Il *linguaggio* della matematica

di Maria Dedò

Il linguaggio della matematica è, o perlomeno può essere, estremamente respingente: quante volte accade che qualcuno, magari non troppo "addentro" alla disciplina, valuta se iniziare o no una lettura semplicemente sfogliando le pagine di un libro o di un articolo e… finisce per scappare davanti a simboli e formule!

Ma anche chi è "dentro" la disciplina può "scappare" nell'identico modo, magari da un testo tecnico che riguarda un campo che gli/le sia meno familiare, oppure in una giornata in cui semplicemente "non ha voglia" di fare quella fatica che comunque effettivamente richiede il testo scritto in "matematichese".

Dimostrazione: Definiamo $K\omega$ come

$$
\begin{aligned}
(K\omega)(x,t)[V_1,\dots,V_p] &= \int_{-\infty}^{+\infty}\phi(s)ds\int_{-\infty}^{t}\omega(x,s)[\partial_t,V_1,\dots,V_p]ds \\
&\quad -\int_{-\infty}^{t}\phi(s)ds\int_{-\infty}^{+\infty}\omega(x,s)[\partial_t,V_1,\dots,V_p]ds \\
= \int_{-\infty}^{t}\omega(x,s)[\partial_t,V_1,\dots,V_p]ds &- \int_{-\infty}^{t}\phi(s)ds\int_{-\infty}^{+\infty}\omega(x,s)[\partial_t,V_1,\dots,V_p]ds \\
&= \int_{-\infty}^{t}\omega(x,s)[\partial_t,V_1,\dots,V_p]ds - \left(\int_{-\infty}^{t}\phi(s)ds\right)\pi^*\Psi(\omega).
\end{aligned}
$$

Una prima cosa da far osservare a tutti coloro che protestano per quanto è difficile il linguaggio della matematica è il fatto che TUTTI i linguaggi tecnici possono risultare incomprensibili ai non addetti ai lavori: avete mai letto un saggio di architettura? o di storia dell'arte? o – peggio ancora, perché questo invece dovrebbe proprio dirigersi a chiunque – un manuale di istruzioni per l'uso di un qualsiasi oggetto tecnologico?

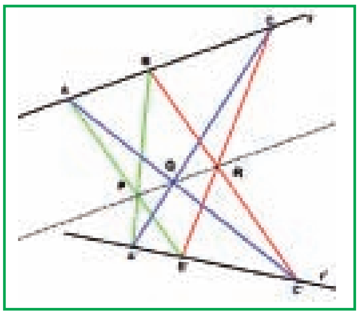
Torniamo alla matematica; il linguaggio matematico è una conquista fantastica dell'umanità: rappresenta in qualche modo il sogno della comunicazione oggettiva e non ambigua (vedi il box qui sotto).
Del resto, anche molti insegnanti, soprattutto della scuola dell'obbligo, hanno verificato che il linguaggio della matematica può essere prezioso ai fini della comunicazione: quando ci si trova a gestire il problema di ragazzi di madrelingua diversa dall'italiano e, a volte, appena arrivati in Italia, con scarsissima padronanza della nostra lingua, può essere proprio la matematica una via per iniziare un processo di comunicazione e di accoglienza che li faccia sentire "alla pari" con gli altri ragazzi.

Rigore assoluto?

Il linguaggio della matematica ha una pretesa di rigore, coerenza e non ambiguità che il linguaggio comune non ha (e non può, non vuole, non deve avere!). Nel linguaggio comune il fatto di giocare con le sfumature di significato, e anche con le ambiguità sottese da queste sfumature è una ri-

Erlangen e gli omini verdi

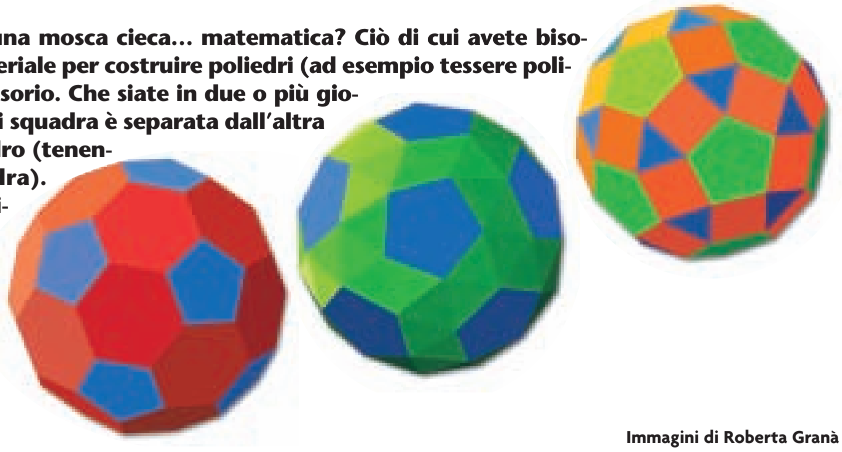
La prima volta che ho sentito parlare del programma di Erlangen (che *XlaTangente* ha citato nel n. 11) è stato (molti anni fa…) all'interno di una storia che riguarda alcuni omini verdi che ci potrebbero osservare dai loro dischi volanti e con i quali noi, da una spiaggia su cui possiamo scrivere in grossi caratteri, vogliamo trovare il modo di comunicare in pace. È una bella scoperta accorgersi che la matematica può essere uno strumento di comunicazione più universale del linguaggio: scrivere "Ciao!" potrebbe non essere di grande aiuto, mentre possiamo credere che gli omini debbano sapere un po' di matematica, se sono arrivati a costruire dei dischi volanti. E, nell'ambito della matematica, disegnare sulla spiaggia un teorema di geometria può essere più utile che scrivere "2 + 2 = 4" con simboli che, magari, sono diversi da quelli che loro usano… Ma (e qui entra il programma di Erlangen), se vogliamo disegnare sulla spiaggia un teorema per farlo recepire dagli omini verdi che ci guardano da un disco volante, il teorema di Pappo può servire allo scopo meglio del teorema di Pitagora: ovvero, abbiamo bisogno di un teorema di geometria proiettiva, che non corra il rischio di essere frainteso a seconda del punto di osservazione.



Se A,B,C sono tre punti qualsiasi sulla retta r e A'B'C' tre punti qualsiasi sulla retta r', allora i tre punti di intersezione P (fra le rette AB' e A'B), Q (fra le rette AC' e A'C) e R (fra le rette BC' e B'C) sono tre punti allineati.

Mosca Cieca

Avete mai immaginato di giocare a una mosca cieca… matematica? Ciò di cui avete bisogno è qualche poliedro, un po' di materiale per costruire poliedri (ad esempio tessere poligonali assemblabili tra loro) e un divisorio. Che siate in due o più giocatori, dividetevi in due squadre. Ogni squadra è separata dall'altra tramite il divisorio e sceglie un poliedro (tenendolo nascosto all'altra squadra). L'obiettivo è quello di dare una descrizione del poliedro in modo tale che l'altra squadra riesca a ricostruirlo. Non si possono utilizzare immagini, ma solo… parole! Alla fine si toglie il divisorio e si controlla se il poliedro costruito è uguale a quello descritto dall'altra squadra.



Immagini di Roberta Granà

sorsa, risorsa a cui noi siamo abituati a ricorrere (magari solo inconsapevolmente) nella vita comune, e di cui i maestri della lingua fanno viceversa un uso a volte mirabile.
Nel linguaggio della matematica invece ogni parola, al primo utilizzo, va definita. E una definizione è ("per definizione…"!) qualcosa di cui siamo sicuri che tutti le attribuiranno lo stesso significato, senza fraintendimenti.
Ma… è proprio così?

Ci sono almeno tre aspetti che contrastano questa pretesa di assoluto rigore e assoluta non ambiguità.

Il primo: nessun testo, neanche un articolo di matematica diretto a matematici, è mai completamente rigoroso (perlomeno secondo i canoni della logica formale); si tratta, sempre, di trovare un accettabile compromesso fra le esigenze di rigore e le esigenze di comunicabilità e – ovviamente! – la decisione se tale compromesso è accettabile o no dipende dal contesto e dagli interlocutori.

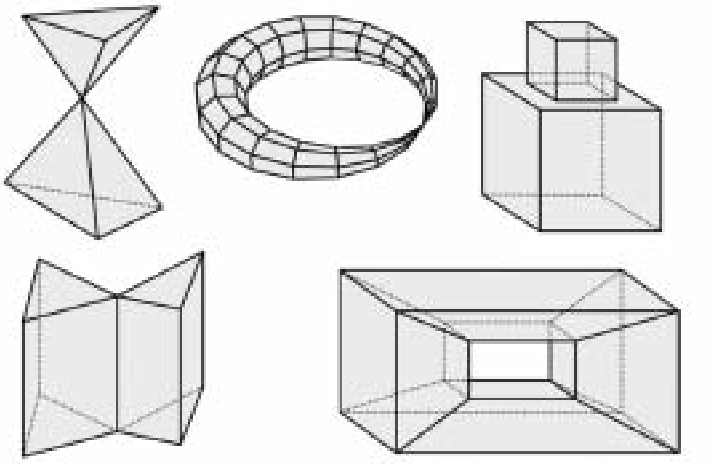
Il secondo: un conto è ciò che viene scritto, altro conto è come questo viene letto e interpretato; una frase può essere meravigliosamente rigorosa e assolutamente non ambigua, ma, se presuppone delle "regole del gioco" e viene letta da chi queste regole del gioco non ha, ecco che l'ambiguità cacciata dalla porta rispunta dalla finestra.

Il terzo: a volte (ad esempio scrivendo un articolo per *XlaTangente*…!) si può decidere consapevolmente che si VUOLE rinunciare al linguaggio "matematichese".
Approfondiamo questo terzo aspetto, che è quello che qui ci tocca più direttamente.
Innanzitutto, come i lettori più affezionati di *XlaTangente* ben sanno, rinunciare al linguaggio "matematichese" non significa rinunciare al tentativo di rigore, chiarezza e coerenza che si può cercare di perseguire anche utilizzando la lingua "normale": non c'è bisogno di usare i connettivi logici per distinguere la condizione necessaria dalla sufficiente e per accorgersi che l'implicazione "se non giochi non vinci" non è logicamente equivalente all'affermazione "se giochi vinci"!
È chiaro però che, abbandonando il linguaggio rigoroso della matematica, bisogna stare più attenti e calibrare le frasi pensando a chi legge, e cercando di minimizzare i rischi di un'interpretazione ambigua. Questo è indubbiamente un rischio, e una fatica, supplementare.
Che però – secondo noi – vale la pena di correre.
Non solo perché, sapendo di dirigersi a interlocutori con un livello non omogeneo di conoscenze matematiche, il linguaggio matematico sarebbe pericoloso e potrebbe prestarsi a fraintendimenti, ma anche perché in questo modo cresce la possibilità di essere letti e compresi, magari anche da categorie di interlocutori che non avrebbero nemmeno fatto un tentativo con un diverso linguaggio.

Una definizione

Un sottoinsieme connesso S di $\mathbb{R}^3$ è una *superficie poliedrale* se è l'unione di un numero finito di poligoni P_j nello spazio in modo tale che risultino soddisfatte le seguenti condizioni:

1. l'intersezione di due facce, se non è vuota, è o uno spigolo o un vertice comune alle due facce;
2. ogni spigolo appartiene ad esattamente due facce;
3. due facce adiacenti non sono complanari;
4. comunque si fissi un vertice v, e due facce f e g che contengono v, esiste una catena di facce $f_1, \ldots, f_n$, tutte contenenti v e tali che $f = f_1$, $g = f_n$ e f_i sia adiacente a f_{i+1}, per ogni $i = 1, \ldots, n-1$.



E, soprattutto, per un altro motivo meno evidente – e che quindi più ci preme qui sottolineare – cioè che, insieme a quello che si perde, passando al linguaggio "normale", c'è anche qualcosa che si guadagna, con il recupero della ricchezza espressiva e in un certo senso della stessa ambiguità che, favorendo accostamenti inediti, può diventare una ri-

sorsa enorme per il formarsi di immagini mentali e quindi proprio dei concetti astratti.
Pensate, giusto per fare un esempio, alle "storie" che abbiamo raccontato nei dossier dedicati alla quarta dimensione (*XlaTangente* n. 4/5 e 6): in quel caso l'ambiguità era voluta (anche se naturalmente si cercava di tenerla sotto controllo, e di non farla partire… per la tangente), perché proprio l'ambiguità sta alla base della ricerca di analogie che permettono di aiutare il lettore a formarsi una "pittura mentale" degli oggetti quadridimensionali.

E, in questa capacità di recupero di valori positivi per l'ambiguità, certamente vale la pena osservare il ruolo (potentissimo!) che possono avere i linguaggi non verbali: e quindi le immagini e, dove possibile, anche le immagini in movimento e/o i modelli tridimensionali.

Certo, il messaggio matematico contenuto in un'immagine non è mai "rigoroso" e l'immagine esalta ancora di più questa ricerca di associazioni di idee e quindi di ambiguità. E va quindi usata come tale, con i limiti e le cautele del caso.

Il tentativo del Centro *matematita* con il sito *Immagini per la matematica* è proprio quello di mettere a disposizione uno strumento che aiuti a non rinunciare all'utilizzo delle immagini e a imparare viceversa a usarle al meglio, minimizzandone i rischi di fraintendimento e esaltandone le potenzialità.
E anche questa rivista ha da sempre contribuito a questo lavoro di ricerca sull'utilizzo delle immagini, non solo con l'attenzione prestata al supporto iconografico agli articoli, ma anche (con la rubrica "*la via delle immagini*") con il tentativo di esplorare nuovi canoni originali di comunicazione attraverso le immagini.

Immagini per la matematica

Chi ha detto che un libro di matematica debba contenere soltanto un grande numero di formule incomprensibili ai più? Chi ha detto che la matematica si possa spiegare soltanto con le formule o le parole? Perché spesso questa materia è percepita come troppo lontana dal quotidiano? (vedi l'articolo di Paola Gallo a pag. 33).

Ci sono due passi che solitamente accompagnano l'apprendimento e che fanno scattare la curiosità: il primo è la sorpresa per qualcosa di bello e il secondo è il riconoscimento di analogie o legami con quanto già si conosce.
La proposta di immagini per spiegare un concetto può rivelarsi preziosa proprio in ambito matematico, in quanto sia l'effetto emotivo, sia la percezione di collegamenti e il processo di associazione mentale sono particolarmente favoriti dalla comunicazione non verbale.

Il sito *Immagini per la matematica* realizzato a cura del centro *matematita* si propone a visitatori di ogni categoria, dal ragazzo della scuola media allo scienziato, dallo scultore all'architetto e al matematico, da chi voglia utilizzarlo per lavoro a chi lo consulti soltanto per passione. Certo l'intento è sempre anche quello di favorire il rapporto con la temutissima disciplina....
Il cuore del sito è il catalogo che consente di accedere ad un albero che ha tredici rami principali e centinaia di sottorami su cui sono logicamente distribuite più di 10.000 immagini raccolte e utilizzate nel tempo per le più svariate attività del centro: mostre, pubblicazioni, presentazioni, corsi di formazione e attività di laboratorio.

Donatella De Tommaso
www.matematita.it/materiale/

Immagine di Gian Marco Todesco

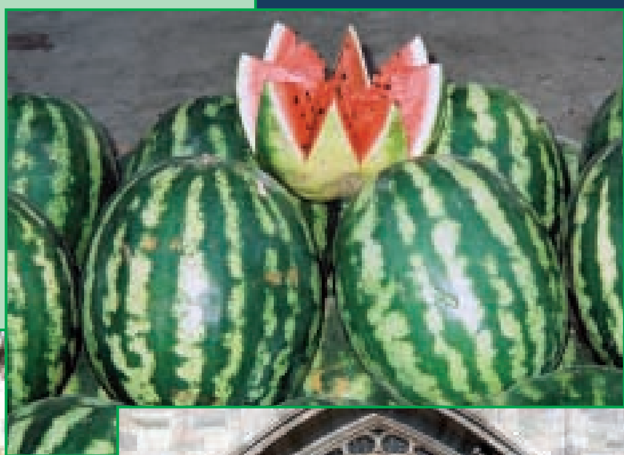


Foto di Annamaria Sautter