

L'ascensore: soluzione

Chiamiamo X il piano di Aristide e N il numero dei piani del suo condominio.

Dall'enunciato deduciamo le seguenti due disuguaglianze:

$$2 \leq X \leq N \quad 3 \leq N \leq 25$$

e la doppia uguaglianza:

$$\begin{aligned} \text{distanza media per il piano terra} &= \text{distanza media dal primo piano} = \\ &= \text{metà della distanza media per il piano X-esimo} \end{aligned}$$

La distanza media per il piano terra è:

$$\frac{(1 + 2 + \dots N)}{2N}$$

$$\text{cioè } \frac{N(N + 1)}{4}$$

La distanza media per il primo piano è:

$$\frac{1}{2} + \frac{N(N - 1)}{4N}$$

La metà della distanza media per il piano X-esimo è:

$$\frac{1}{4} X + \frac{(X - 1)X}{8N} + \frac{(N - X)(N - X + 1)}{8N}$$

Risolvendo la doppia equazione si trova

$$N(N + 1) = 2X(X - 1)$$

Esaminando le soluzioni di quest'ultima si trova: X=3 per un palazzo di 3 piani (N=3) e X=15 per un palazzo di 20 piani (N=20). Se si pone il vincolo $3 < N < 25$ (come si dovrebbe fare in base al testo, che dice più di 3 piani e meno di 25 piani) la soluzione è unica:

$$\mathbf{X = 15}$$