Il gioco del Nim

Soluzione:

Scriviamo il numero di gettoni di ogni pila in base 2, vale a dire come somma di potenze di 2, dove ogni potenza di 2 appare al più una volta come fattore:
ad esempio 13=1+4+8. Vale la pena ricordare che per ogni numero intero questa decomposizione esiste ed è unica.
Diremo che una situazione è stabile se ogni fattore appare un numero pari di volte nella decomposizione delle pile; ad esempio
(13,6,5)=(1+4+8,2+4,1+4) non è stabile
mentre (3,6,5)=(1+2,2+4,1+4) lo è.

a)Se una situazione è stabile, il giocatore che deve giocare non può vincere in quanto ci sono almeno due pile; non solo, ogni colpo che deciderà di fare indurrà una situazione instabile.

b)Se una situazione è instabile o il giocatore in questione vince, in quanto rimane una sola pila, o può sempre fare diventare la situazione stabile.

Se all'inizio il numero di gettoni è dispari vuole dire che il fattore 1 appare un numero dispari di volte e allora la situazione è instabile e il primo a giocare ha quindi una strategia vincente:
lasciare ad ogni colpo l'avversario con una situazione stabile!

PS: Non abbiamo dimostrato le affermazioni a) e b).
Comunque, potete verificare voi stessi la veridicità delle due affermazioni, usando questa strategia e battendo i vostri amici al gioco del Nim!