

SOLUZIONE

Occorrono almeno quattro satelliti. Osserviamo innanzitutto che un satellite, per quanto lontano dalla superficie terrestre, coprirà di segnale strettamente meno di metà della superficie terrestre. Consideriamo allora tre satelliti disposti arbitrariamente nello spazio attorno alla terra.

Abbiamo allora due possibilità:

1. I tre satelliti sono allineati. Allora esiste un piano passante per i tre satelliti e per il centro della terra, e possiamo supporre senza perdere in generalità che questo sia il piano dell'equatore. Ma allora nessuno dei tre satelliti può mandare il segnale ai poli e quindi non tutta la superficie terrestre sarà coperta.
2. I tre satelliti non sono allineati, e allora esiste un unico piano passante per tutti e tre, che possiamo supporre essere parallelo al piano equatoriale. Se esso coincide con il piano equatoriale nessuno dei satelliti trasmette ai poli. Se invece, ad esempio, è più a sud del piano equatoriale, nessun satellite può trasmettere al polo nord.

In ogni caso tre satelliti non bastano per coprire tutta la superficie terrestre. E` facile vedere però che quattro satelliti disposti ai vertici di un tetraedro sufficientemente grande ricoprono di segnale tutta la superficie terrestre. In particolare basterà prendere i vertici di un qualsiasi tetraedro che contenga il tetraedro più piccolo che contiene la terra.