Per cercare la coppia (x,y) di numeri, si devono esaminare tutte le coppie (Prodotto,Somma) in funzione delle dichiarazioni successive di Pietro e Stefano.

PASSO 1 (**Pietro: non so determinarli.**): Pietro non può rispondere questo vuole dire che il prodotto di x e y NON e'

- Un numero primo;
- un prodotto di due numeri primi (ex : 65 = 5*13),;
- un cubo di un numero primo (ex : 65 = 5*13),;
- il doppio del quadrato di un numero primo >10 (ex : 338 = 2*13*13 = 13*26 ; la scomposizione 2*169 e' impossibile);
- il multiplo di un numero primo >50 (ex :244 = 4*61).

I valori possibili di P sono dunque :12, 16, 18, 20, 24, 28, 30, 32, 36, 40, 42, 45, 48, 50, 52, 54, 56, 60, etc……

.

PASSO 2 (**Stefano: lo sapevo..**).: Il fatto che Stefano lo sapesse, significa che **S (somma di x e y) non e' la somma di due numeri il cui prodotto sarebbe stato escluso da Pietro**. Si possono quindi eliminare tutti i valori di S che sono due numeri primi. La congettura di Goldbach ci dice che ogni numero pari e' la somma di due numeri primi; certo, e' una congettura, e quindi non e' stata ancora dimostrata per TUTTI i numeri pari, ma comunque e' stata verificata fino a numeri estremamente grandi ed in particolare su numeri "piccoli" come quelli con cui trattiamo; dunque S e' un numero primo. Possiamo poi scartare anche il caso in cui S = 2 + numero primo p visto che P = 2*p ha una scomposizione unica. Si può anche togliere S = 51 visto che 51 = 17 + 34 e P = 17*34 non ha altre scomposizioni.

Infine S<53. Se S fosse più grande di 53, S si scriverebbe nella forma 53 + a e nel caso di Pietro si avrebbe P=53*a che corrisponde ad un'unica scomposizione.

Le somme possibili per Stefano si limitano quindi alla seguente lista: 11, 17, 23, 27, 29, 35, 37, 41, 47, 53.

Vi risparmiamo adesso la lista di tutti i possibili prodotti P per una data somma S della precedente lista: per fare un esempio per S=11 avremmo i valori 18 (9*2), 24 (8*3), 28 (7*4), 30 (6*5).

PASSO 3 **(Pietro: allora conosco i due numeri!):** Pietro non ha più dubbi, questo significa che il prodotto che ha in mano appare una volta sola nella tabella di tutti i possibili prodotti P per una data somma S, dove S appartiene alla lista considerata da Stefano. Ad esempio 30=5*6=2*15 non potrebbe essere soluzione in quanto e' associato a due somme, 11 e 17. Al contrario 28 andrebbe bene visto che 28 = 4*7 e' unico. E adesso che Pietro conosce Prodotto e somma dei due numeri x e y conosce anche x e y!

Ecco la tabella dei valori possibili per P per una data somma S, dove un dato P appare una volta sola.

S	VALORI POSSIBILI PER P=a*b con a+b=S
11	18 24 28
17	52
23	76 112 130
27	50 92 110 140 152 162 170 176 182
29	54 100 138 154 168 190 198 204 208

35	96 124 150 174 216 250 276 294 304 306
37	160 186 232 252 322 336 340
41	114 148 238 288 310 348 364 378 390 400 408 414 418
47	172 246 280 370 442 480 496 510 522 532 546 550 552
53	240 282 360 430 492 520 570 592 612 630 646 660 672 682 690 696 700 702

PASSO 4 **(Stefano: anch'io!):** La risposta di Stefano ha senso solo se alla somma che ha in mano corrisponde un solo prodotto P. Il solo caso possibile e' S=17 e P=52. Questo fa' si' che anche noi possiamo determinare i due numeri, che sono quindi 4 e 13.