

... e un po' di suddivisioni

Soluzione :

Osserviamo innanzitutto che grazie al fatto che il locandiere è disposto per lo meno a dare il resto il problema si riduce al seguente: qual'è il minimo numero di anelli che devono essere smontati dalla catena affinché il viandante sia in grado produrre un qualsiasi numero di anelli fra 1 e 23 come somma dei tratti di catena ottenuti? È chiaro che smontare un anello non sarà sufficiente: supponendo di smontare un anello intermedio si produrranno due pezzi di catena lunghi rispettivamente a e b (con $a + b = 22$). Utilizzando l'anello smontato e i due tratti di catena ottenuti si potranno formare al massimo i numeri

$$1, \quad a, \quad a + 1, \quad b, \quad b + 1, \quad a + b = 22, \quad a + b + 1 = 23$$

ossia, nel migliore dei casi, 7 numeri su 23. Smontando invece due anelli si otterrà chiaramente 1 e $1 + 1 = 2$, indipendentemente da quali anelli vengano smontati. Volendo ottenere 3 supponiamo di smontare il quarto anello della catena, in maniera tale da avere un pezzo di catena lungo 3. Potremo allora ottenere 3, $3 + 1 = 4$ e $3 + 1 + 1 = 5$. Volendo ottenere 6 supponiamo che il secondo anello sia smontato in un punto tale da formare un segmento di catena lungo 6. Avendo smontato il quarto anello, smontiamo quindi l'undicesimo. Allora potremo ottenere 6, $6 + 1 = 7$, $6 + 1 + 1 = 8$, $6 + 3 = 9$, $6 + 3 + 1 = 10$, $6 + 3 + 1 + 1 = 11$. Ora dovremmo formare 12 anelli, ma fortunatamente il pezzo che abbiamo ottenuto togliendo l'undicesimo anello ci ha fornito, oltre che al tratto lungo 6, anche un tratto lungo esattamente $23 - 11 = 12$. Possiamo quindi formare 12 e, avendo formato tutti i numeri da 1 a 11 usando solo gli altri pezzi di catena, aggiungendoli al pezzo da 12 otterremo tutti i numeri da 13 a 23.

In definitiva il minimo numero di anelli da smontare per pagare il locandiere è 2, e in particolare basta smontare il quarto e l'undicesimo anello.

Siete in grado di formulare una soluzione per una catena arbitrariamente lunga (diciamo con n anelli)?