

## Punti e segmenti: soluzione

Sì. Osserviamo innanzitutto che possiamo considerare solo insiemi di segmenti che colleghino punti rossi diversi a punti blu diversi (altrimenti i segmenti si toccherebbero nell'eventuale punto blu di arrivo). Di tutti i modi di collegare i punti rossi a quelli blu sotto questa condizione, scegliamo quello la cui somma delle lunghezze dei segmenti è la più piccola possibile. Mostriamo che per questa scelta due segmenti non si possono mai incrociare: notiamo anzitutto che due punti rossi  $r_1$  e  $r_2$  e due punti blu  $b_1$  e  $b_2$  qualsiasi definiscono sempre un quadrilatero, in quanto per ipotesi non esistono tre punti allineati. Se il punto rosso  $r_1$  è collegato al punto blu  $b_1$  e  $r_2$  a  $b_2$  e i due segmenti si incrociano, allora questi saranno le diagonali di un quadrilatero convesso.

Poiché la semisomma dei lati di un quadrilatero convesso è minore della somma delle diagonali, la somma dei segmenti  $[r_1 b_2]$  e  $[r_2 b_1]$  è più piccola della somma di  $[r_1 b_1]$  e  $[r_2 b_2]$ . Collegando i punti in questo modo avremmo una somma totale delle lunghezze minore, il che contraddice la nostra scelta iniziale. Quindi non ci possono essere intersezioni.

*Sapreste trovare un metodo per costruire effettivamente un collegamento che soddisfi alle condizioni richieste?*