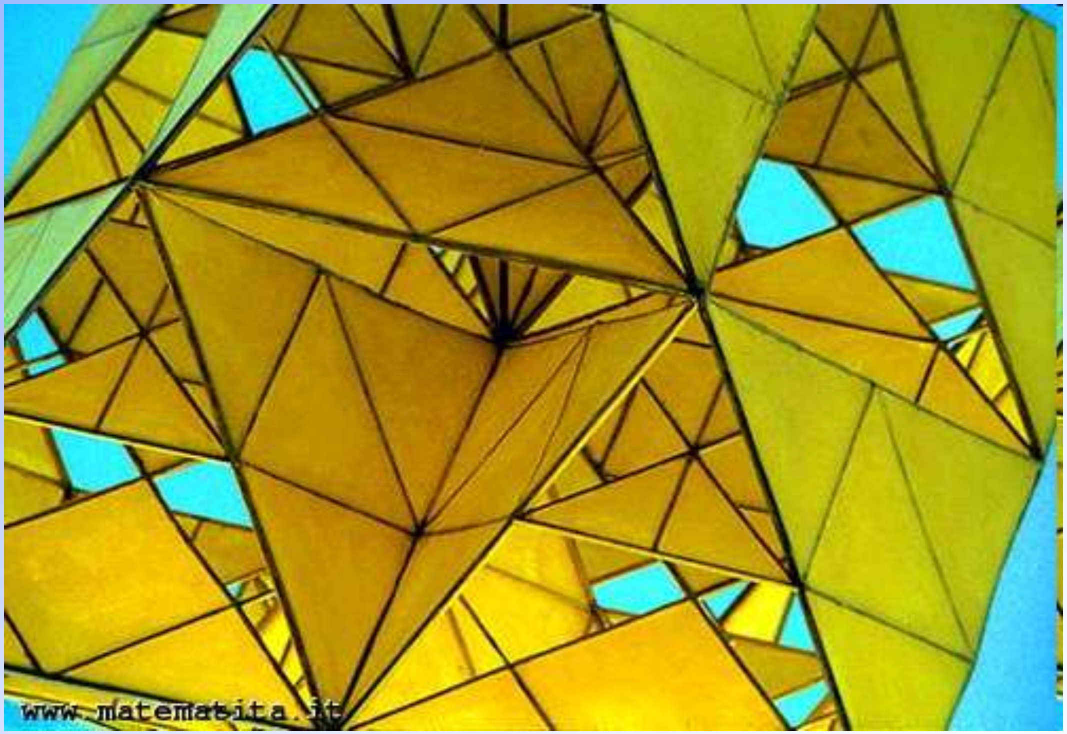
… e anche molto oltre…!



NB
E il fatto che **si possa** andare oltre dà sostanza anche se poi oltre non si va!

matematita
Centro interuniversitario di ricerca per la comunicazione e l'apprendimento informale della matematica

Un altro esempio:
i poliedri come occasione per passare dalla geometria “rigida” alla geometria “molle”… la relazione di Eulero



… non solo per “contare”: sono tante le conseguenze “curiose” e significative della relazione di Eulero che si prestano a piccole dimostrazioni

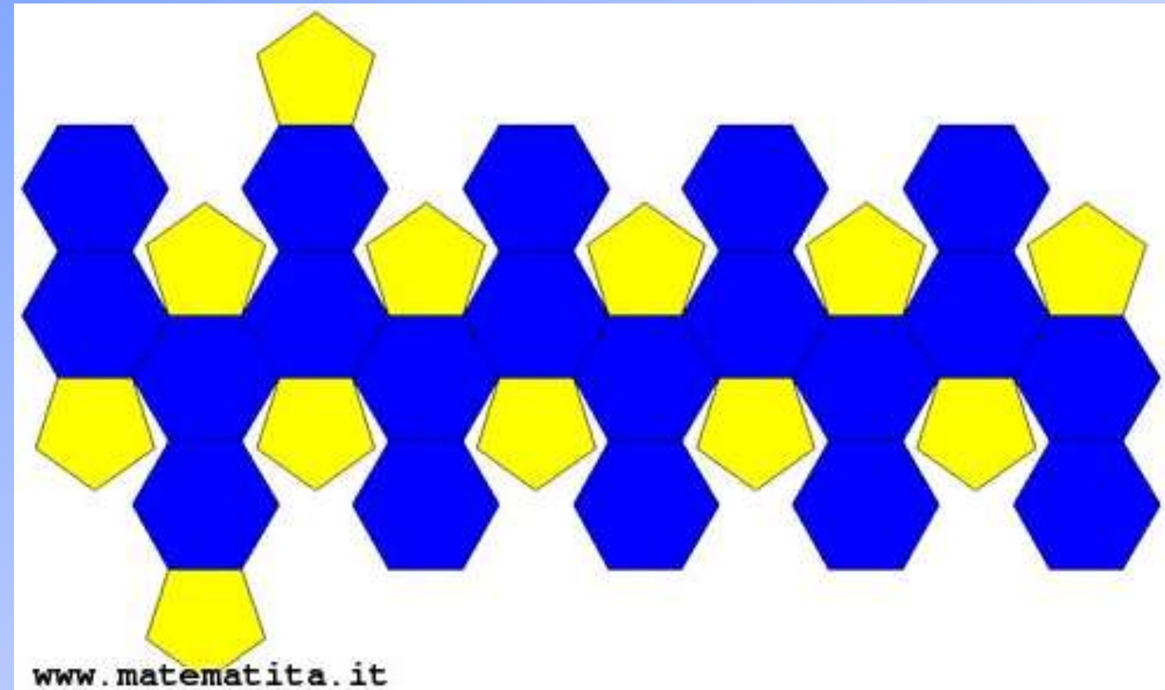
matematita
Centro interuniversitario di ricerca per la comunicazione e l'apprendimento informale della matematica

In una triangolazione della sfera in cui ogni vertice sia di valenza o 5 oppure 6, ci sono sempre **dodici** vertici di valenza 5.

matematita
Centro interuniversitario
di ricerca per la comunicazione
e l'apprendimento informale
della matematica

In un poliedro formato da pentagoni ed esagoni tale che ogni vertice abbia valenza 3, i pentagoni sono sempre **dodici.**

matematita
Centro interuniversitario di ricerca per la comunicazione e l'apprendimento informale della matematica



Dimostrare che i pentagoni sono 12, usando soltanto la relazione di Eulero: **V-S+F=2**

$2S = 3V$

$P + E = F$

$6P+6E = 6F$

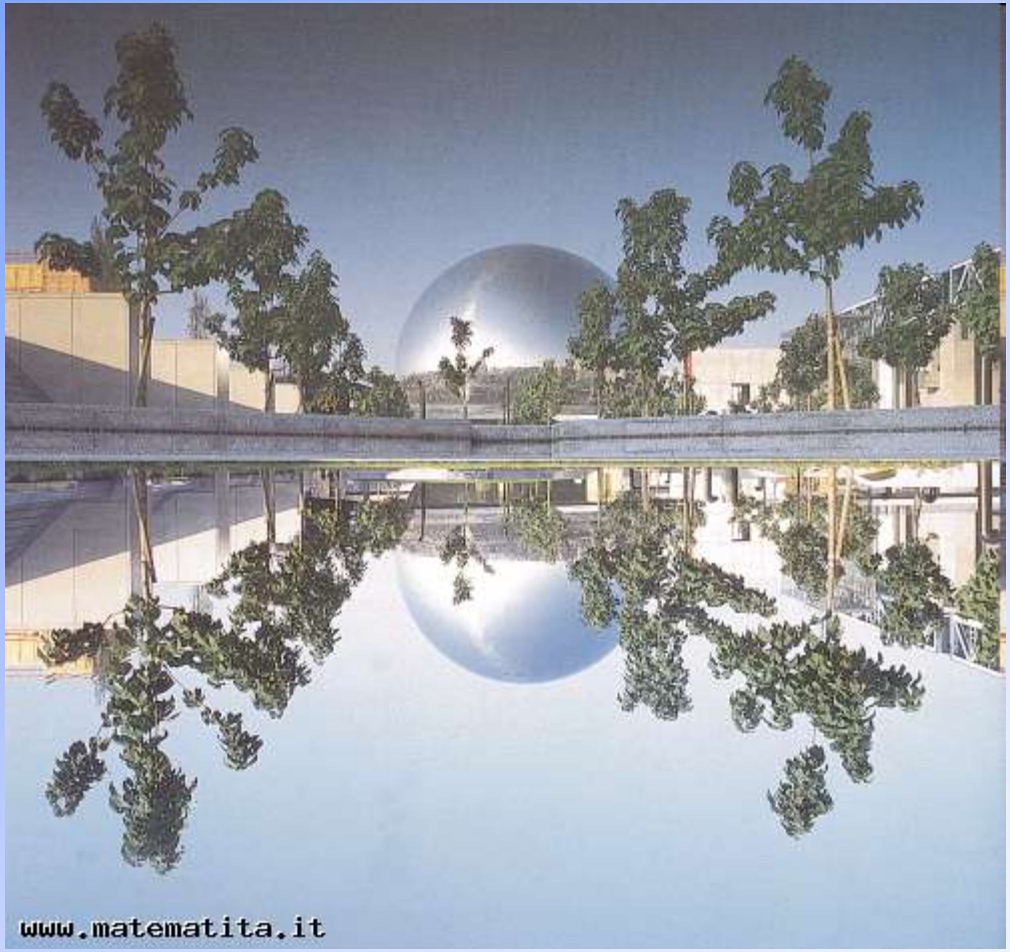
$6F = 12+6S-6V$

$5P+6E = 2S$

$6P+6E = 12+2S$

$P = 12$

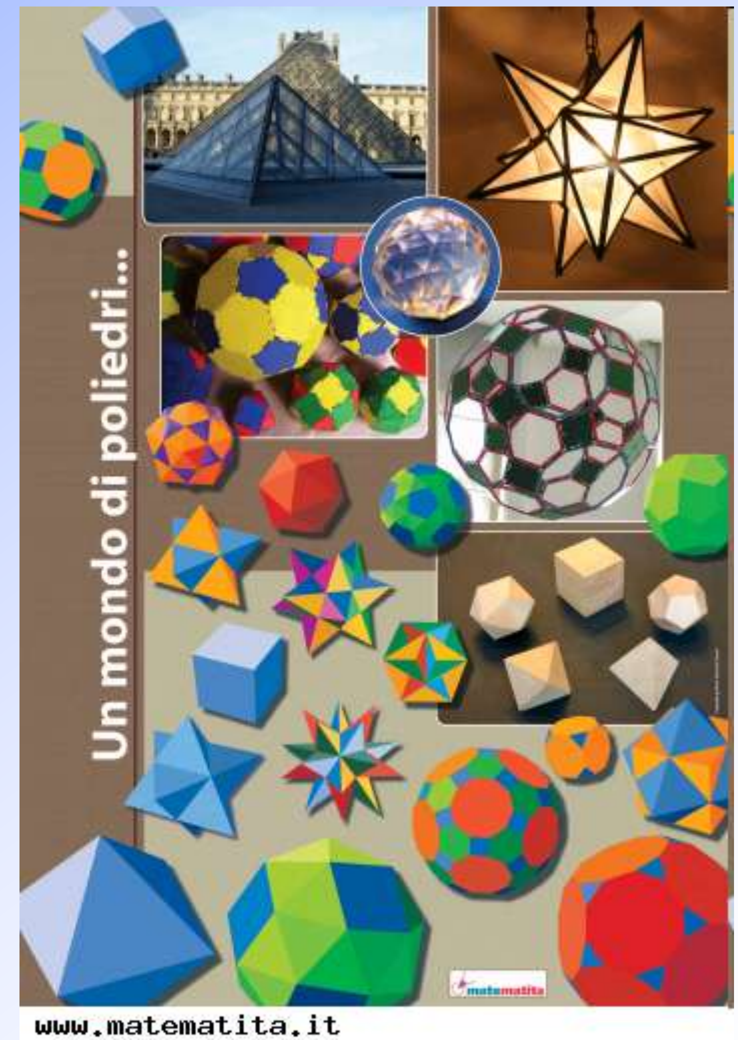
È molto diverso dimostrare una cosa di questo tipo rispetto a dimostrare che gli angoli alla base di un triangolo isoscele sono uguali fra loro!



Una dimostrazione **non serve assolutamente a nulla**, se non si è prima creata **l'esigenza** che qualcosa **debba** essere dimostrato!

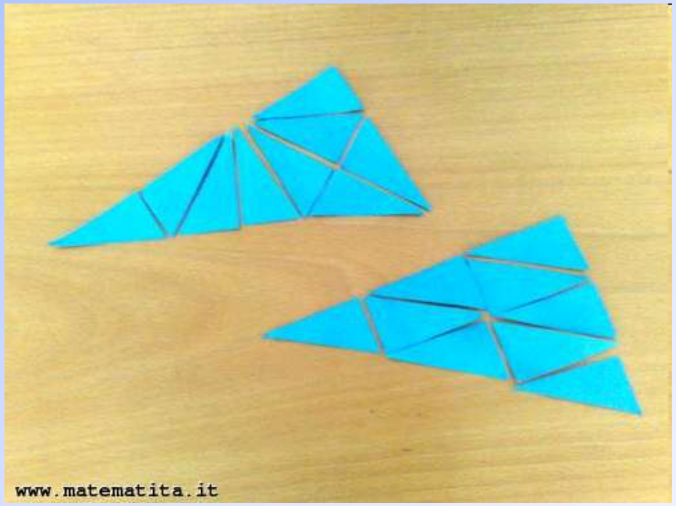
E ci sono tante altre affermazioni “strane” sui poliedri che si dimostrano in maniera semplice partendo dalla relazione di Eulero:

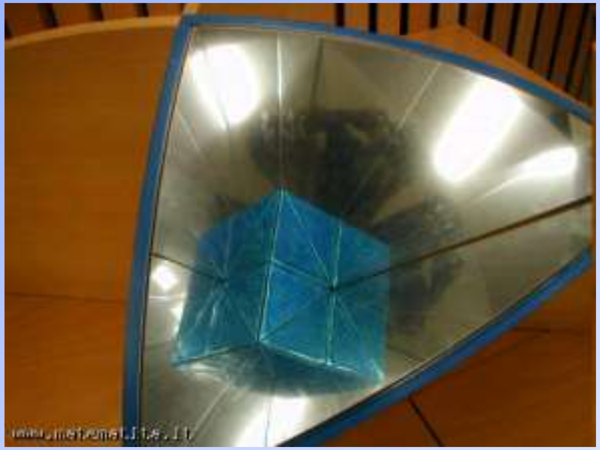
- non esiste un poliedro con 7 spigoli;
- non è possibile che in un poliedro ogni faccia abbia un numero pari di lati e insieme ogni vertice abbia valenza pari;
- in ogni poliedro o c’è una faccia triangolare oppure c’è un vertice di valenza 3;
- …



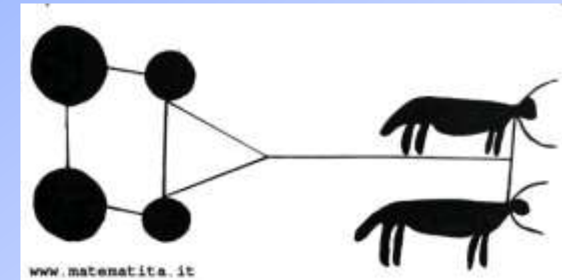
matematita
Centro interuniversitario di ricerca per la comunicazione e l'apprendimento informale della matematica

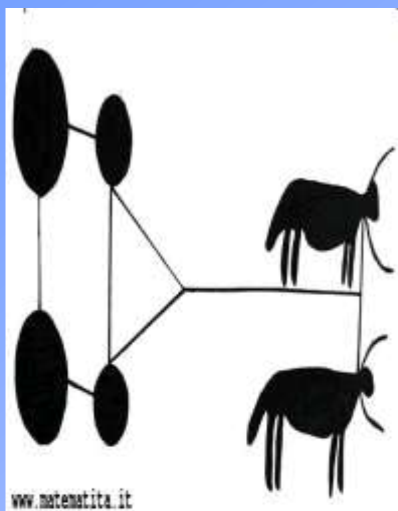
Un altro esempio:
la similitudine non sono
solo i triangoli simili!

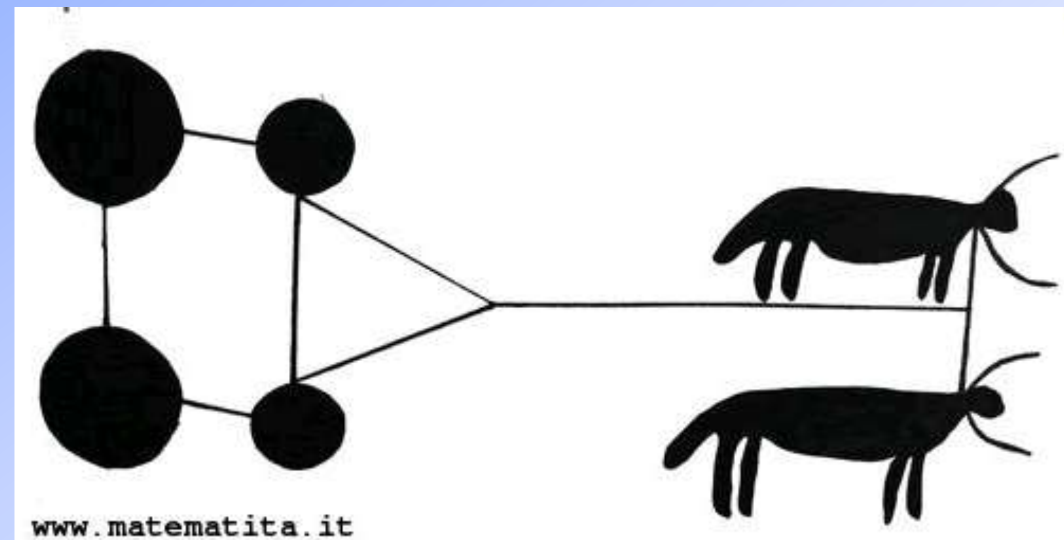




Nei nostri laboratori sulla similitudine i ragazzi sembrano non collegare minimamente la nozione di similitudine alla nozione di “avere la stessa forma”.







… e in fondo si tratta di operazioni che sono abituati a fare trattando le immagini nei testi.

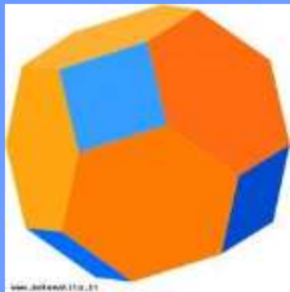
Legame con il “mondo” = recuperare delle cose che i ragazzi **già sanno fare**

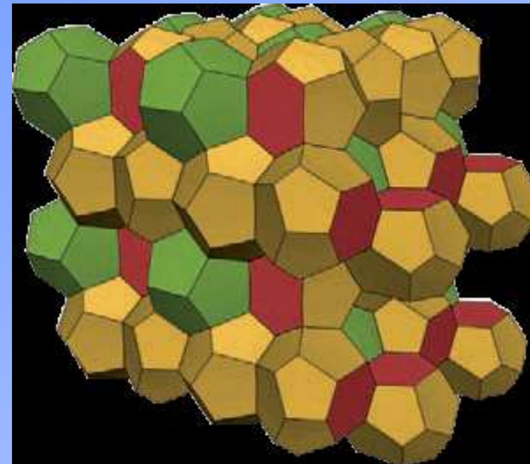
matematita
Centro interuniversitario di ricerca per la comunicazione e l'apprendimento informale della matematica

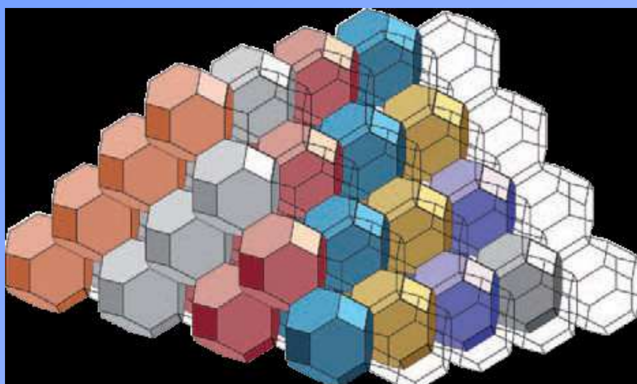
Un altro esempio:
impacchettamento di sfere

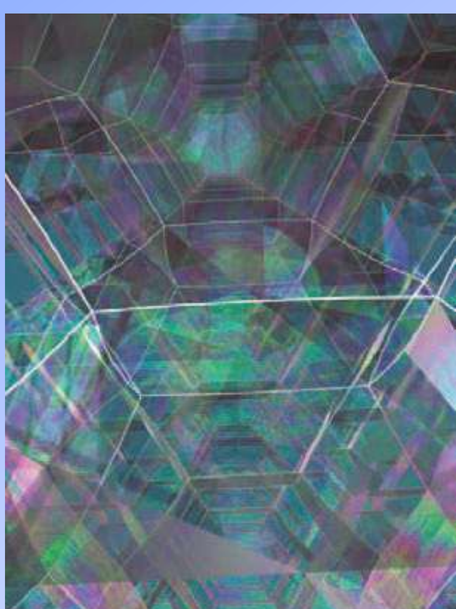
È un problema difficile: ma non va bene comunicare ai ragazzi l’idea che la matematica serva solo per risolvere i problemi banali!
Ci sono anche problemi che loro non sanno risolvere; e problemi che neppure gli insegnanti sanno risolvere; e… problemi aperti!

matematita
Centro interuniversitario di ricerca per la comunicazione e l'apprendimento informale della matematica





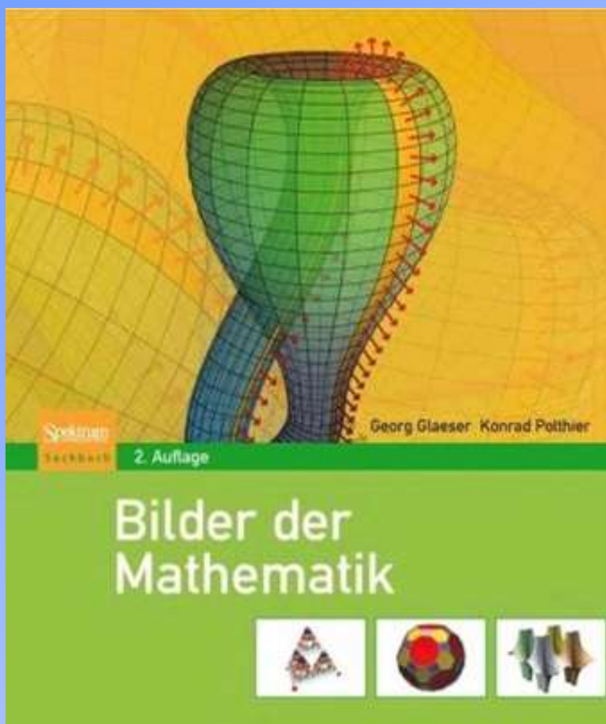


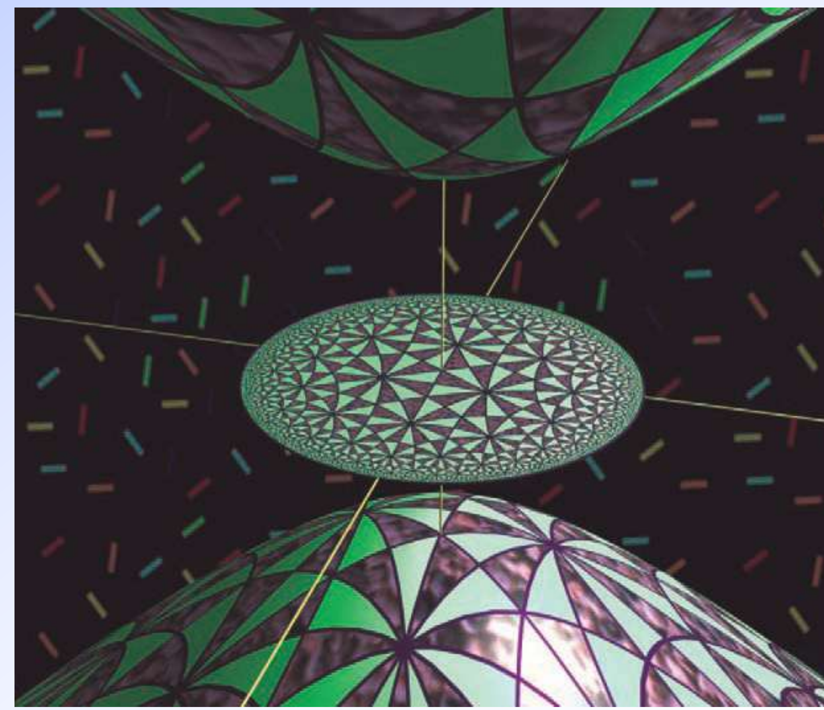


Lord Kelvin, la schiuma di Weaire-Phelan e il Centro Acquatico di Pechino

matematita
Centro interuniversitario
di ricerca per la comunicazione
e l'apprendimento informale
della matematica

Una parentesi:
un libro di Glaeser e Polthier
in traduzione, di prossima uscita in italiano





A **novel book** with more than 1000 color images and explanatory texts.

matematita
Centro interuniversitario di ricerca per la comunicazione e l'apprendimento informale della matematica

Un altro esempio:
superfici e topologia

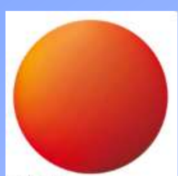
Certamente “non è in programma”, ma…

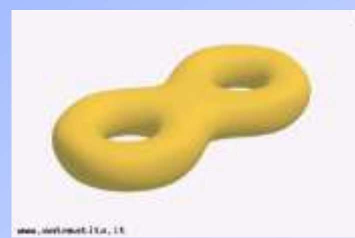
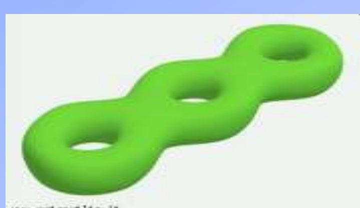
l’osservazione delle forme dal punto di vista della topologia può essere un buon antidoto alla “morte” della geometria sintetica.

matematita
centro interuniversitario di ricerca per la comunicazione e l’apprendimento informale della matematica

… e crea un bagaglio di fatti osservati che, al momento opportuno, farà apprezzare il teorema di classificazione delle superfici.

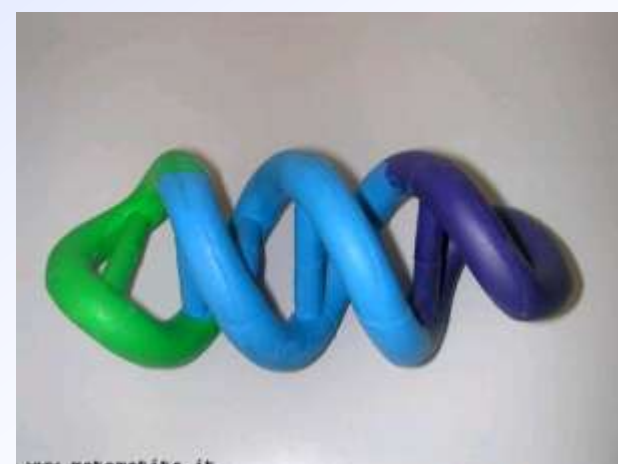
chi conosce solo queste superfici può pensare (a buon diritto!) che si tratti di un teorema un po’ banalotto…

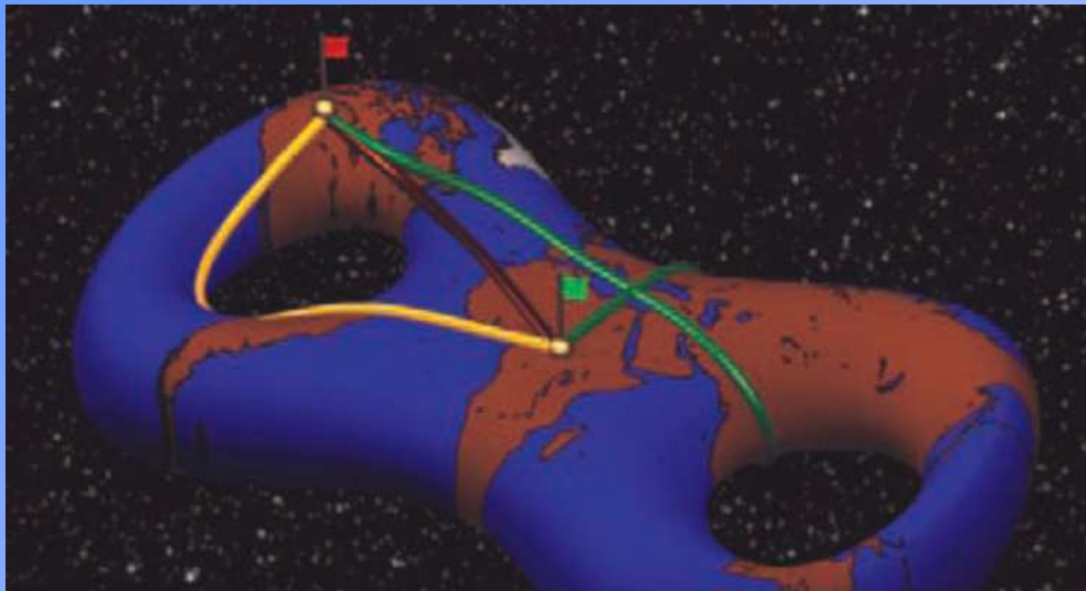


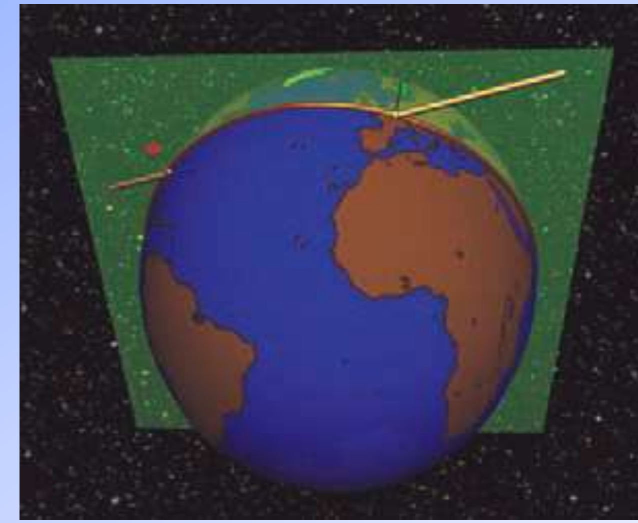



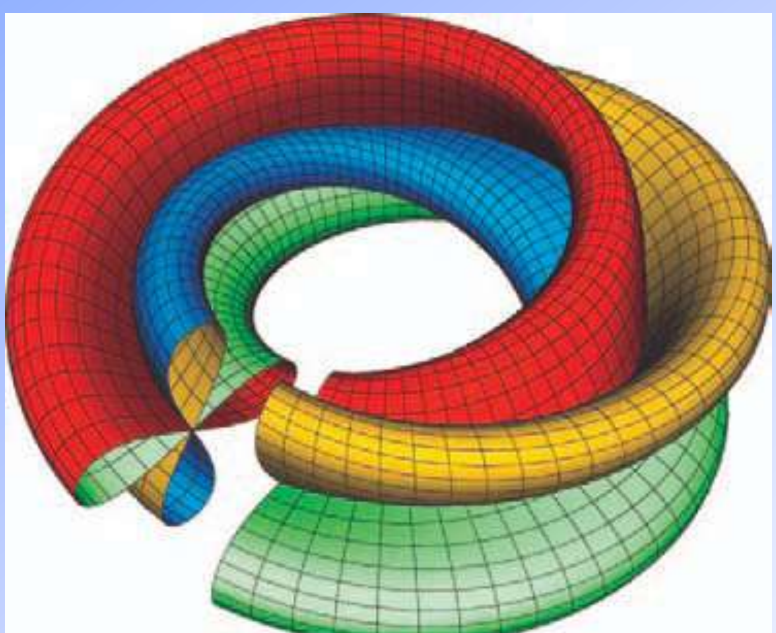
…


Ma queste altre cosa sono?





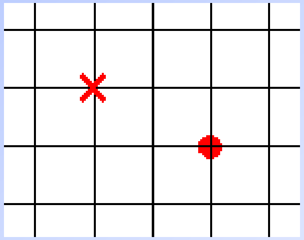




“raccontare una storia” (bene) allarga i confini del “mondo” e ci permette di usare anche i mondi della fantascienza se dovessero esserci più utili…

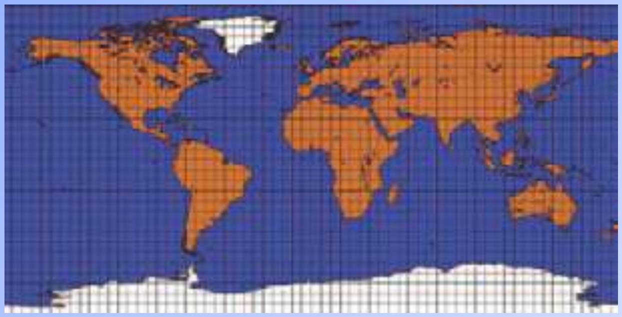
Un altro esempio:

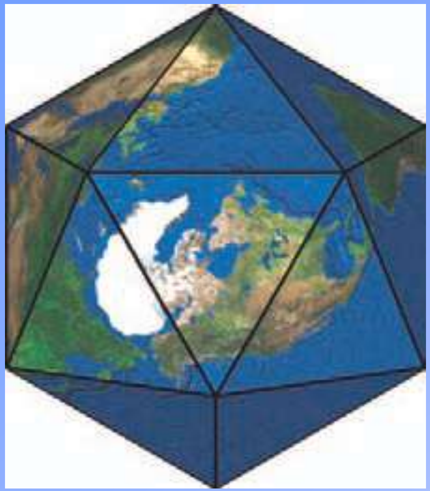
si possono perfino trovare occasioni
per discutere su “che cos’è un punto?”

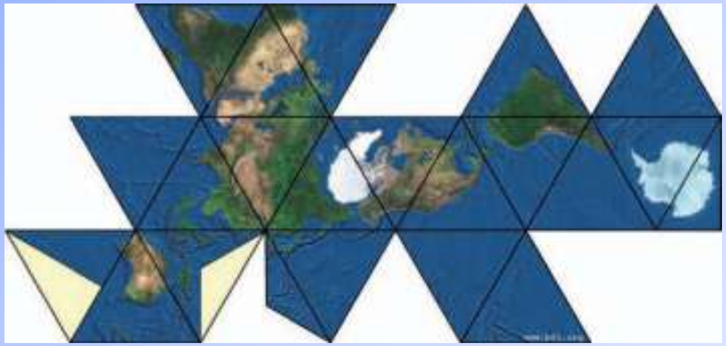


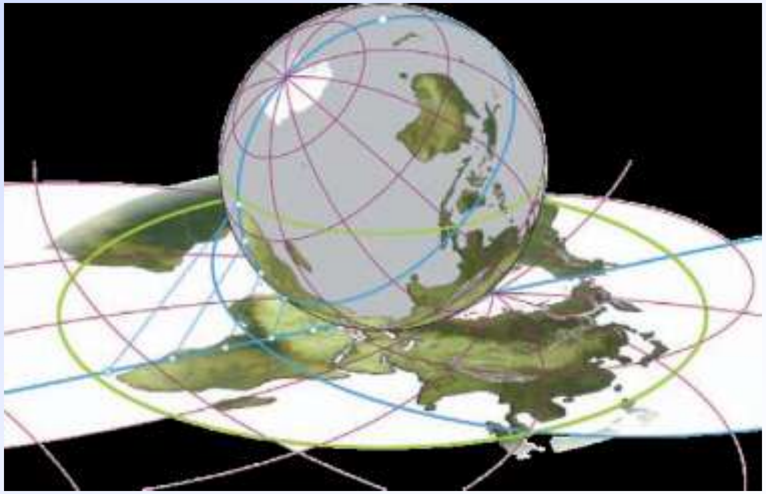
E qui è proprio il legame con il “mondo” che fa la differenza rispetto all’aberrazione della ***immagine di un punto, fortemente ingrandito*** (dida di un cerchio rosso che occupa un’intera pagina, in un testo di scuola media)

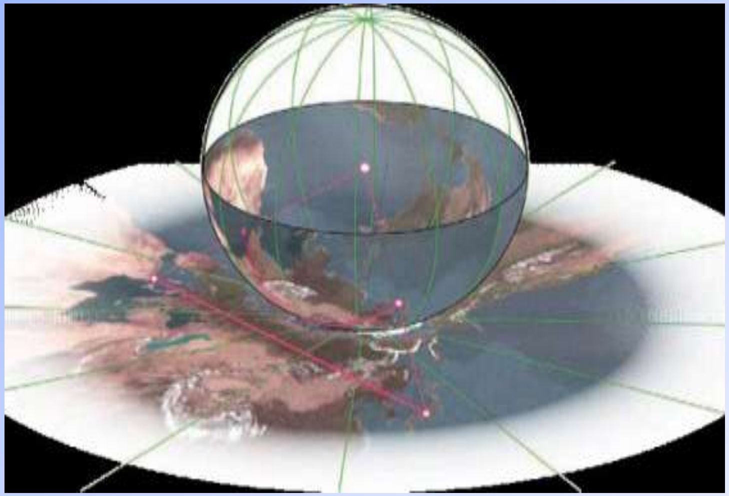
Un altro esempio:
le carte geografiche
dalle proiezioni…





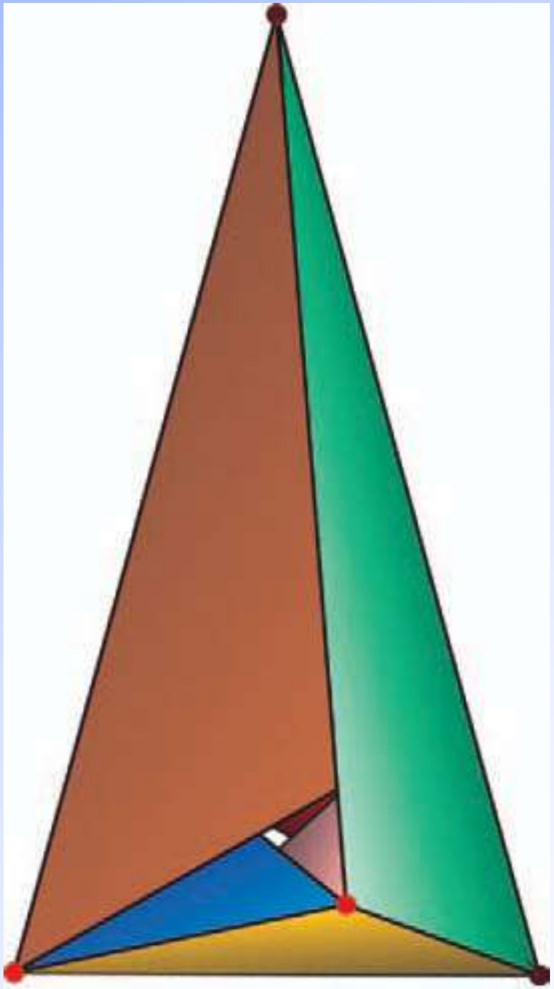






matematita
Centro interuniversitario
di ricerca per la comunicazione
e l'apprendimento informale
della matematica

… alle colorazioni



Il teorema dei 4 colori (sfera o piano) è difficile, ma è relativamente facile (accessibile senza prerequisiti) dimostrare:

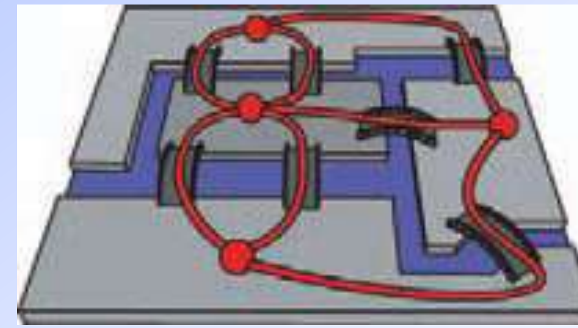
- un teo dei 5 colori (su sfera o piano)
- un teo dei 6 colori sul nastro di Moebius o dei 7 colori sul toro o…
- un teo dei 12 colori sul piano per stati con regioni gemelle)

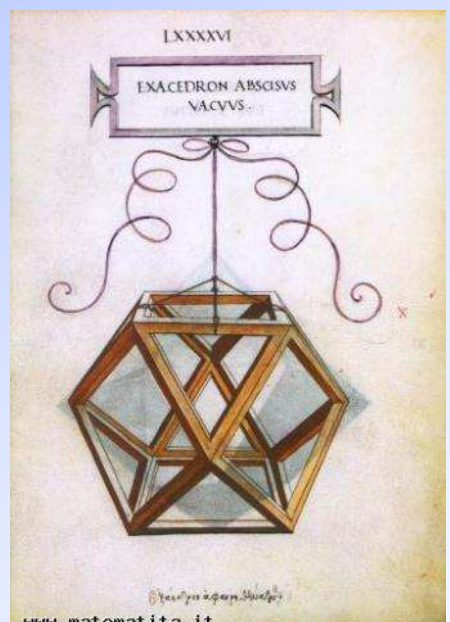
matematita
Centro interuniversitario di ricerca per la comunicazione e l'apprendimento informale della matematica

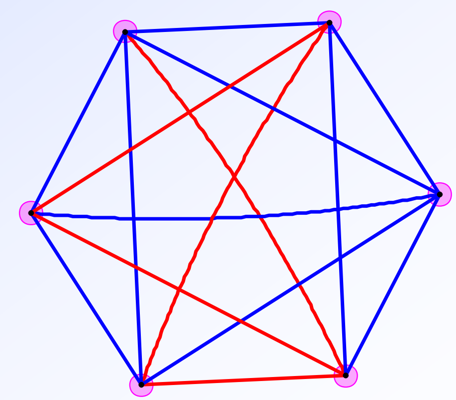
Un altro esempio:

i grafi:

- problemi classici (Konigsberg)
- problemi difficili (circuiti hamiltoniani)
- trovare un modello adatto a un problema
- …

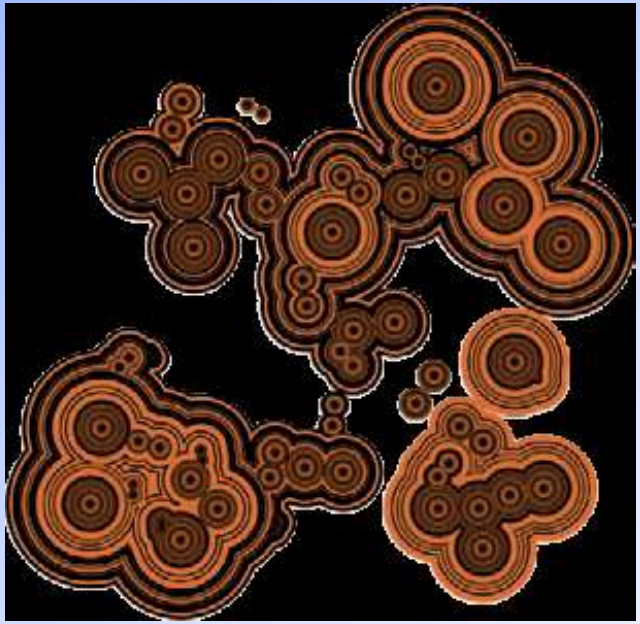


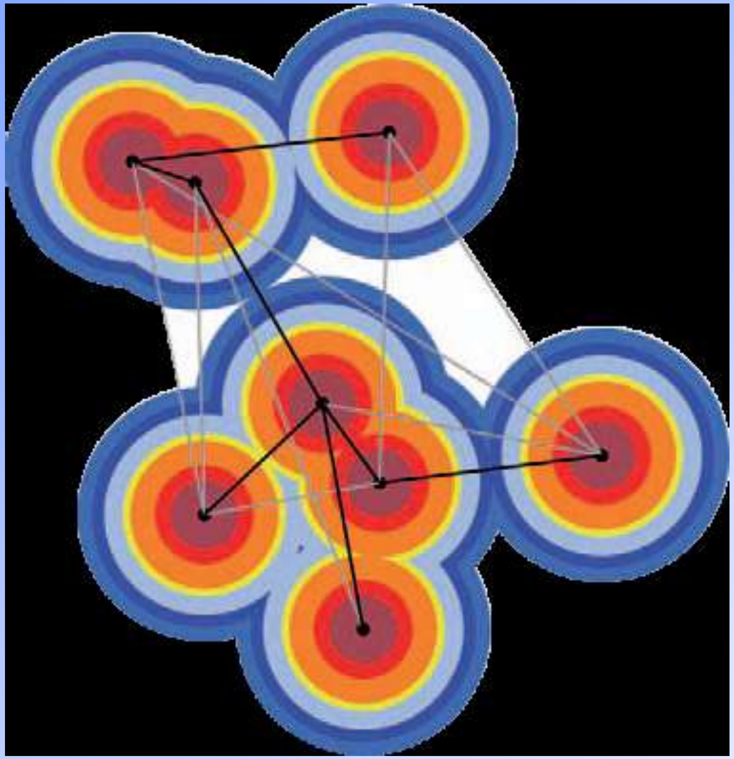


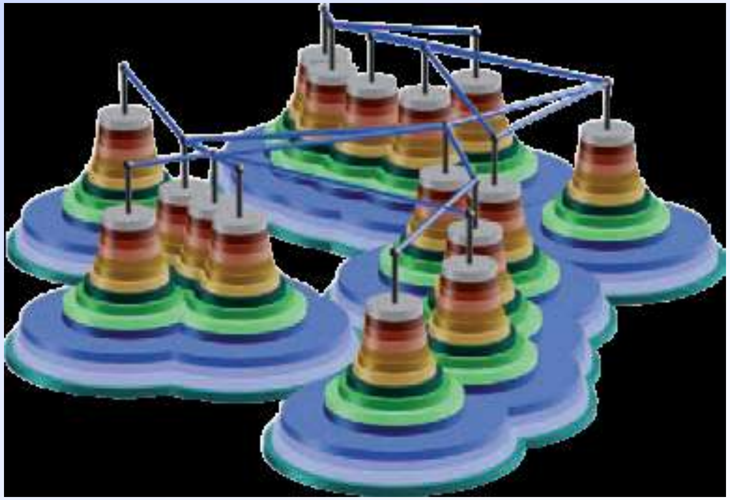


matematita
Centro interuniversitario di ricerca per la comunicazione e l'apprendimento informale della matematica

• … un algoritmo per trovare un albero massimale in un grafo… e che produce immagini che fanno venire in mente l’accrescimento di una colonia di batteri…

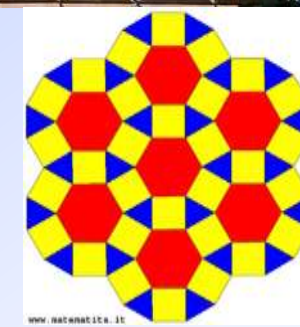


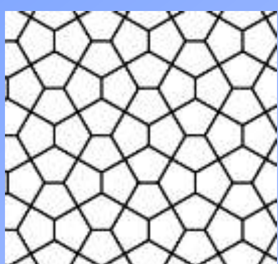


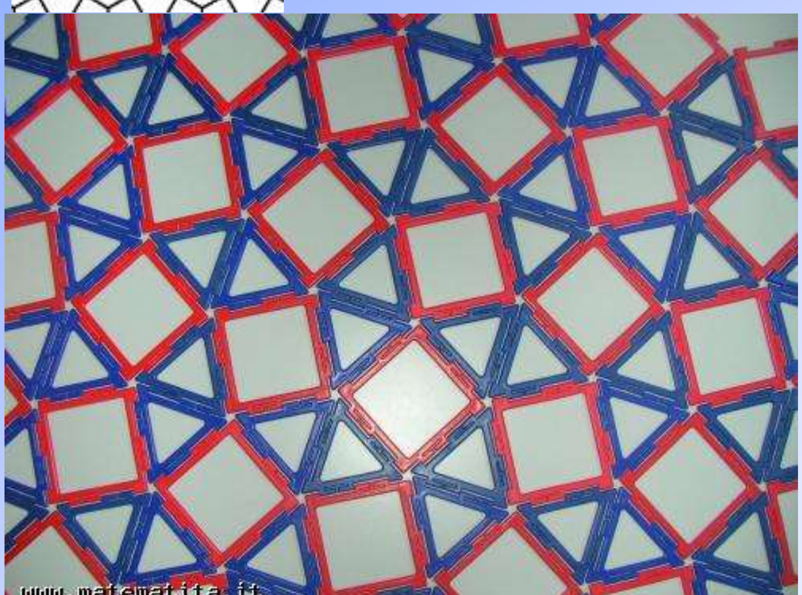


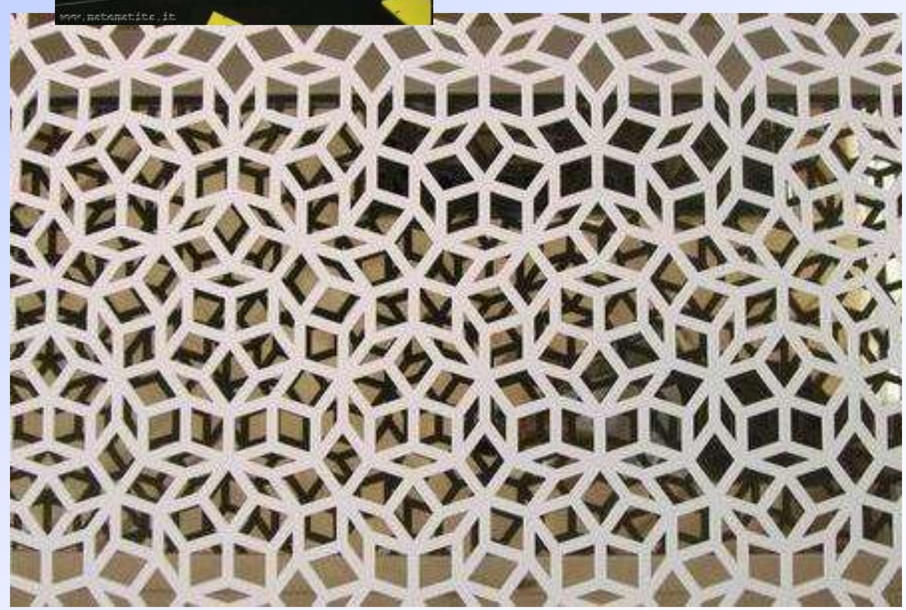
matematita
Centro interuniversitario di ricerca per la comunicazione e l'apprendimento informale della matematica

Un altro esempio: tassellazioni









matematita
Centro interuniversitario
di ricerca per la comunicazione
e l'apprendimento informale
della matematica

ognuna di queste immagini si presta a **generare problemi**:

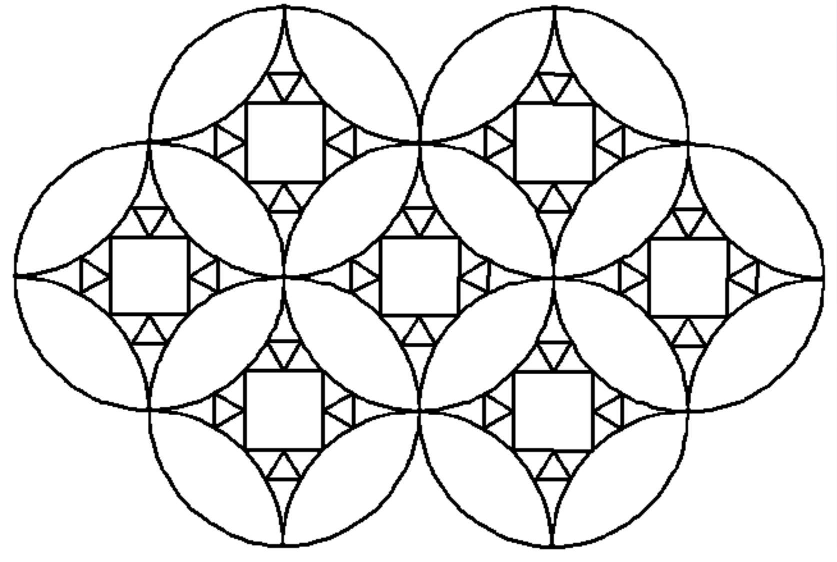
• quant'è l'area delle lunule? (rispetto all'area dei cerchi, rispetto a quella dei quadrati…)

• quant'è la lunghezza del lato dei quadrati (rispetto al raggio dei cerchi)?

• i triangoli sono equilateri?

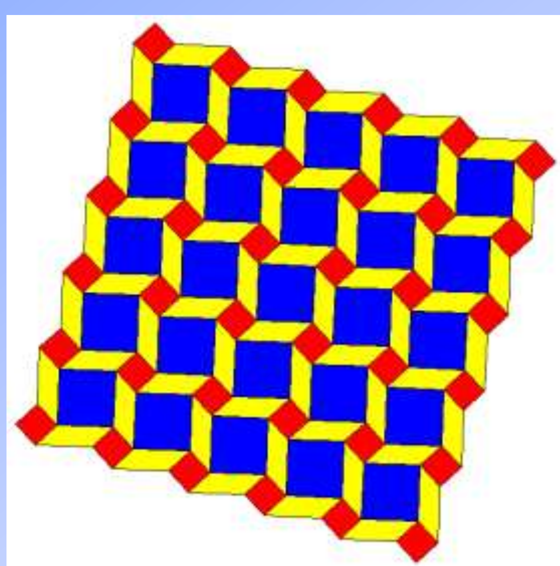
• **come ricostruire la figura?**

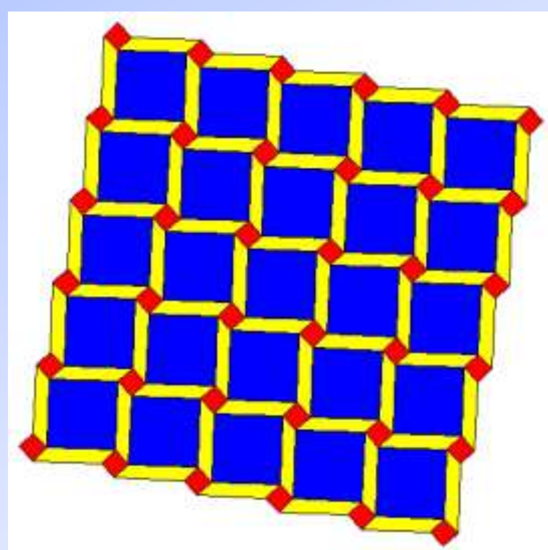
N.B. le prime domande potrebbero essere problemi di geometria "standard".
Ma l'ultima potrebbe (non è detto!) essere coinvolgente.
E l'ultima comporta poi quasi automaticamente le altre.

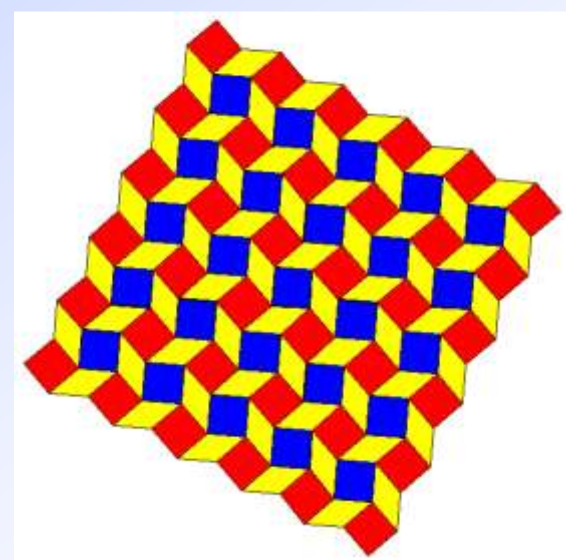


http://www.problempictures.co.uk/examples/

This tiling consists of squares and parallelograms. The large squares each have an area of 1 square meter. The angle between the large squares and small squares is 45 degrees. What is the area of one of the small squares? What is the area of one of the parallelograms?





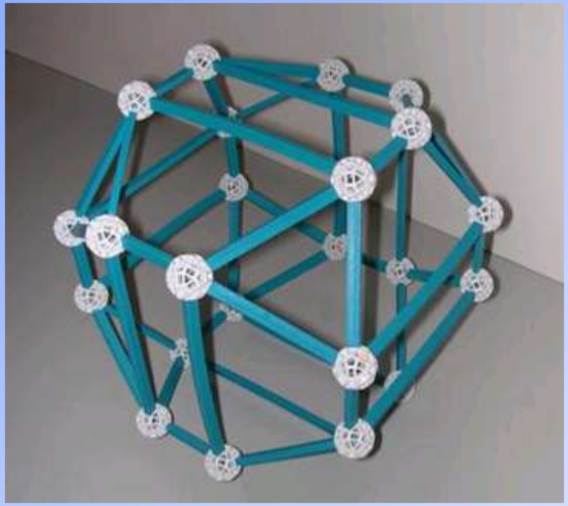


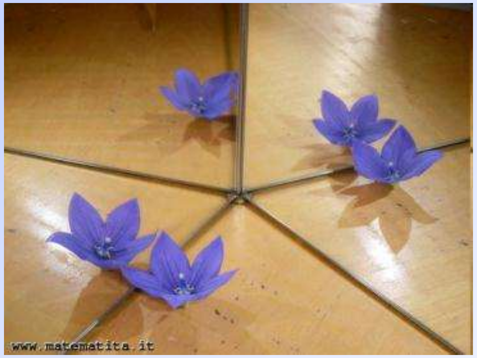
Un ultimo esempio:
la simmetria

Occorre osservare le **rotture di simmetria** (per capire la simmetria). E nel “mondo” è più facile incontrare le rotture di simmetria…

MCD(4,16)=4

MCD(9,16)=1

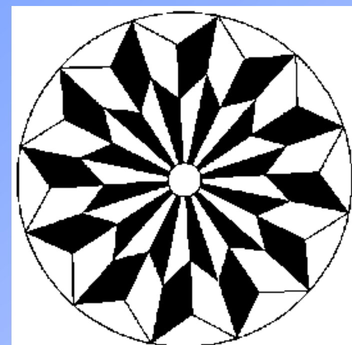


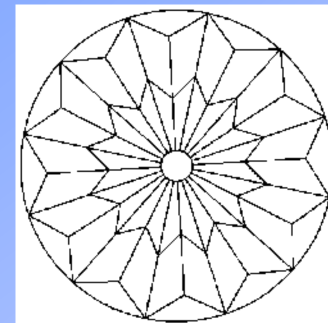


La simmetria (e la rottura di simmetria) sono concetti estremamente "naturali"

matematita
Centro interuniversitario
di ricerca per la comunicazione
e l'apprendimento informale
della matematica

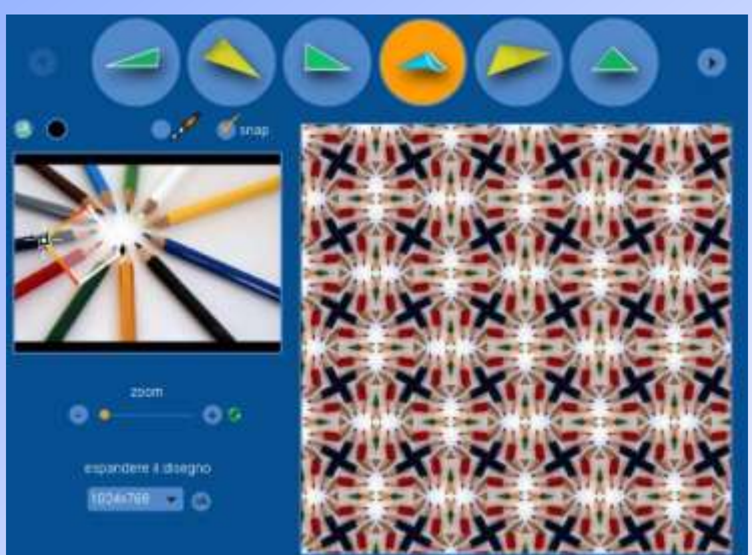
Una nuova attività in mostra





Una nuova animazione sul DVD di Atractor

GeCla, scaricabile da **http://www.atractor.pt/**

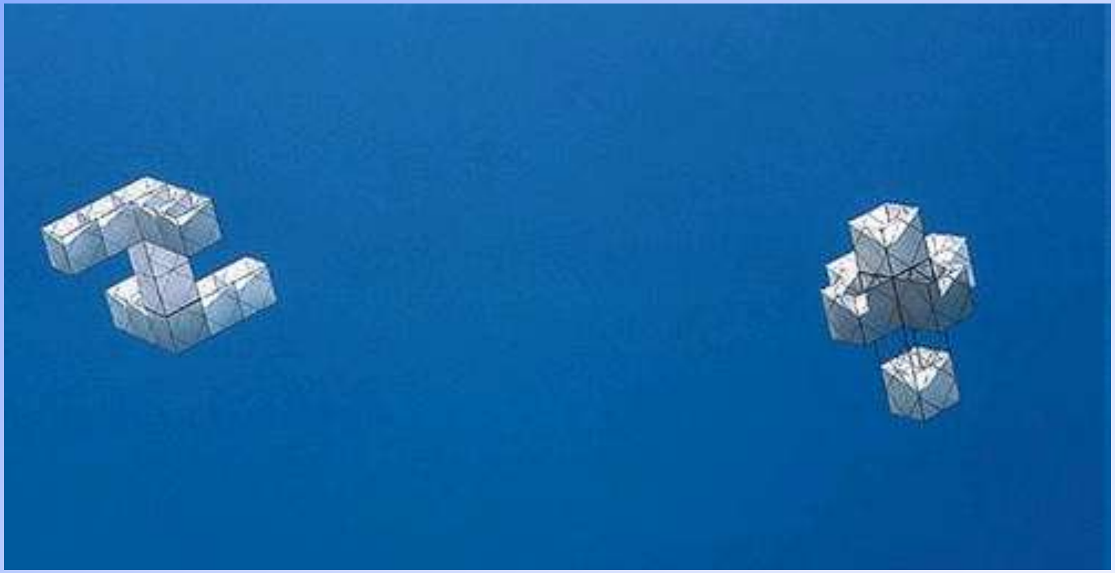


Si crea un disegno (con il ***Ge****neratore di mosaici*) e poi lo si classifica (con ***Cla****ssificazione di fregi e mosaici*). Può essere fatto in forma di gara…

matematita
Centro interuniversitario di ricerca per la comunicazione e l'apprendimento informale della matematica

Il sito *Immagini per la matematica*
http://www.matematita.it/materiale/

Uno dei fili conduttori di questo lavoro è proprio quello di collezionare, e mettere a disposizione degli insegnanti, spunti e occasioni per parlare di matematica partendo dal “mondo”…



… e grazie!

matematita
Centro interuniversitario
di ricerca per la comunicazione
e l'apprendimento informale
della matematica