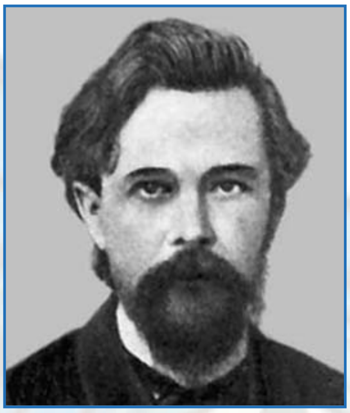
La scuola russa di probabilità

In Russia Čebyšëv aveva aperto la strada a ricerche importanti nell'ambito del calcolo della probabilità. Molti suoi allievi, tra cui A. Markov, contribuirono a far progredire in modo decisivo lo studio dei processi aleatori. Grazie a ciò A. Kolmogorov riuscì a formulare in modo assiomatico la nozione di probabilità



Andreï Markov (1856-1922)

Andreï Markov e Alexandre Liapounov si conoscono tra i banchi del liceo di Nijni Novgorod, e danno inizio a una profonda amicizia che continuerà negli anni a venire. Decidono entrambi di studiare Matematica e si iscrivono all'Università di San Pietroburgo nel 1874, dove seguono con passione i corsi di Pafnutij L'vovič Čebyšëv (1821-1894). Dedicano così le loro vite alla Matematica, seguendo le orme del loro maestro.
Alexandre Liapounov (1857-1918) si specializza su alcune ricerche applicate all'idrostatica. Ciò nonostante, nel 1901 dà una dimostrazione del teorema del limite centrale basata sulle funzioni caratteristiche. Nel 1917 ottiene una posizione a Odessa sul Mar Nero dove può curare sua moglie malata di tubercolosi, che purtroppo muore nel 1918. Di lì a poco, Alexandre mette fine alla propria vita per il dolore causato dalla morte della moglie.

Un altro allievo di Čebyšëv è stato Gueorgui Voronoï (1868-1908), che si dedica soprattutto alla Teoria dei numeri, campo in cui il maestro aveva dato i contributi più interessanti della sua opera. Voronoï si interessa anche di reticoli e di poliedri, e mette le basi di quella che ai giorni nostri viene chiamata Geometria computazionale.

Andreï Markov (1856-1922) si iscrive all'Università di San Pietroburgo nel 1874, dove segue un seminario diretto da due allievi di Čebyšëv, entrambi professori di Analisi matematica: Igor Zolotarev (1847-1878) e Alexandre Korkin (1837-1908).

Le prime ricerche di Markov riguardano alcuni problemi sulle equazioni differenziali. Ciò nonostante, affascinato dai corsi del maestro stesso, comincia a occuparsi della Teoria dei numeri e pubblica il suo primo articolo in questo settore con l'approvazione di Čebyšëv.
Sebbene la probabilità venga collegata a Markov, è soltanto quando compie 50 anni che comincia la sua fortunata avventura nel calcolo della probabilità. Inizia applicando un metodo che utilizza le frazioni continue che Čebyšëv aveva introdotto; poi dà una dimostrazione del teorema del limite centrale sotto ipotesi più generali di quelle usate all'epoca. Tuttavia, è lo studio dei processi aleatori che assicura gloria alla sua opera, in particolare di quelli che portano il suo nome (vedi box in basso), che saranno rivisti e ampliati da uno dei suoi studenti, Sergueï Bernstein (1880-1968), e da Norbert Wiener (1894-1964). In effetti, Markov dà così inizio a una nuova branca della Teoria della probabilità che si rivelerà molto feconda.

Cremlino e Piazza Voznesenskaya nel 1900

Processi aleatori, catene di Markov

Già nel numero 33 di *XlaTangente* abbiamo visto cosa sono le catene di Markov. Si tratta di processi aleatori particolari. Consideriamo una successione di eventi aleatori, come il lancio di un dado per infinite volte. Ciascun lancio avviene a un tempo discreto rispetto alla variabile temporale. Si parla allora di *processo aleatorio discreto*. Si dice *processo aleatorio di Markov* se la previsione del futuro dipende solo dal presente e non dalla conoscenza degli eventi passati, precedenti a quello presente. Ad esempio, quando, a un dato istante, si conoscono le posizioni degli scacchi in una partita, la conoscenza delle posizioni precedenti all'istante fissato non comporta alcuna indicazione per proseguire la partita.

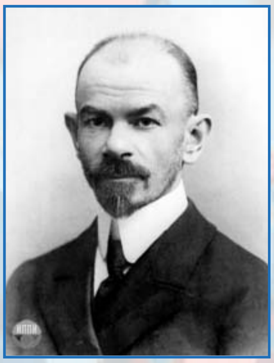
Gli assiomi di Kolmogorov

Uno spazio di probabilità viene definito come una terna (I, A, P), dove I indica un insieme non vuoto, indica A una famiglia di sottoinsiemi di I tale che:
i) l'insieme I appartiene alla famiglia A;
ii) per ogni sottoinsieme S della famiglia A, anche il complementare di S appartiene ad A;
iii) l'unione di una collezione numerabile di sottoinsiemi della famiglia A appartiene ad A,
e dove P è una funzione che ad ogni sottoinsieme S della famiglia A associa un numero, P(s) nell'intervallo [0,1] (P(s) è detto la *probabilità dell'insieme s*) con la proprietà che P(I)=1 e che se (C_n) è una collezione numerabile di sottoinsiemi di I che appartengono ad A, e che sono a due a due disgiunti, allora la probabilità dell'unione dei sottoinsiemi C_n è uguale alla sommatoria delle probabilità P(C_n).


Foto di Konrad Jacobs, MFO©
Andreï Kolomogorov

In disgrazia sotto il regime zarista, manifesta la sua ostilità alla celebrazione del 300° anniversario della dinastia Romanov nel 1913 con l'organizzazione del 200° anniversario della legge dei grandi numeri. Nel 1917 insegna a Oscar Zariski a Mosca presso una scuola secondaria. Ritorna poi a San Pietroburgo, dove si ammala e muore nel 1922.

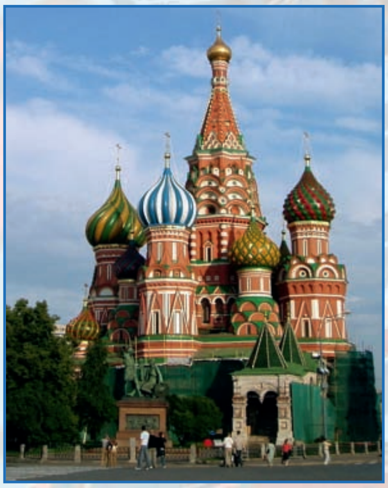
Nel 1917 la Russia vede salire al potere il regime comunista. Lo stesso anno, Markov – come Liapounov – fugge da San Pietroburgo. Il centro di gravità della scuola matematica russa diventa allora Mosca, la nuova capitale. Dmitri Egorov è il matematico più in vista dell'università moscovita. È al corrente dei lavori recenti sugli sviluppi della teoria della misura (iniziata con i lavori di Émile Borel e Johann Radon) e dimostra un teorema importante che porta il suo nome.


Dmitri Egorov (1869-1931)

Un suo studente, Nikolaï Luzin (1883-1950) diventa professore all'Università di Mosca nel 1917 e lavora sulla teoria della misura. Ha il grande merito di formare dei grandi allievi che seguono regolarmente il suo seminario. Tra di loro, Pavel Alexandrov e Pavel Uryshon si indirizzano verso la Topologia. Alexandre Khintchine si interessa del calcolo della probabilità, introducendo nel 1923 (parallelamente a Paul Lévy) la nozione di variabile aleatoria ed estende i lavori di Markov sui processi aleatori.
Per comprendere come queste teorie si siano evolute, basta ricordare che la teoria degli insiemi elaborata alla fine del XIX secolo ha permesso di creare una teoria dell'integrazione più precisa definendo la nozione di misura. Già Emile Borel aveva compreso che tale definizione avrebbe permesso di sistematizzare la teoria della probabilità per cui un insieme corrisponde a un evento aleatorio e la sua misura - compresa tra 0 e 1 - alla sua probabilità.

Altro allievo di Luzin è Andreï Kolomogorov (1903-1987) studia e insegna all'Università di Mosca e si interessa sin da subito alla teoria degli insiemi. In seguito, sulla base delle idee di Borel, introduce negli anni '20 del '900 alcuni assiomi di probabilità, che vengono ormai accettati da tutta la comunità matematica.

Con Kolmogorov il calcolo della probabilità diventa una scienza esatta, accettata da tutti come un branca a sé stante della Matematica. Nel 1930, Kolmogorov sviluppa risultati interessanti sui processi aleatori, in particolare sulle catene di Markov. Negli anni successivi, si occupa della teoria dell'informazione, dando una risposta negativa, nel 1957, al tredicesimo problema di Hilbert, grazie all'aiuto del suo allievo Vladimir Arnold. Si occupa anche di sistemi dinamici, contribuendo al teorema KAM, così chiamato dai nomi dei matematici Kolmogorov, Arnold e Moser.


David Crawshaw
Cattedrale di San Basilio a Mosca

Da Čebyšëv a Kolmogorov, i matematici russi hanno fatto progredire in modo sostanziale la Teoria della probabilità. I processi aleatori – introdotti da Markov – hanno mostrato la loro forza nel realizzare modelli matematici nelle discipline più disparate, dai mercati azionari ai fenomeni meteorologici, e gli assiomi introdotti da Kolmogorov si sono rivelati essenziali per gettare basi solide e rigorose per la teoria della probabilità usata ai giorni nostri.

Adattamento da *L'école probabiliste russe*
di Bertrand Hauchecorne, *Tangente* 132, pp. 22-23