

# Lamento di un matematico

di PAUL LOCKHART (a partire da una traduzione di FAUSTA ZIBETTI)

*La matematica a scuola è stupida e noiosa: lo pensano molti studenti. Ecco qui un professore americano che è d'accordo con loro. Parla della scuola nel suo Paese, ma fa venir voglia di parlare anche della nostra... E la sua immagine della matematica di sicuro farà discutere...*

Quest'articolo è la traduzione della prima parte di un lungo pamphlet pubblicato nell'angolo di Keith Devlin nella rivista MAA Online del marzo 2008 all'indirizzo <http://www.maa.org/devlin/>. Allo stesso indirizzo si può trovare un resoconto delle reazioni che l'hanno seguito. Sul sito [www.xlatangente.it/](http://www.xlatangente.it/) nella sezione "zoom" è disponibile la traduzione integrale del saggio e di alcune riflessioni o risposte che l'hanno seguito.

## Paul Lockhart

Appassionato di Matematica, e soprattutto di teoria dei numeri, ha incominciato a lavorare come programmatore e maestro di scuola. Dopo essersi laureato nel 1990 alla Columbia University con Paul Erdős, ha insegnato in università fino al 2000, anno in cui ha deciso di tornare ad insegnare ai ragazzi. Così ora insegna matematica nella Saint Ann's School di Brooklyn, New York. Ciò che lo appassiona di più è riuscire a portare i bambini a guardarsi intorno con "occhi matematici".

Un musicista si sveglia da un terribile incubo. Nel sogno si è trovato in una società in cui l'educazione musicale è diventata obbligatoria. "Stiamo aiutando i nostri studenti a diventare più competitivi in un mondo sempre più pervaso dai suoni". Gli educatori, i sistemi scolastici e lo Stato devono farsi carico di questo vitale progetto. Si affidano studi, si formano commissioni e si prendono decisioni, il tutto senza la consulenza o la partecipazione di un solo musicista o compositore in attività. Dal momento che è noto che i musicisti sono soliti fissare le loro idee sugli spartiti musicali, questi curiosi segni neri e queste righe devono costituire il "linguaggio della musica". È indispensabile che gli studenti acquisiscano dimestichezza con questo linguaggio se vogliono conseguire una qualunque certificazione di competenza musicale; in effetti, sarebbe assurdo attendersi che un bambino canti o suoni uno strumento senza possedere una completa formazione nella notazione musicale e nella teoria. Suonare e ascoltare la musica, per non parlare del comporre un brano originale, sono considerate materie molto avanzate e sono generalmente rinviate al college e più spesso all'università. Sia per le scuole primarie che per quelle secondarie, l'obiettivo è allenare gli studenti a utilizzare questo linguaggio, a organizzare i simboli secondo una serie di regole predefinite: "La lezione di musica è il contesto nel quale prendiamo i nostri spartiti, i nostri insegnanti segnano alcune note sulla lavagna, e noi le ricopiamo o le trasponiamo in una chiave diversa. Dobbiamo accertarci di utilizzare correttamente le chiavi e le alterazioni in chiave, e i nostri insegnanti sono molto pignoli nel controllare che inseriamo tutte le semiminime. Una volta abbiamo dovuto risolvere un problema di scala cromatica e io l'ho risolto correttamente, ma il mio insegnante non mi ha dato un buon voto perché avevo disegnato le asticelle nel verso sbagliato". Nella loro saggezza, gli educatori si rendono presto conto che persino un bambino molto piccolo può recepi-

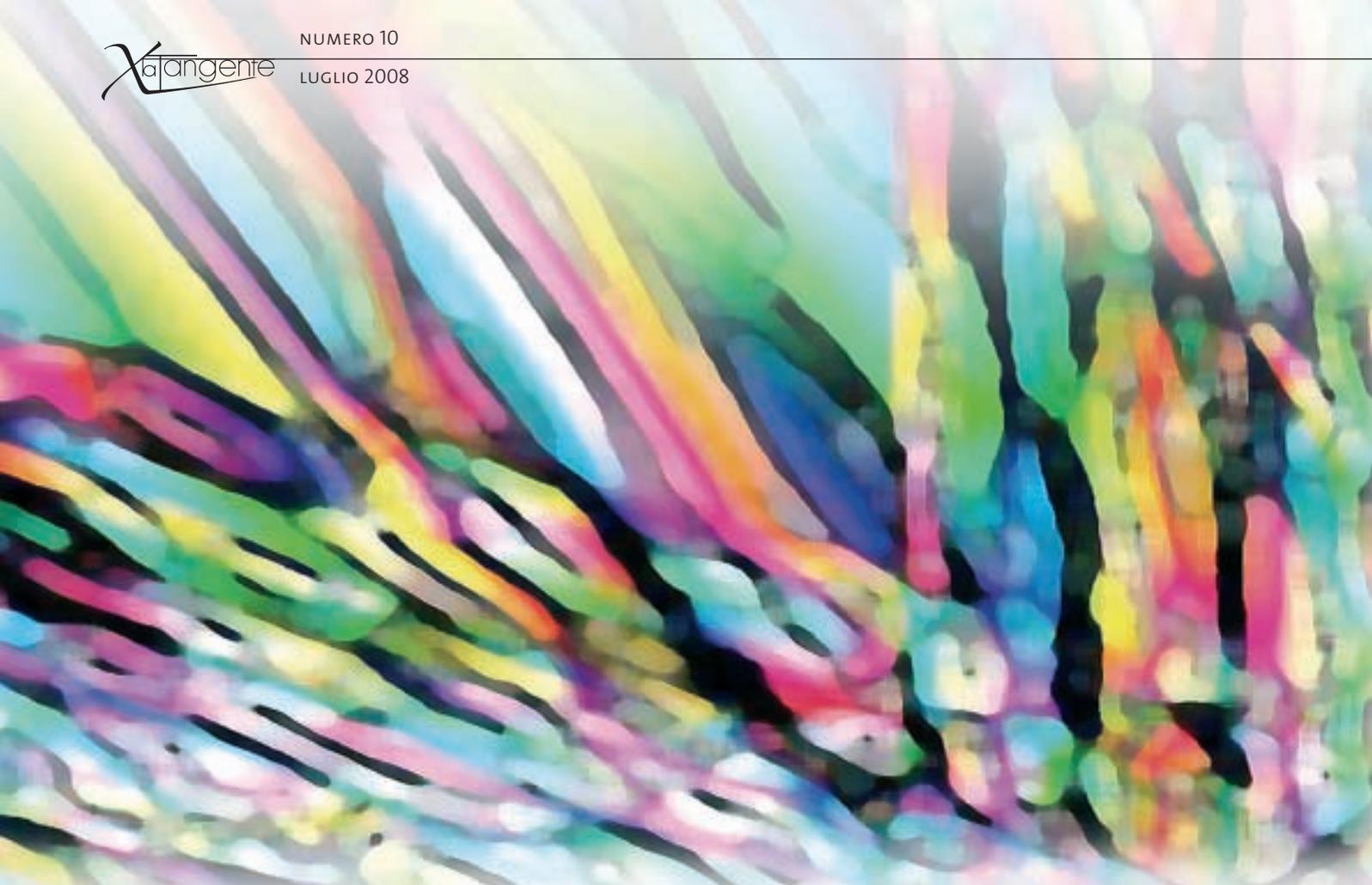
re questo tipo di istruzione musicale. Effettivamente si considera abbastanza vergognoso che uno studente del terzo anno non abbia memorizzato completamente gli intervalli di quinta. “Devo cercare un insegnante di sostegno di musica per mio figlio. Non si impegna a svolgere i suoi compiti di musica. Dice che è noioso. Si limita a sedersi, a guardare fuori dalla finestra, a canticchiare tra sé le melodie, inventando motivetti sciocchi”. Ai livelli più alti, la pressione aumenta. Dopo tutto, gli studenti devono essere preparati per i test nazionali e per gli esami di ammissione al *college*. Gli studenti devono frequentare i corsi di Scale e Modi, di Metro, di Armonia e di Contrappunto. “Hanno davvero tanto da imparare, ma più tardi, al *college*, quando finalmente cominceranno ad ascoltare musica, apprezzeranno il lavoro che hanno fatto alle scuole superiori”. Naturalmente, pochi studenti continuano ad occuparsi di musica, così soltanto pochissimi riescono ad ascoltare i suoni che quei segni neri rappresentano. Nondimeno è importante che ciascun membro della società sia in grado di riconoscere una modulazione o un brano di fuga, anche se molti non ne ascolteranno mai uno. “A dire il vero, la maggior parte degli studenti non va molto bene in musica. Si annoiano in classe, le loro prestazioni sono molto scadenti, e i loro compiti sono a malapena leggibili. Non si interessano minimamente di quanto la musica sia importante nel mondo attuale; vogliono soltanto frequentare il minor numero possibile di corsi di musica e vogliono smettere di occuparsene. Immagino che vi siano persone portate per la musica e altre che non lo sono per nulla. Avevo un'allieva, ma, accidenti, quanto era eccezionale! I suoi spartiti erano impeccabili: ogni nota al posto giusto, calligrafia perfetta, diesis, bemolle, proprio bella. Sarebbe diventata una musicista straordinaria, un giorno”.

### **La differenza tra la matematica e le altre arti, quali la musica e la pittura, è che la nostra cultura non la riconosce come tale**

Risvegliandosi in un bagno di sudore freddo, il musicista si rende conto, per fortuna, che si era trattato solo di un folle sogno. “Naturalmente!” – si rassicura – “Nessuna società ridurrebbe mai un'arte tanto bella e ricca di significato a qualcosa di così insensato e volgare; nessuna cultura può essere così crudele nei confronti dei suoi giovani da privarli di strumenti di comunicazione umana così naturali e appaganti. Che assurdità!”. Nel frattempo, all'altro capo della città, un pittore si è appena svegliato da un sogno analogo...

Ero sorpreso di ritrovarmi in un'aula ordinaria, senza cavalletti né tubetti di colore. “Oh, non pratichiamo effettivamente la pittura fino alle scuole superiori” mi fu detto dagli studenti. “Al settimo anno studieremo prevalentemente i colori e gli strumenti”. Mi mostrarono un foglio da disegno. Su un lato c'erano campioni di colore, ognuno con uno spazio libero a fianco: dovevano scrivervi i nomi dei colori corrispondenti. “Mi piace dipingere” precisò uno di loro. “Mi dicono che cosa fare e io lo faccio. È facile!”.

Dopo la lezione parlai con l'insegnante. “Ma i vostri studenti non dipingono veramente?” chiesi. “Beh, il prossimo anno incominceranno la Pre-Pittura-Con-I-Numeri. Questo li prepara alla più importante Pittura-Con-Le-Sequenze-Di-Numeri delle scuole superiori. Così inizieranno ad usare ciò che hanno imparato qui e lo applicheranno alle situazioni di pittura nella vita reale, intingendo il pennello nel colore, pulendolo, e cose del genere. Naturalmente noi teniamo conto delle capacità dei singoli studenti. I pittori davvero eccellenti – quelli che conoscono i loro colori e i loro pennelli in lungo e in largo – approdano alla pittura vera un po' prima. E alcuni di essi frequentano persino le lezioni di



Perfezionamento Avanzato per la promozione al *college*. Ma soprattutto noi cerchiamo di dare a questi ragazzi delle buone basi, così quando usciranno nel mondo reale e imbiancheranno la loro cucina non combineranno un pasticcio totale". "Ah, queste lezioni delle scuole superiori che hai nominato..."

"Intendi dire Pittura-Con-I-Numeri? Più tardi ti farò vedere l'incremento vertiginoso del numero di iscrizioni. Penso che sia dovuto, nella maggior parte dei casi, ai genitori che desiderano assicurarsi che il loro figlio frequenti un buon *college*. Niente fa più effetto di un Certificato Avanzato di Pittura-Con-I-Numeri in una pagella di scuola superiore." "Perché ai *college* interessa se sai riempire delle aree numerate con il colore corrispondente?"

"Beh, sai, è indice di un pensiero chiaro e logico. E naturalmente se uno studente sta pensando di specializzarsi in una delle scienze visive, come moda o decorazione di interni, allora è veramente una buona idea quella di presentare i fondamenti di pittura acquisiti durante le scuole superiori." "Capisco. Quando gli studenti dipingeranno liberamente, su una tela bianca?"

"Mi sembri uno dei miei insegnanti! Insistevano sull'espressione di sé, sui sentimenti e su cose del genere, astrazioni davvero fuori moda. Io stesso ho un diploma in Pittura, ma, a dir la verità, non ho mai lavorato molto con le tele bianche. Ho utilizzato soltanto le scatole di Pittura-Con-I-Numeri fornite dal Ministero dell'Istruzione".

Purtroppo, il nostro attuale sistema di formazione matematica ricalca esattamente questo genere di incubo. In effetti, se dovessi individuare un meccanismo pensato proprio per distruggere la naturale curiosità e l'amore per la creazione di schemi di qualsiasi bambino, non potrei far meglio di quanto è già stato fatto: non avrei la fantasia che è necessaria per

concepire quel genere di idee insensate e avvilenti per lo spirito che costituiscono l'attuale formazione matematica. Tutti sanno che c'è qualcosa che non va. I politici dicono: "Ci vogliono livelli più elevati". Le scuole dicono: "Abbiamo bisogno di maggiori risorse". Gli educatori dicono una cosa e gli insegnanti ne dicono un'altra. Hanno tutti torto. Gli unici che capiscono veramente che cosa stia succedendo sono quelli che molto spesso vengono bistrattati e poco ascoltati: gli studenti. Essi dicono: "Le lezioni di matematica sono stupide e noiose", e hanno ragione.

#### MATEMATICA E CULTURA

La prima cosa da capire è che la matematica è un'arte. La differenza tra la matematica e le altre arti, quali la musica e la pittura, è che la nostra cultura non la riconosce come tale. Ognuno capisce che i poeti, i pittori e i musicisti creano opere d'arte, e si esprimono con parole, immagini e suoni. In realtà, la nostra società è piuttosto generosa nei confronti dell'espressione creativa; architetti, cuochi e persino registi televisivi sono considerati artisti. E allora, perché non i matematici?

Una parte del problema sta nel fatto che nessuno ha la più pallida idea di che cosa facciano i matematici. Comunemente si pensa che abbiano qualcosa a che fare con la scienza: forse aiutano gli scienziati con le loro formule o forse, per una ragione o per un'altra, riempiono i computer di grandi numeri. Non c'è dubbio che se il mondo dovesse essere diviso in "poetici sognatori" e "pensatori razionali", la maggioranza delle persone collocherebbe i matematici nella seconda categoria.

Tuttavia il fatto è che non c'è nulla di così onirico e poetico, nulla di così radicale e sovversivo, e psichedelico, quanto la matematica. È tanto spazzante quanto la cosmologia o la fisica (i matematici "concepirono" i buchi neri molto prima che gli astronomi ne trovassero realmente

qualcuno), e consente maggiore libertà di espressione della poesia, dell'arte o della musica (che dipendono pesantemente dalle proprietà dell'universo fisico). La matematica è la più pura delle arti, ed è anche la più incompresa. Perciò cercherò di spiegare che cos'è la matematica e che cosa fanno i matematici. Non c'è niente di meglio che iniziare con un'eccellente descrizione di G. H. Hardy:

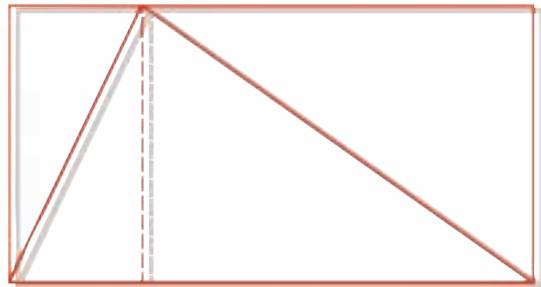
Un matematico, come un pittore o un poeta, è un creatore di schemi. Se i suoi schemi risultano più durevoli di quelli dei primi, è perché sono fatti di "idee".

Così i matematici si ritrovano tra loro per creare schemi di idee. Che genere di schemi? Che genere di idee? Idee sui rinoceronti? No, quelle le lasciamo ai biologi. Idee sul linguaggio e sulla cultura? Di solito no. Queste cose sono troppo complicate per il gusto della maggior parte dei matematici. Se in matematica c'è qualcosa che assomiglia a un principio estetico unificante, è sicuramente questo: "semplice è bello". Ai matematici piace riflettere sulle cose più semplici possibili, e le cose più semplici possibili sono "immaginarie". Per esempio, se ho voglia di riflettere sulle forme – e mi capita spesso – potrei immaginare un triangolo inscritto in un rettangolo:



Mi domando: il triangolo quanta parte occupa della superficie del rettangolo? I due terzi? La cosa importante da capire è che non sto parlando di "questo disegno" di un triangolo inscritto in un rettangolo. Non sto neppure parlando di "qualche triangolo" di metallo nel sistema di travi di un ponte. Non c'è alcun secondo fine pratico qui. Sto solo "giocando". Proprio in questo consiste la matematica: porre delle domande, giocare, divertirsi con la propria immaginazione. Per un verso, la domanda su quanta parte della superficie del rettangolo è occupata dal triangolo non ha alcun "senso" se la si riferisce a oggetti reali e concreti. Un triangolo concreto, per quanto sia stato realizzato con cura, è pur sempre un aggregato, irrimediabilmente complicato, di atomi che si muovono; cambia le sue dimensioni da un minuto all'altro. A meno che non vogliate parlare di qualche genere di misure "approssimate". Bene, ecco dove l'estetica entra in gioco. Il problema "concreto" non è affatto semplice e dipende da ogni genere di dettaglio del mondo reale: lasciamolo agli scienziati. Il problema "matematico" riguarda un triangolo immaginario inscritto in un rettangolo immaginario. I lati sono perfetti perché io voglio che lo siano: questo è il tipo di oggetto su cui preferisco riflettere. E questo è il cuore della matematica: le cose sono ciò che tu vuoi che siano. Tu hai una scelta illimitata; non c'è alcuna realtà che interferisca con te.

D'altra parte, dopo che hai fatto le tue scelte (per esempio potresti scegliere di volere che il mio triangolo sia isoscele, oppure no), le tue nuove creazioni fanno ciò che vogliono, che ti piaccia o no. Questo è il dato sorprendente dei modelli immaginari: ti rispondono! Il triangolo occupa una certa superficie del suo rettangolo, ma io non ho alcun controllo su quanto tale superficie sia estesa. C'è un numero là fuori, forse è due terzi, forse non lo è, ma non sono in grado di dire a che cosa corrisponda. Io devo "scoprire" a che cosa corrisponde. Così dobbiamo giocare e immaginare in libertà, realizzare schemi e porci delle domande su di essi. Ma come facciamo a rispondere a queste domande? Non è affatto come per la scienza. Non c'è alcun esperimento che possiamo fare con provette, strumenti e cose simili che ci diranno la verità su un prodotto della nostra immaginazione. L'unico modo per arrivare alla verità sulla nostra immaginazione è proprio quello di usare la nostra immaginazione: ed è una faccenda complicata. Nel caso del triangolo inscritto nel suo rettangolo, arrivo a vedere qualcosa di semplice e bello:



Se divido il rettangolo in due parti nel modo della figura qui sopra, posso osservare che ciascuna parte è divisa "diagonalmente" a metà dai lati del triangolo. Perciò lo spazio all'interno del triangolo è pari a quello che sta all'esterno. Ciò significa che il triangolo deve occupare esattamente la metà del rettangolo!

(Ecco così qualcosa che può dare l'idea di che cos'è un

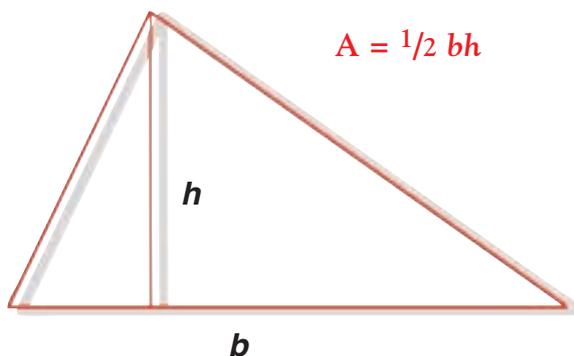


pezzo di matematica. E anche il breve racconto che l'accompagna dà un esempio dell'arte del matematico: porsi semplici ed eleganti domande sulle nostre creazioni immaginarie, e ingegnarsi a trovare spiegazioni soddisfacenti e belle. Non vi è nulla che si avvicini meglio al regno dell'idea pura; è affascinante, è divertente, ed è libero!

Ora, da dov'è nata questa mia idea? Come facevo a sapere di dover disegnare quella linea? Come fa un pittore a sapere dove appoggiare il pennello? Ispirazione, esperienza, tentativi ed errori, pura fortuna. Questa è la sua arte: creare queste brevi poesie di pensiero, questi sonetti di pura razionalità. C'è un meraviglioso fluire in questa forma d'arte. La relazione tra il triangolo e il rettangolo era un mistero, e poi proprio quella breve linea l'ha resa evidente. Non riuscivo a vedere, poi tutto a un tratto ci sono riuscito. In qualche modo, sono stato in grado di creare dal nulla una bellezza profonda e semplice, e in questo processo ho mutato me stesso. Non è forse questa l'essenza dell'arte?

Questo è il motivo per cui è così sconcertante vedere ciò che è stato fatto alla matematica a scuola. Una ricca e affascinante avventura dell'immaginazione è stata ridotta ad una sterile sequenza di "dati di fatto" da memorizzare e di procedure da seguire. Invece di una semplice e naturale domanda sulle forme, e di un processo creativo e gratificante di invenzione e scoperta, gli studenti sono alle prese con questo:

Formula dell'area del triangolo:



School bus di Francesco Pallante, [www.flickr.com/photos/isco72/1418733058](http://www.flickr.com/photos/isco72/1418733058)

“L'area del triangolo è uguale a base per altezza diviso due”. Agli studenti si chiede di memorizzare questa formula e poi di “applicarla” ripetutamente negli “esercizi”. Se ne vanno così il brivido, la gioia, persino il dolore e la frustrazione dell'atto creativo. Non c'è più neppure un “problema”. La domanda è stata posta e al tempo stesso le è stata data una risposta: allo studente non è rimasto più niente da fare.

Ora, permettetemi di essere chiaro. Non è certo sulle formule, o sul memorizzare fatti interessanti, che sto facendo obiezioni. Sono importanti in alcune situazioni, e hanno tanto senso quanto ce l'ha lo studio di un vocabolario che ti aiuta a creare opere d'arte più elaborate e più ricche di sfumature. Ma non è il “fatto” che il triangolo occupi metà dell'area del rettangolo ciò che importa. L'interesse sta nella bella “idea” di dividerlo con una linea, e nel modo in cui questa bella idea ne può ispirare altre e può farci fare passi avanti significativi in problemi diversi: qualcosa che una semplice presa d'atto dei fatti non darà mai.

Eliminare il processo creativo e lasciarne solo i risultati ha come sicura conseguenza il fatto che nessuno potrà mai sentirsi coinvolto nella questione. È come “dire” che Michelangelo ha creato una bella scultura, senza farla “vedere”. Come posso pensare di esserne ispirato? (Anzi, è molto peggio di così: almeno in quel caso è sottinteso che “c'è” un'arte della scultura che mi viene impedito di apprezzare...).

Se ci si concentra sul “che cosa” e si trascurava il “perché”, la matematica si riduce a un guscio vuoto. L'arte non sta nella “verità”, ma nella spiegazione, nella dimostrazione. È la dimostrazione stessa che assegna un contesto alla verità, e definisce che cosa è stato realmente detto ed inteso. La matematica è “l'arte della spiegazione”. Se si nega agli studenti l'opportunità di intraprendere questa attività – porsi i propri problemi, elaborare le proprie congetture e le proprie scoperte, sbagliare, essere creativamente frustrati, avere un'ispirazione, e mettere insieme le proprie personali spiegazioni e prove – si nega loro la matematica stessa. Perciò no, non mi sto lamentando della presenza dei fatti e delle formule nei nostri corsi di matematica, mi sto lamentando della mancanza della “matematica” nei nostri corsi di matematica.

Se il vostro insegnante di arte vi dicesse che la pittura consiste nel riempire delle aree numerate, capireste che c'è qualcosa che non va. Il sistema culturale vi informa – ci sono i musei e le gallerie – e c'è dell'arte anche in casa vostra. La pittura è a ragione considerata dalla società come un mezzo di espressione umana.

Parimenti, se il vostro insegnante di scienze cercasse di convincervi che l'astronomia consiste nel predire il futuro di una persona basandosi sulla sua data di nascita, pensereste che è matto: la scienza è penetrata nella cultura a tal punto che quasi tutti sanno qualcosa di atomi, di galassie e di leggi della natura. Ma se il vostro insegnante di matematica vi dà l'impressione, sia esplicitamente che implicitamente, che la matematica consiste in formule e definizioni e nel memorizzare algoritmi, chi vi rad-drizzerà?

Il problema culturale è un mostro che si autoriproduce: gli studenti imparano la matematica dai loro

insegnanti, gli insegnanti la imparano dai loro insegnanti, così la mancanza di comprensione e di apprezzamento per la matematica nella nostra cultura si replica all'infinito. Anzi, peggio, la perpetuazione di questa "pseudo-matematica", questa enfasi sulla manipolazione accurata e senza senso di simboli, crea la sua propria cultura e il suo peculiare sistema di valori. Coloro che vi si sono assuefatti ricavano dal proprio successo una straordinaria autostima. L'ultima cosa che vorrebbero sentirsi dire è che la matematica ha a che fare davvero con la creatività naturale e con la sensibilità estetica. Molti studenti universitari sono rimasti male quando hanno scoperto, dopo dieci anni durante i quali si sono sentiti ripetere che erano "bravi in matematica", che in realtà non avevano alcun vero talento matematico ed erano semplicemente bravi a seguire delle indicazioni. La matematica non consiste nel seguire delle indicazioni, consiste nel trovare nuove vie.

E non ho neppure accennato alla mancanza di critica matematica nella scuola. Agli studenti non è mai stato rivelato il segreto che la matematica, come la letteratura, è creata dagli esseri viventi per il proprio piacere; che le attività della matematica sono soggette al giudizio critico, che ciascuno può possedere e sviluppare un "gusto" matematico. Un frammento di matematica è come una poesia, e noi possiamo domandarci se soddisfa i nostri criteri estetici: è fondata questa dimostrazione? Ha senso? È semplice ed elegante? Mi conduce sempre più vicino al cuore del problema? Naturalmente non si pratica alcuna critica a scuola: non c'è alcuna arte da sottoporre a giudizio critico!

Perché non vogliamo che i nostri ragazzi imparino la matematica? Forse perché non abbiamo fiducia in loro, perché pensiamo che sia troppo difficile? Abbiamo la sensazione che siano in grado di elaborare ragionamenti e di trarre le proprie conclusioni su Napoleone, e allora perché non sui triangoli? Penso che ciò avvenga semplicemente perché per cultura noi ignoriamo che cosa sia la matematica. L'impressione che ne stiamo dando è che sia qualcosa di molto freddo e particolarmente tecnico, che nessuno può mai comprendere: una profezia compiuta in se stessa, se mai ce ne fosse una.

Sarebbe abbastanza spiacevole se la cultura ignorasse del tutto la mate-

matica, ma ciò che è persino peggio è che ora la gente pensa di sapere che cos'è la matematica ed evidentemente è vittima dell'equivoco che la matematica sia in qualche misura utile alla società! Questa è in effetti una enorme differenza tra la matematica e le altre arti. La matematica è vista dalla cultura come una specie di strumento funzionale alla scienza e alla tecnologia. Tutti sanno che la poesia e la musica sono concepite per il puro divertimento e per l'esaltazione dello spirito umano (e da qui segue la loro possibile eliminazione dal curriculum delle scuole di stato). Invece no, la matematica è... importante.

**SIMPLICIO:** Stai davvero cercando di sostenere che la matematica non offre alcuna applicazione utile o pratica alla società?

**SALVIATI:** Naturalmente no. Sto semplicemente suggerendo che solo perché capita che qualcosa abbia conseguenze pratiche, ciò non significa che "si esaurisca" in questo. La musica può incitare gli eserciti alla battaglia, ma non è questo il motivo per cui si scrivono sinfonie. Michelangelo ha decorato una volta, ma sono sicuro che avesse in mente altre cose più nobili.

...

**SIMPLICIO:** Ma non pensi che se i corsi di matematica fossero gestiti più come i corsi di arte, un sacco di allievi non imparerebbe nulla?

**SALVIATI:** Non stanno imparando nulla già ora! Meglio non avere alcun corso di matematica piuttosto che fare ciò che si fa oggi. Almeno alcune persone potrebbero avere la fortuna di imparare da sole qualcosa di bello.

**SIMPLICIO:** Così elimineresti la matematica dal curriculum scolastico?

**SALVIATI:** La matematica è già stata eliminata! L'unica domanda è che cosa fare del guscio insulso e vuoto che rimane. Naturalmente preferirei sostituirlo con un coinvolgimento attivo e gioioso nelle idee matematiche.

...

**SIMPLICIO:** Bene, sono completamente depresso. E ora?

**SALVIATI:** Be', mi è venuta un'idea che riguarda una piramide inscritta in un cubo...

