

Il più vicino possibile...

di ENEA G. BONGIORNO

D'inverno, vi sarà capitato spesso di vedere delle automobili con il parabrezza ricoperto di un sottile strato di ghiaccio per l'effetto combinato dell'umidità e del freddo.

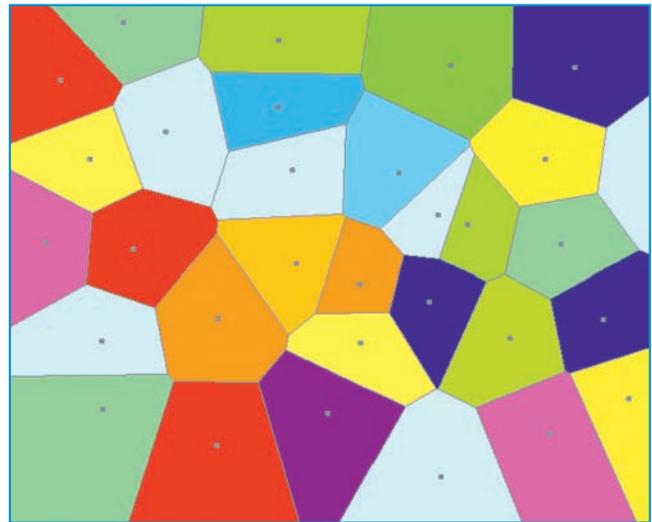
Tale strato è dovuto alla creazione (in tempi casuali e in punti del parabrezza, in generale, pure casuali) di cristalli dalle dimensioni molto piccole, addirittura infinitesime, che crescendo ricoprono tutto il parabrezza; in altre parole, il parabrezza viene "tassellato" dai cristalli di ghiaccio che si creano e che crescono nell'arco della notte.

Ebbene, per i cristallografi (e anche per i matematici, che poi così normali non sono) è interessante studiare la struttura geometrica finale di questo mosaico di cristalli e in particolare delle superfici lungo cui si toccano due cristalli, dette *interfacce cristalline*, che si formano sul parabrezza. In altre parole, sono interessati a proporre un modello matematico che possa descrivere il mosaico finale costituito dai cristalli che si sono formati nel tempo.

Come su tutti i modelli che descrivono un fenomeno reale, inizialmente occorre fare alcune semplificazioni o, meglio, alcune assunzioni; in particolare, supponiamo che:

- il parabrezza sia perfettamente piatto;
- il processo sia iniziato simultaneamente in certi punti (che prendono il nome di *generatori*) in cui si sono formati dei cristalli di dimensioni piccolissime;
- i generatori rimangono fissi durante tutto il processo di crescita (cioè, i cristalli non possano muoversi sul parabrezza);
- tutti i cristalli crescono con la stessa velocità;
- ciascun cristallo cresca con velocità costante lungo tutte le direzioni "libere" (cioè, ad ogni istante di tempo, ogni cristallo sia un cerchio);
- ciascun cristallo smetta di crescere lungo una data direzione se quest'ultima è già occupata da un altro cristallo, cioè il cristallo cessa di essere un cerchio dopo essersi toccato con un altro cristallo.

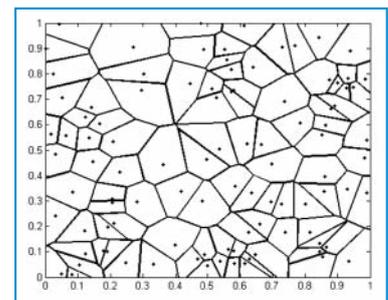
Quante ipotesi, direte voi! In realtà si tratta di assunzioni ragionevoli che permettono di fare alcune previsioni sul mosaico che si viene a formare. Ad esempio, dopo un tempo sufficientemente lungo, l'intero parabrezza viene ricoperto dai cristalli. In questo modo il parabrezza viene ripartito in cristalli che si toccano lungo interfacce cristalline. Questa partizione forma una tassellazione che gode di una bella pro-



Un diagramma di Voronoi

rietà: i punti del cristallo del mosaico centrato in un generatore sono più vicini a tale generatore che ad ogni altro. Le partizioni di questo tipo prendono il nome di *diagrammi di Voronoi* dal russo Georgij Voronoi (1868-1908).

Descrivere i diagrammi di Voronoi e le loro applicazioni al mondo reale non è banale: oltre all'esempio del parabrezza (per il quale ringrazio il prof. Vincenzo Capasso), citiamo quello dell'astronomo interessato alla struttura



dell'universo, oppure quello dell'archeologo che cerca di identificare zone di influenza di diverse tribù, o, anche, quello dell'amministrazione di una città che deve pianificare la dislocazione di scuole/ospedali/uffici pubblici, quello dell'operatore telefonico che deve stabilire dove posizionare i propri ripetitori, quello del fisiologo che studia come i capillari riforniscono di ossigeno i tessuti muscolari, ecc. Torneremo a parlarne nei prossimi numeri.

I diagrammi di Voronoi

Dato un insieme finito S di punti del piano, un diagramma di Voronoi per tale insieme è la partizione del piano che associa a ogni punto p di S una regione, detta cella, in modo che tutti i punti della cella siano più vicini al punto p che a ogni altro punto in S .

Enea G. Bongiorno

È ricercatore a tempo determinato in Statistica presso il Dipartimento di Studi per l'Economia e l'Impresa dell'Università degli Studi del Piemonte Orientale. I suoi interessi di ricerca riguardano principalmente la Probabilità e la Statistica Matematica. In passato ha collaborato per due anni come "ricercatore" con l'iniziativa MATH.en.JEANS.

