Un po' di prodotti ...
Soluzione :
A priori i prodotti da effettuare per trovare il massimo per esaustione sono $9 \times 10!/2$ ossia 16329600 prodotti possibili.
Osserviamo innanzitutto che per massimizzare il prodotto l'ordine delle cifre in ciascun fattore deve essere decrescente. Quante cifre deve avere ciascun fattore? Se I fattori sono A, di n cifre e B di m cifre con $n > m$ vediamo cosa succede spostando l'ultima cifra di A e mettendola come ultima cifra di B: chiamiamo c questa cifra e poniamo quindi $A = 10a' + c$ (dove a' è il numero A privato dell'ultima cifra). Ebbene spostare l'ultima cifra di A in B aumenta il prodotto in quanto

$$(10a' + c)B < a'(10B + c) \qquad \Leftrightarrow \qquad B < a'$$

il che è sempre vero visto che A ha almeno sei cifre (e quindi a' almeno cinque) mentre B ne ha non più di quattro. Quindi A e B devono avere entrambi cinque cifre.
Affrontiamo ora un problema un po' più generale: dato un numero pari di cifre vogliamo formare il massimo prodotto possibile fra due numeri lunghi n formati con le cifre assegnate. Con quali cifre dovranno iniziare i due numeri? Osserviamo che vale

$$A \times B = \frac{(A + B)^2 - (A - B)^2}{4}$$

quindi scegliendo le due cifre più grandi come cifre iniziali rendiamo contemporaneamnte

1. massima la somma $A + B$
2. minima la differenza $|A - B|$.

e quindi massimo il prodotto. Supponiamo ora di aver scelto in maniera ottimale le prime k cifre dei due numeri A e B. Quale scelta per la successiva cifra nei due numeri rende massimo il prodotto? Osserviamo che possiamo scrivere

$$A = a'x = a' \times 10^{n-k} + x, \qquad B = b'y = b' \times 10^{n-k} + y$$

dove x e y sono la parte finale di a e b, ancora da determinare, mentre a' e b' sono la parte iniziale già determinata. Quindi

$$A \times B = a'b' \times 10^{2n-2k} + (a'y + b'x)10^{n-k} + xy$$

Supponiamo ad esempio $a' \geq b'$. Vogliamo quindi scegliere la cifra successiva nei due numeri in maniera tale da rendere contemporaneamente massimi

1. xy: scegliendo fra le cifre rimanenti le due più grandi come prime cifre di x e y, in un qualche ordine.
2. $a'y + b'x$: scegliendo la più grande delle due come prima cifra di y (che viene moltiplicata per il numero più grande) e l'altra come prima cifra di x.

Con questa procedura otteniamo per passi successivi il prodotto massimo:

$9{-}{-}{-}{-}\times 8{-}{-}{-}{-} \quad \to \quad 96{-}{-}{-}\times 87{-}{-}{-} \quad \to \quad 964{-}{-}\times 875{-}{-} \quad \to$

$\to \quad 9642-\times 8753- \quad \to \quad 96420\times 87531 = 8439739020.$

Date le cifre 1,2,3,4,5,6,7,8,9 *siete in grado di individuare una procedura che vi fornisca il massimo prodotto di tre numeri formati con le cifre assegnate?*