

# *Modelli nella comunicazione a scuola, ma non solo*



*Milano, 1 aprile 2011  
M. Dedò*



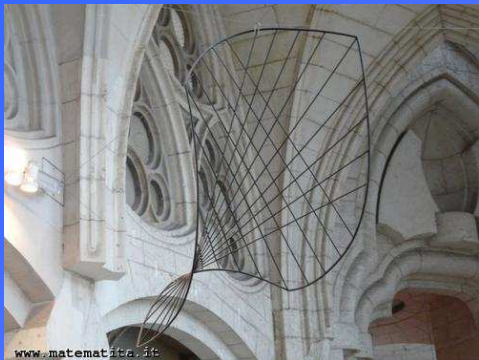


- modelli di geometria non euclidea
- modelli di poliedri con cannuccie e nettapipe
- modelli virtuali
- modelli matematici per una situazione concreta (il traffico, le elezioni,...)
- ...



dalla matematica al “mondo reale”  
dal mondo reale alla matematica

# Gaudì, Sagrada familia



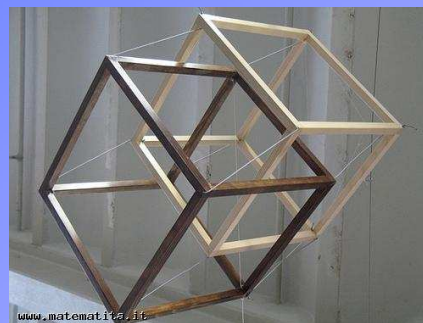
rigate



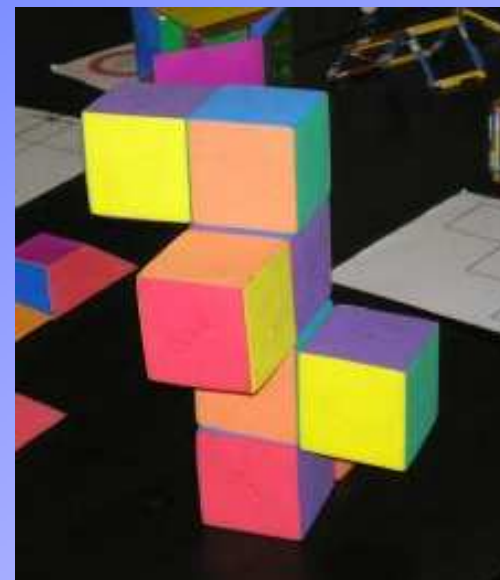
piani  
iperbolici

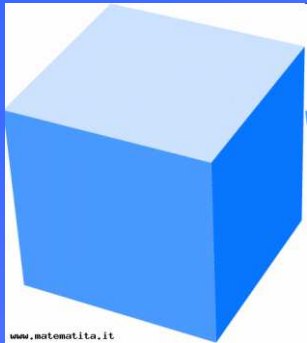


reale / virtuale...

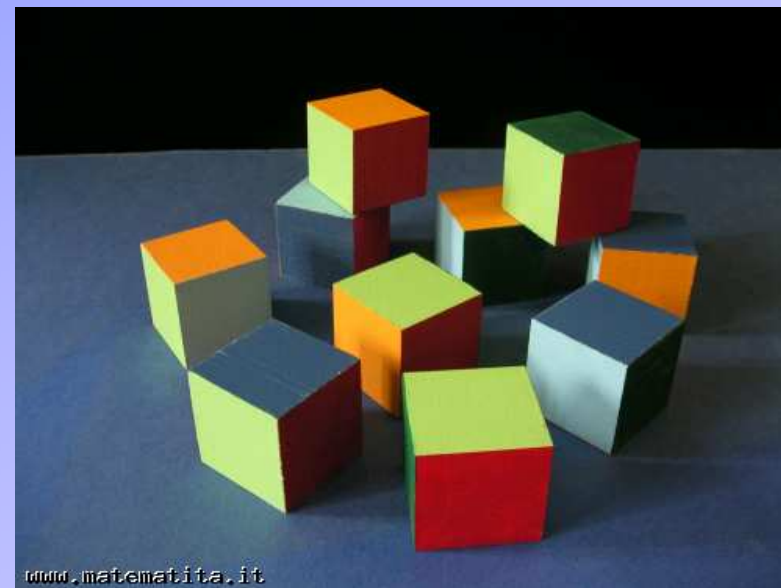
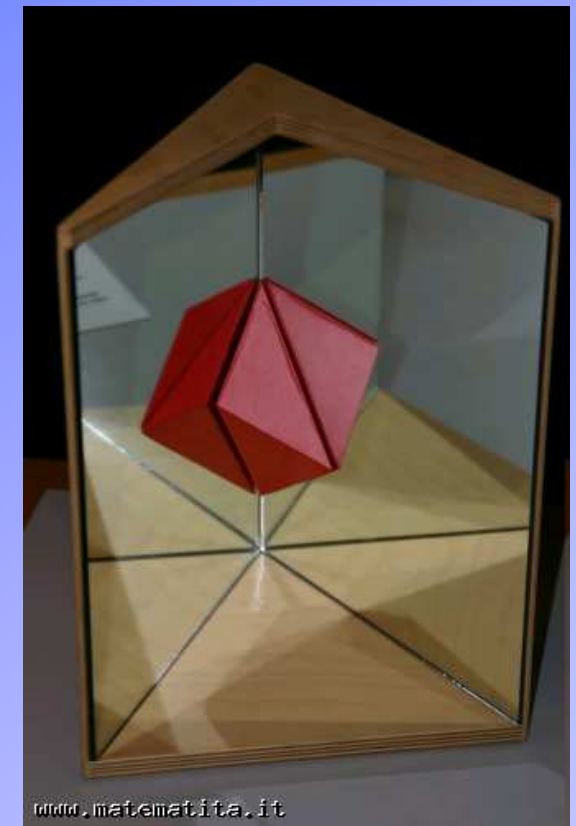


ipercubi

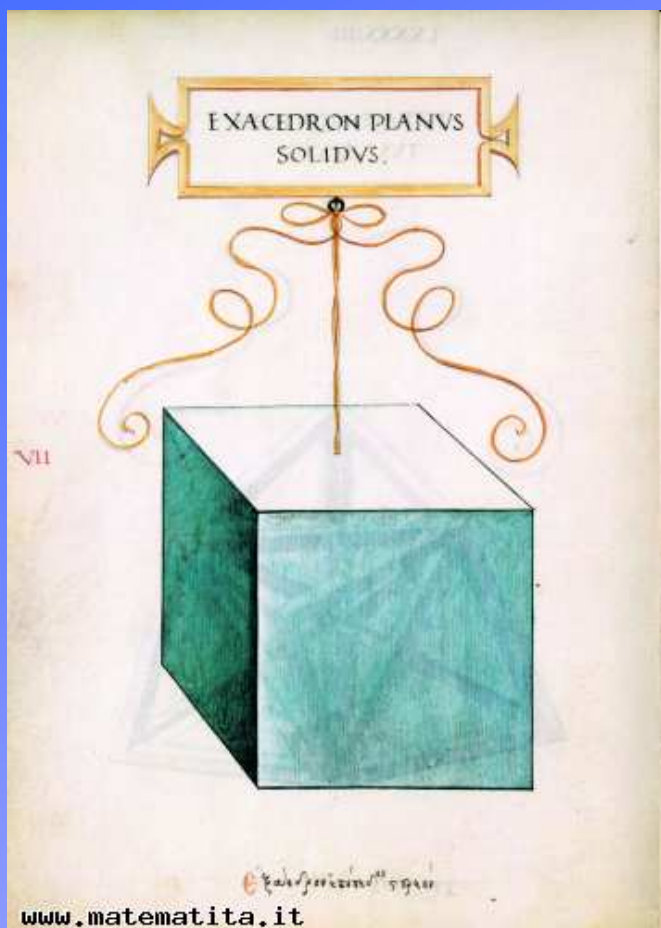




Che cosa sono questi?



# Il modello di un cubo non è un cubo

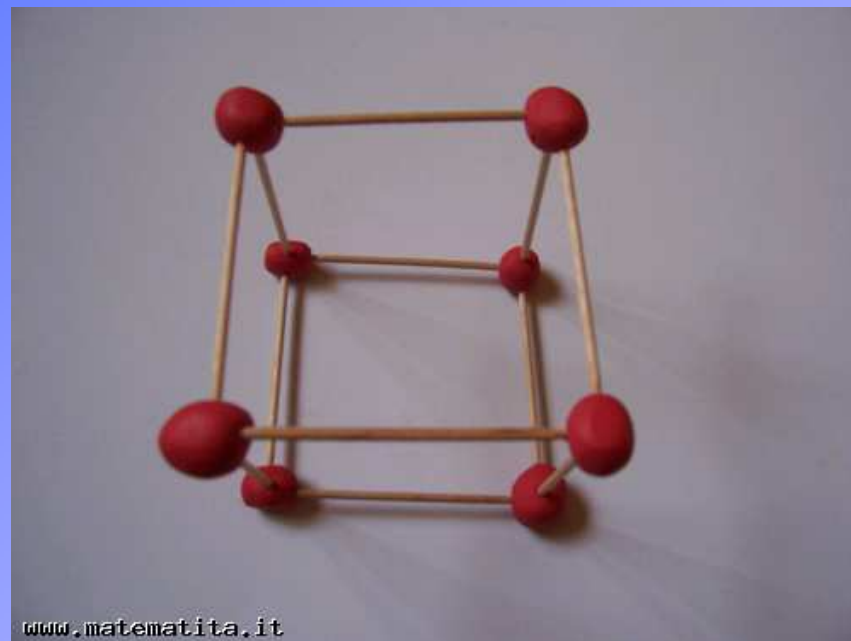
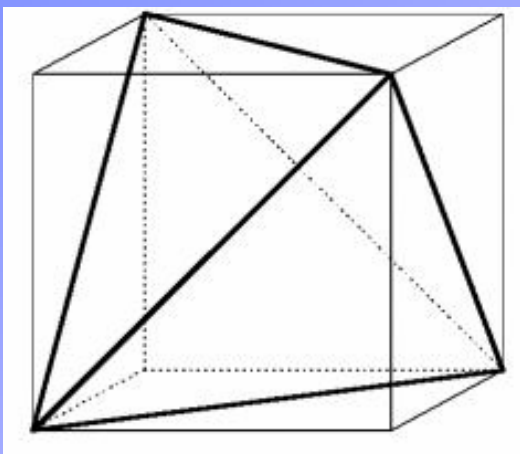


Che cos'è il modello di un cubo?

## Un problema

È possibile trovare 8 persone tali che:

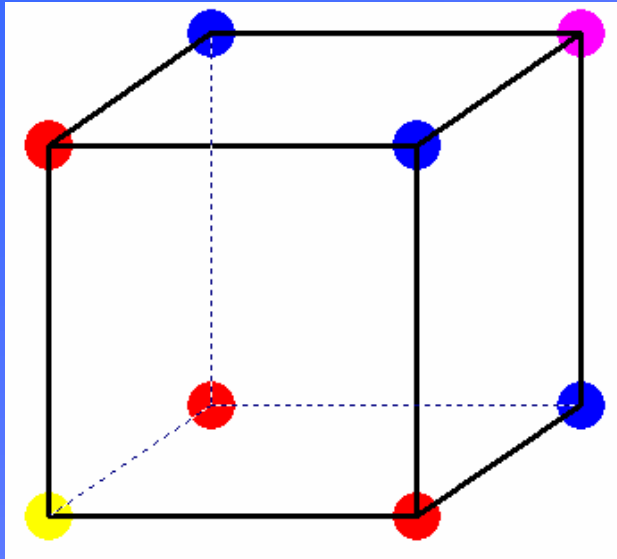
- ogni persona ne conosca esattamente altre 3;
- NON si possano trovare 3 di queste 8 persone che si conoscano, due a due;
- sia possibile trovare 4 di queste 8 persone, che, a due a due, non si conoscano.



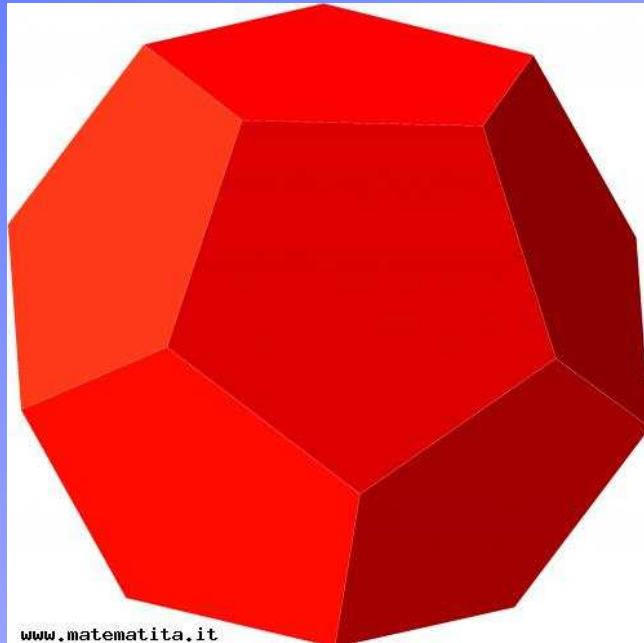
*persona = vertice*

*due persone si conoscono = i due vertici sono adiacenti*

... e si potrebbe continuare...



- due persone che non si conoscono sono *quasi sul punto di conoscersi* se ce n'è una terza che conosce entrambe; invece *non si conoscono per nulla* se questo non succede: allora, ciascuno non conosce per nulla una sola persona.

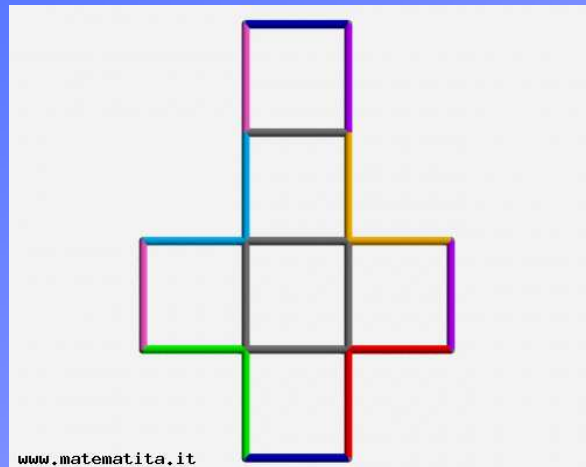


oppure (più difficili):

- due persone si conoscono se e solo se i corrispondenti vertici NON sono adiacenti
- partire da un dodecaedro anziché da un cubo
- ... oppure...



il modello di un cubo  
non è un cubo



## Una “definizione” (!?)

Il modello di un cubo è qualcosa in cui qualcuno in un qualche momento riconosce l'idea astratta di un cubo.

Non solo persone diverse possono vedere cose diverse in un modello, ma la stessa persona in momenti diversi può vedere cose diverse nello stesso modello; o vedere la stessa cosa in modelli diversi.



... ma cosa vuol dire *vedere*?

Sembra il caos più totale...

**eppure...**

I modelli sono un aiuto prezioso  
(insostituibile?) nella comunicazione



... vedere l'infinito...



Con gli specchi si ha l'impressione di vedere l'infinito...  
Possiamo utilizzare gli specchi per far nascere una (**potente!**) idea astratta come l'uso di una corrispondenza biunivoca per confrontare gli infiniti...



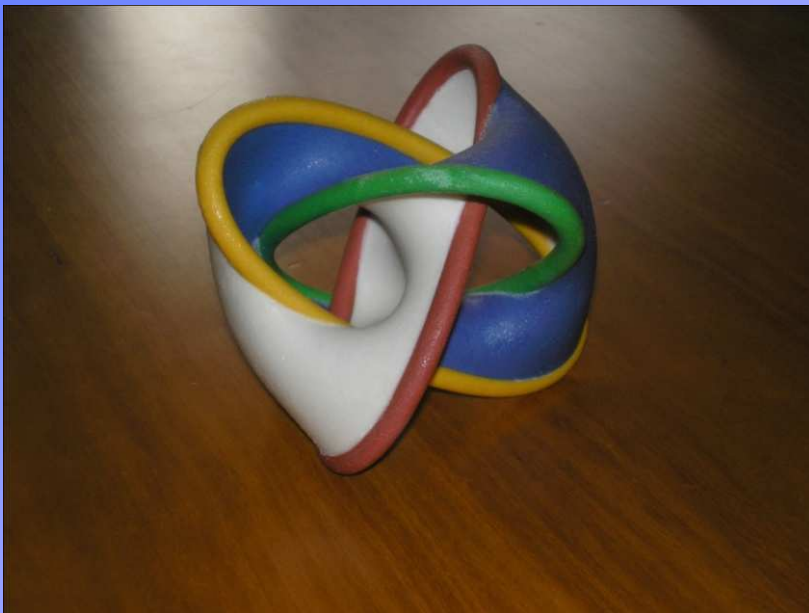
*“... mi sento un po' sperduto”*



*Sono di più le palline rosse o quelle blu?*

*E qui?*

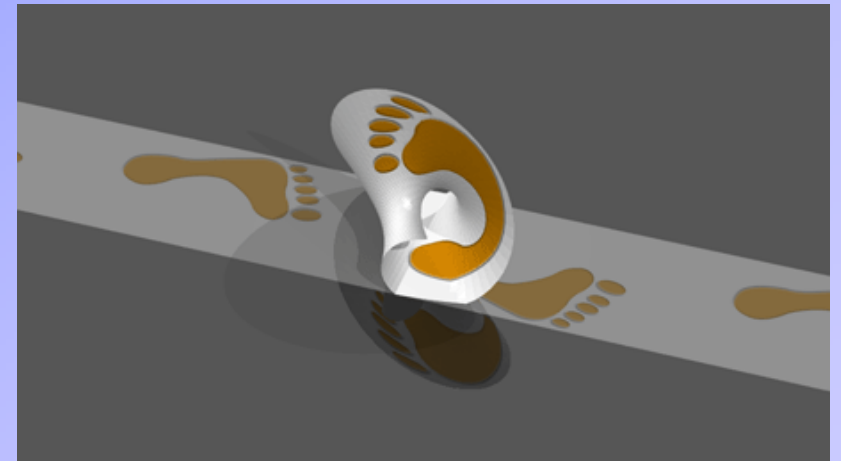
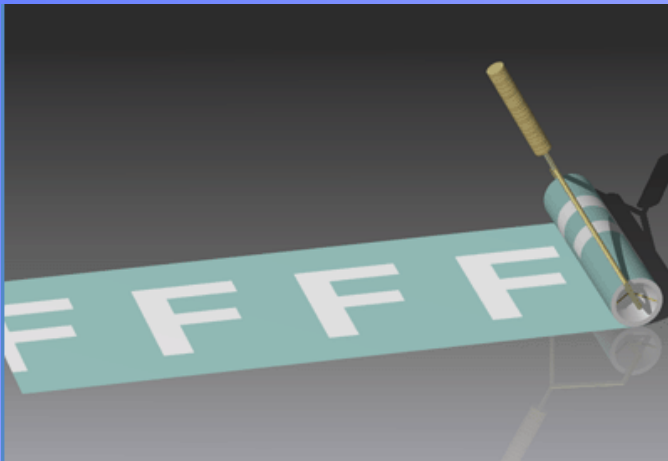
Riconoscere un'idea astratta in un modello può dare una sicurezza nella comprensione del concetto (*lo vedo!*) che ben raramente si ottiene su un piano esclusivamente formale.





*Il quoziente  $X/G$  di uno spazio topologico  $X$  rispetto all'azione di un gruppo  $G$  è lo spazio delle orbite con la topologia quoziente cioè la topologia per cui  $A$  è aperto in  $X/G$  se e solo se....*

F F F F F F F F F

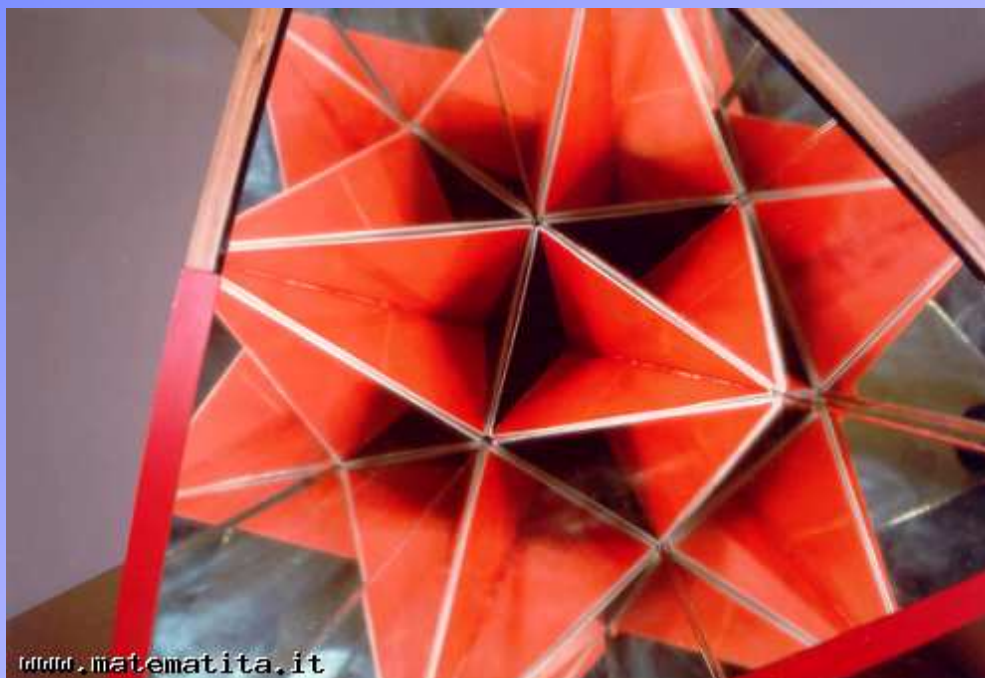
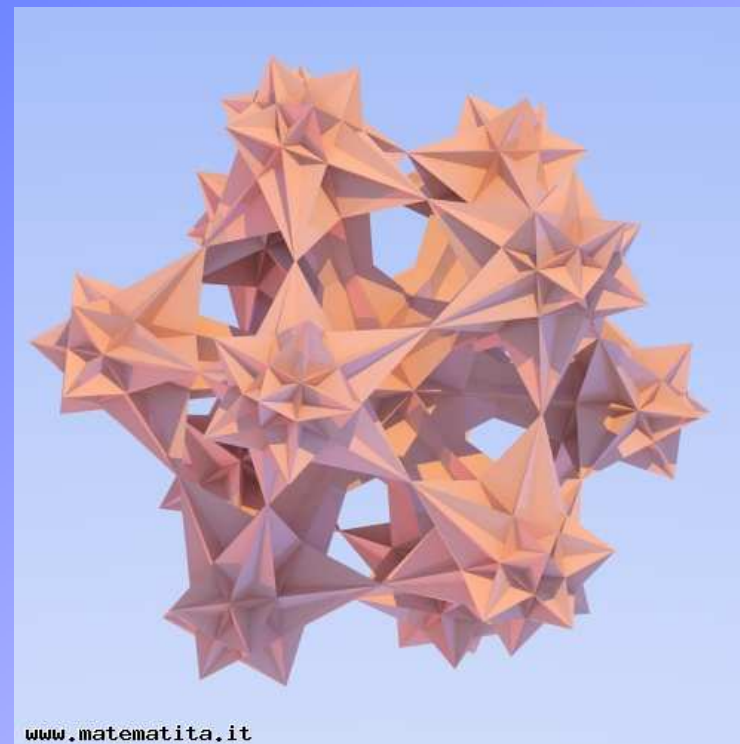


... ma “vederlo” ha un altro effetto...

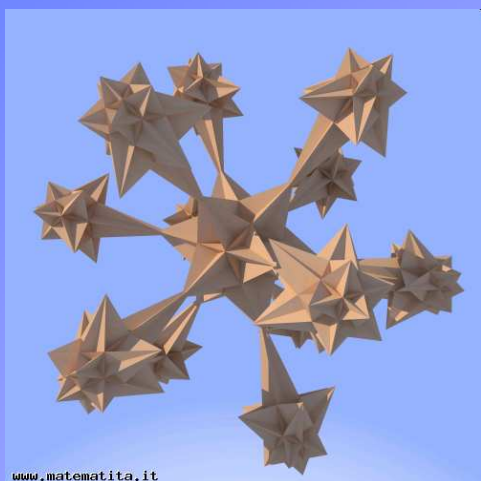


Nella comunicazione **paritetica**,  
l'uso di modelli è prezioso.

E a volte proprio l'**ambiguità**  
intrinseca al modello è ciò che può  
far scattare l'**idea** che fa fare un  
passo avanti nella comprensione di  
un concetto astratto.



L'ambiguità  
favorisce le  
**associazioni**  
di idee...



Un modello può anche essere ciò che fa capire (“per davvero”!) il problema. O che fa capire che abbiamo preso una strada sbagliata.

Esempi dalla ricerca.

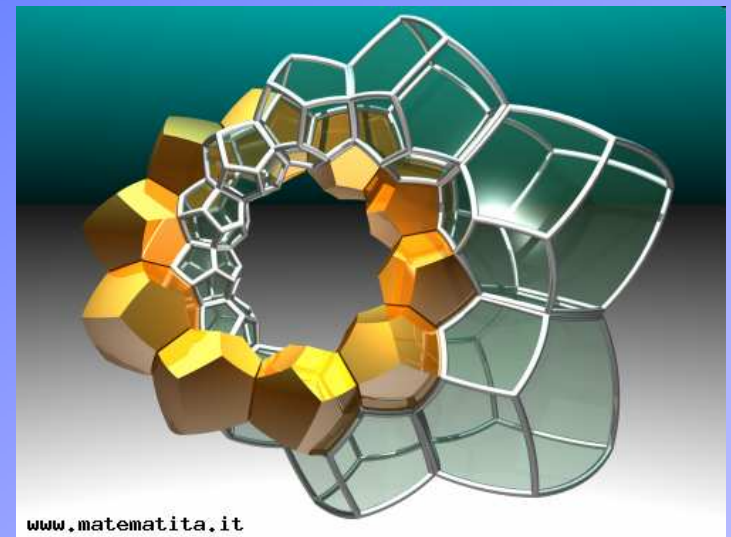
Esempi dal lavoro di Math.en.Jeans:



*La classe (II media) ha avuto molte difficoltà a comprendere il senso del progetto e quello che veniva richiesto: ... solo nel momento in cui i ragazzi hanno provato a realizzare modelli concreti per provare la loro ipotesi si sono resi conto della complessità dei concetti in gioco.*



È **paritetica** la comunicazione fra due ricercatori matematici che collaborano su un problema aperto. È **paritetica** (allo stesso modo!) la comunicazione fra due studenti che discutono un problema.



*... mathematicians need to know, for survival if nothing else, the intuitive meaning of a concept perhaps not yet precisely formulated and the motivation behind the creation of a particular skill, and to have a vague understanding of the direction they have to pursue. These needs completely parallel those of students in their initial attempt to learn something new. This part of a research mathematician's knowledge would surely shed light on students' learning processes.*

Wu *The Mis-Education of Mathematics Teachers in*  
Notices of the AMS, <http://www.ams.org/notices/201103/>

## Un esempio in I elementare

*I bambini hanno letto ad alta voce il testo ed hanno chiesto la spiegazione di alcune parole (...) hanno cominciato a disegnare le piastrelle e le hanno contate. Ogni gruppo poi ha cominciato a discutere sul significato di metà “... se tu hai 4 caramelle e le dai metà a me e metà a lui vuol dire due a me e due a lui ...”.*

*Il problema è stato la metà di 24. Hanno fatto tanti tentativi (...): chi divideva ad occhio, chi (...). Dopo circa 20 minuti di tentativi, una bambina, che osservava con attenzione due compagni che manipolavano il materiale, è intervenuta e ha iniziato a distribuire i cuori dicendo “...uno a me uno a te...” fino alla completa distribuzione. Poi hanno controllato più volte contando le due quantità (perché si sbagliavano).*



*L'ultima parte del testo (la metà di quelle che avanzano) è stata più facile, perché hanno utilizzato la stessa strategia.*

## Un esempio in I elementare

In questo resoconto ci sono in sintesi tutte le caratteristiche di una attività di ricerca in matematica:

- si inizia cercando di capire il **significato** della domanda
- si cerca questo significato a partire da **esempi** che lo colleghino a situazioni note
- si fanno degli **esperimenti** per testare le proprie intuizioni
- si **controlla**
- si lavora in gruppo e si utilizzano **modalità diverse**
- a volte **manipolare del materiale** può servire per organizzare i propri ragionamenti
- nasce man mano la necessità di **raffinare gli strumenti** utilizzati
- diventa spontaneo testare in altre situazioni le strategie che si sono trovate (**generalizzazione**).

È molto più **pericoloso** utilizzare i modelli in una comunicazione **non paritetica** (come quella insegnante-studente)



Uno dei due capi della comunicazione **ha già** in mente l'idea del concetto astratto che vuole ritrovare nel modello: e può non accorgersi che “vede” il cubo e non il modello di cubo.

Un esempio:  
questi sono (modelli di)  
nastri di Moebius?

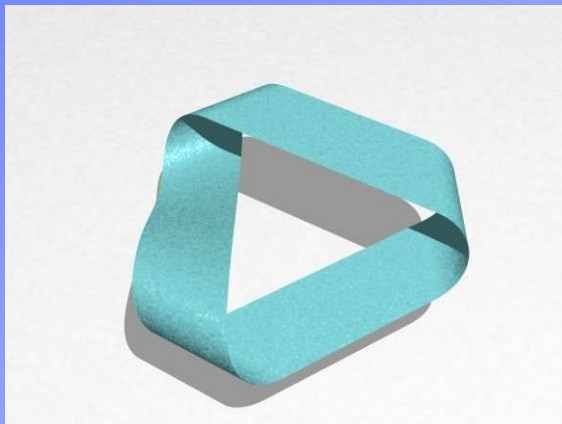
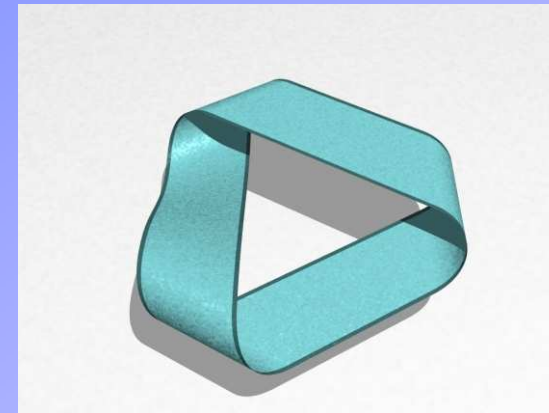
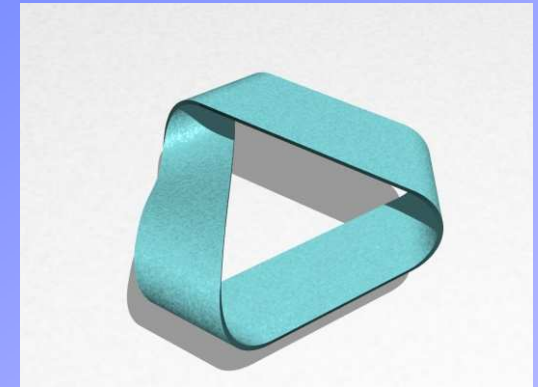
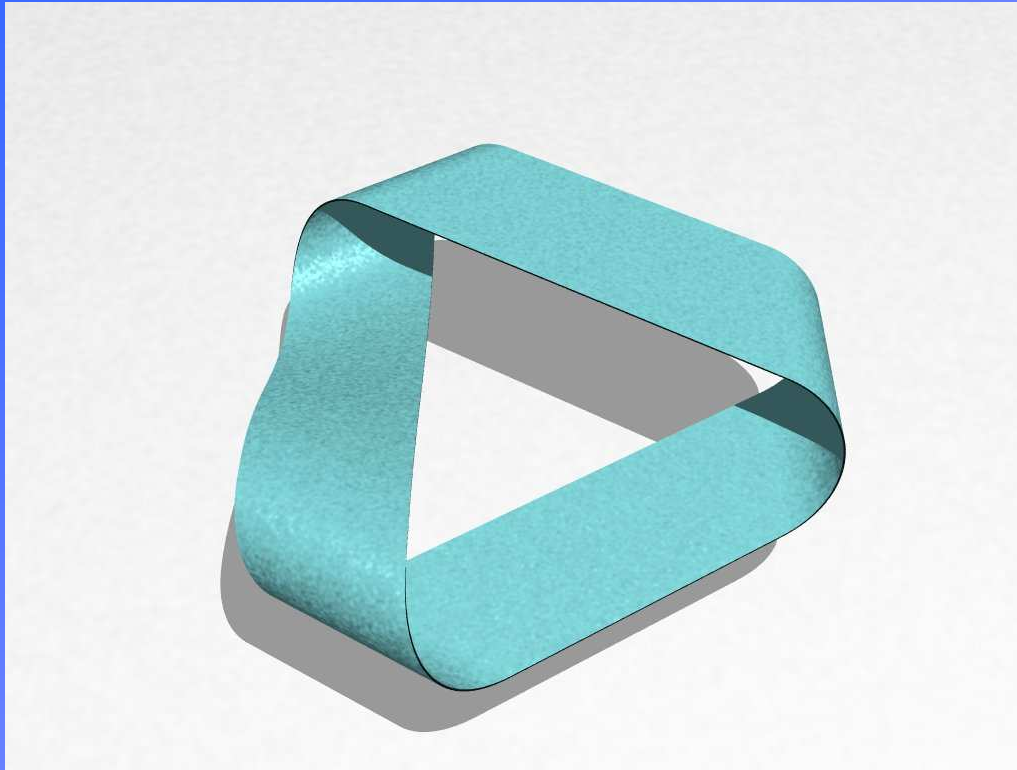


Anche questo?



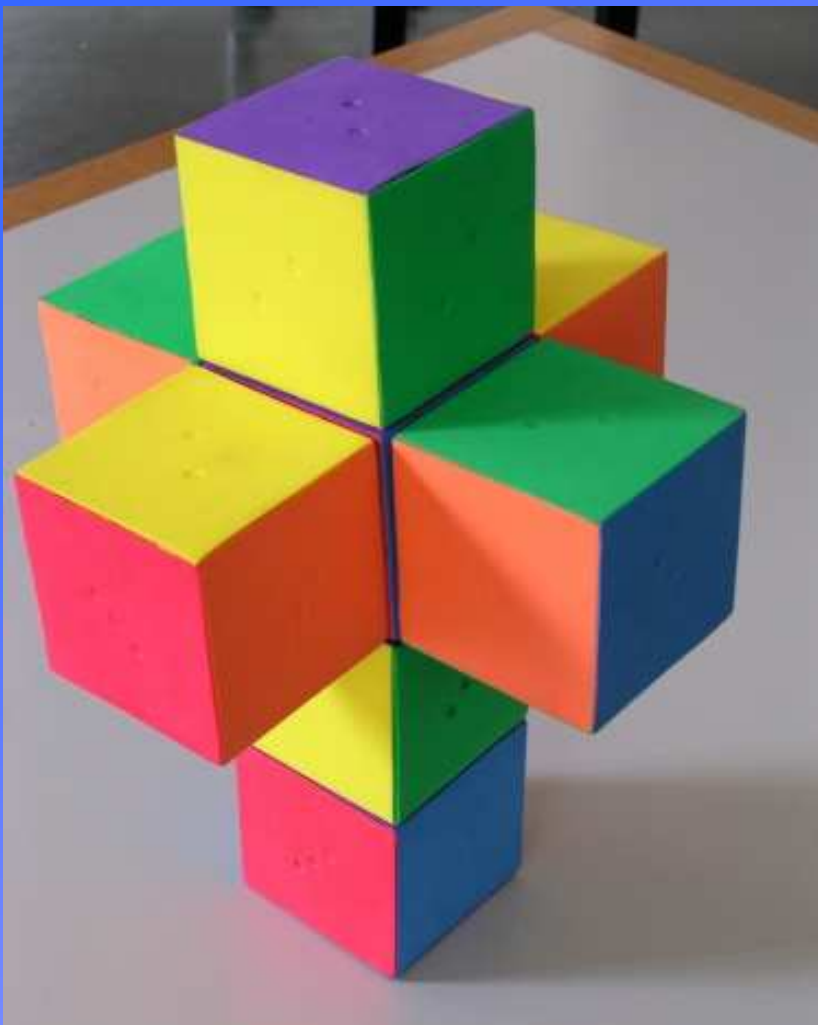
E se si vuole decorarlo?



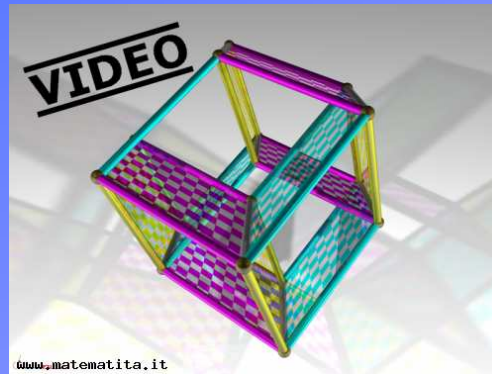


Non è irrilevante decidere quale utilizzare

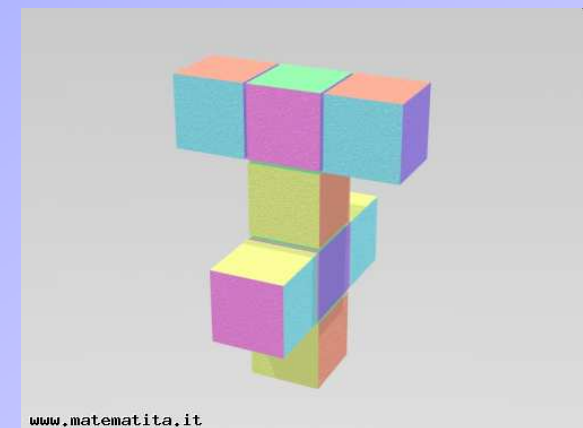
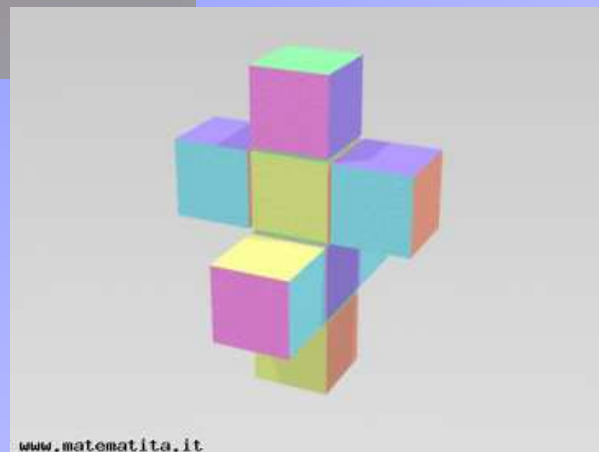
**... ma non possiamo usare due pesi e due misure sul fronte del rigore!**



www.matematita.it



Un buon modello deve essere **semplice**  
(troppa informazione = nessuna informazione)





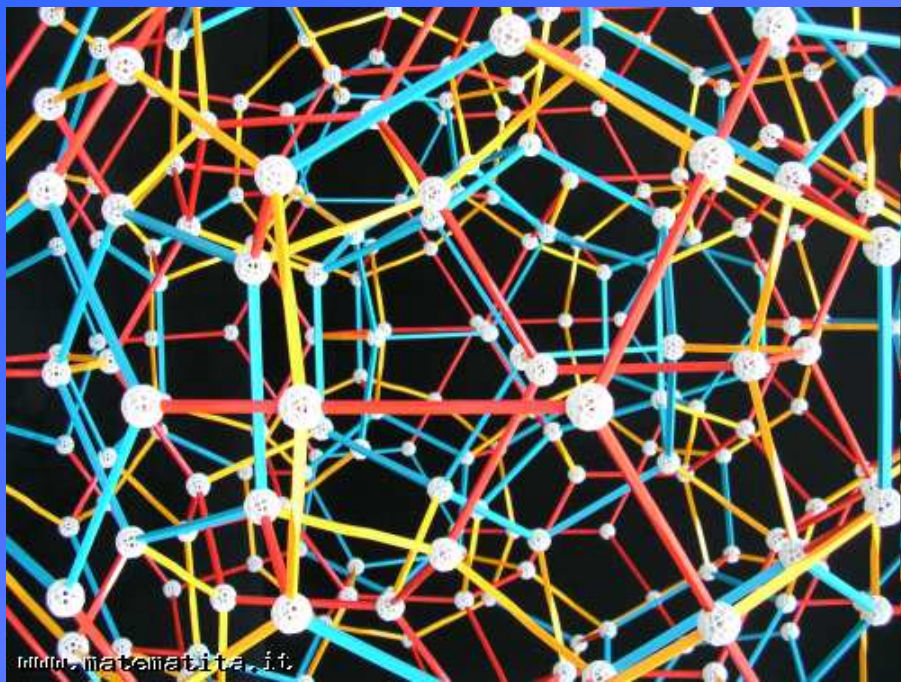


Un buon modello (in una comunicazione non paritetica) deve poter essere riconosciuto come tale da **molti** e deve prestarsi a **diversi livelli** di interpretazione e di approfondimento. Ciascun livello deve aggiungere informazione al livello precedente (**non sostituire** l'informazione del livello precedente).



Per capire se qualcosa è o meno un buon modello in una comunicazione non paritetica, occorre mettersi nei panni di chi riceve la comunicazione (e saper **ascoltare**).

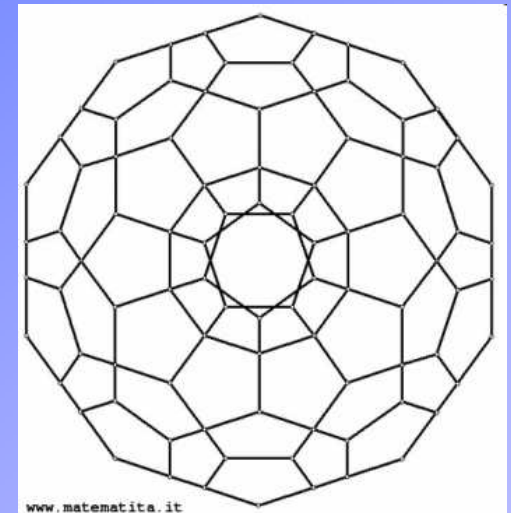




un modello 3d

120-celle

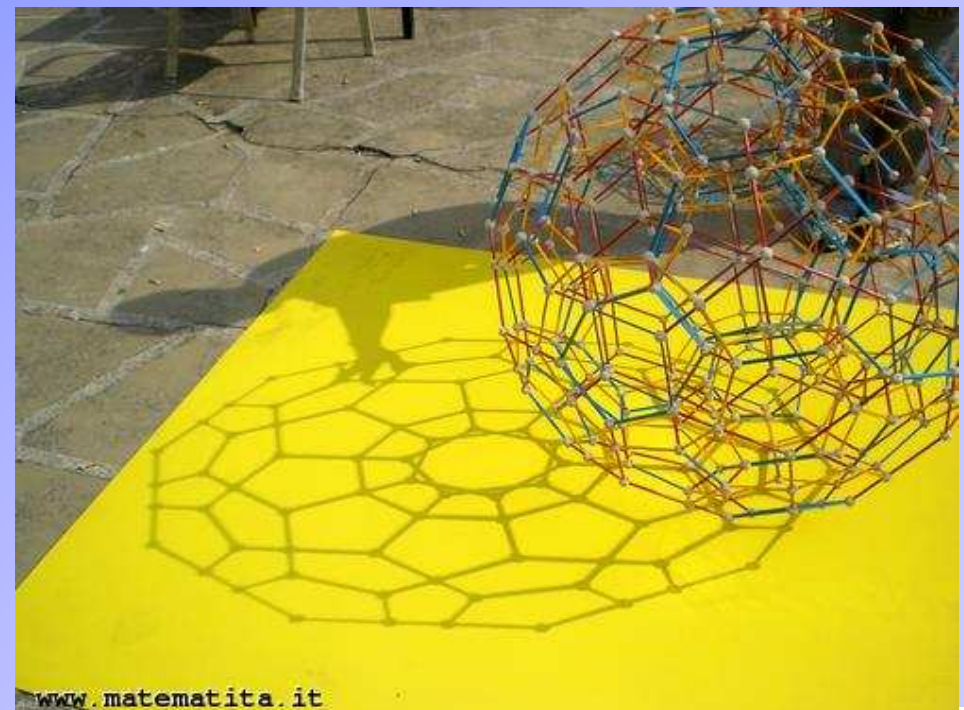
E per finire...  
che cos'è  
questo?



una figura 2d



un modello virtuale



ombre...