

Finito e infinito: uno esclude l'altro?

Istituto Comprensivo Bagatti Valsecchi – Varedo (MB)

Classi: 2A, 2B, 2C e 2D

Insegnante di riferimento: Alessandra Barlassina

Ricercatore: Giacomo Bella

Ragazzi partecipanti: Matteo Bertolini, Carlotta Casati, Ilaria Consonni, Anna Cusa, Riccardo Fumagalli, Williaa Gariboldi, Lorenzo Gregorutti, Sara Locati, Davide Marzorati, Dragos Neacsu, Mattia Nocito, Alessandro Nodari, Margherita Novati, Marco Pagani, Gaia Pilotto, Lorenzo Proserpio, Simone Ragusa, Melissa Shao, Mattia Simone, Asia Montini, Silvia Regondi, Giulia Sassi, Alice Spagnolo, Giulia Spinelli, Paola Zampar, Lorenzo Zumbo

IL PROBLEMA

Il problema riguarda una figura frattale. Partendo da un triangolo equilatero, si costruiscono sui suoi lati triangoli equilateri con lati lunghi $\frac{1}{3}$ di quello di partenza. Questa figura viene chiamata fiocco di neve di Koch. Che cosa possiamo dire della sua area? E del perimetro? Aumenteranno all'infinito o ci sarà un limite?

Analizzando il fiocco di neve di Koch ci siamo accorti che, nello stesso oggetto, finito e infinito possono coesistere.

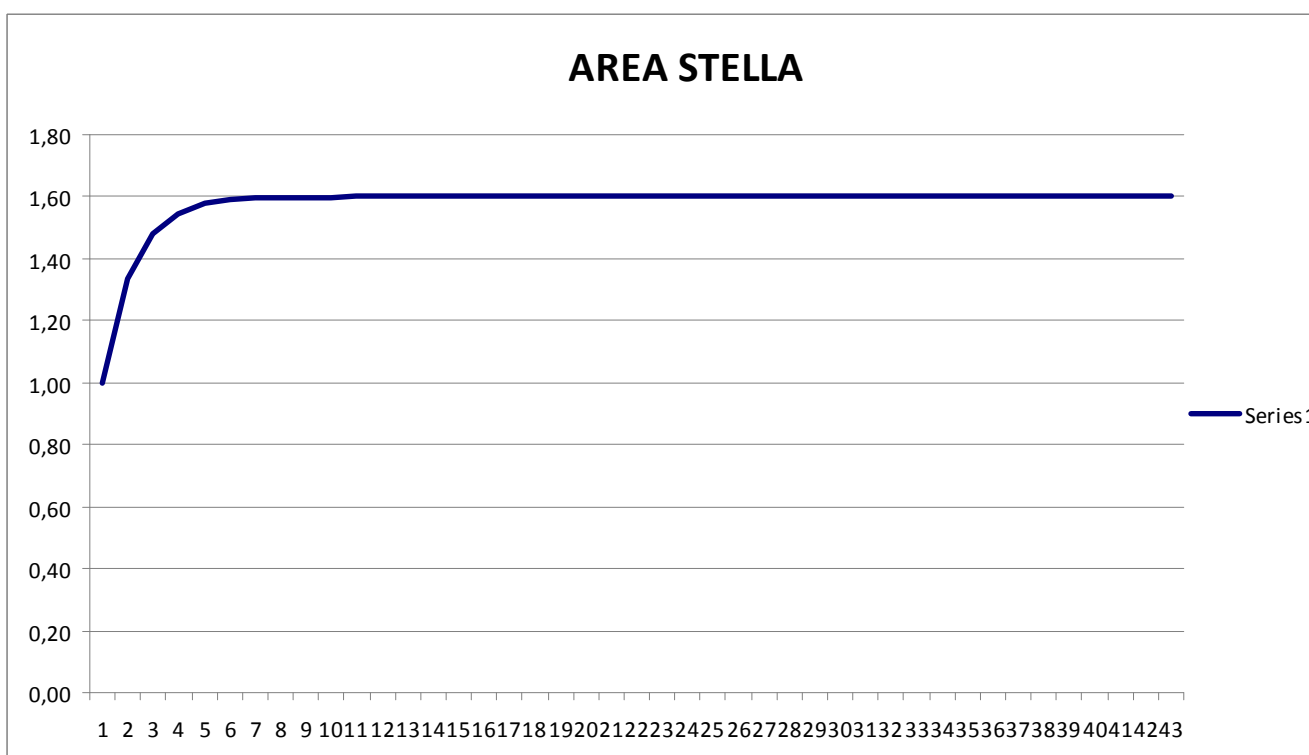
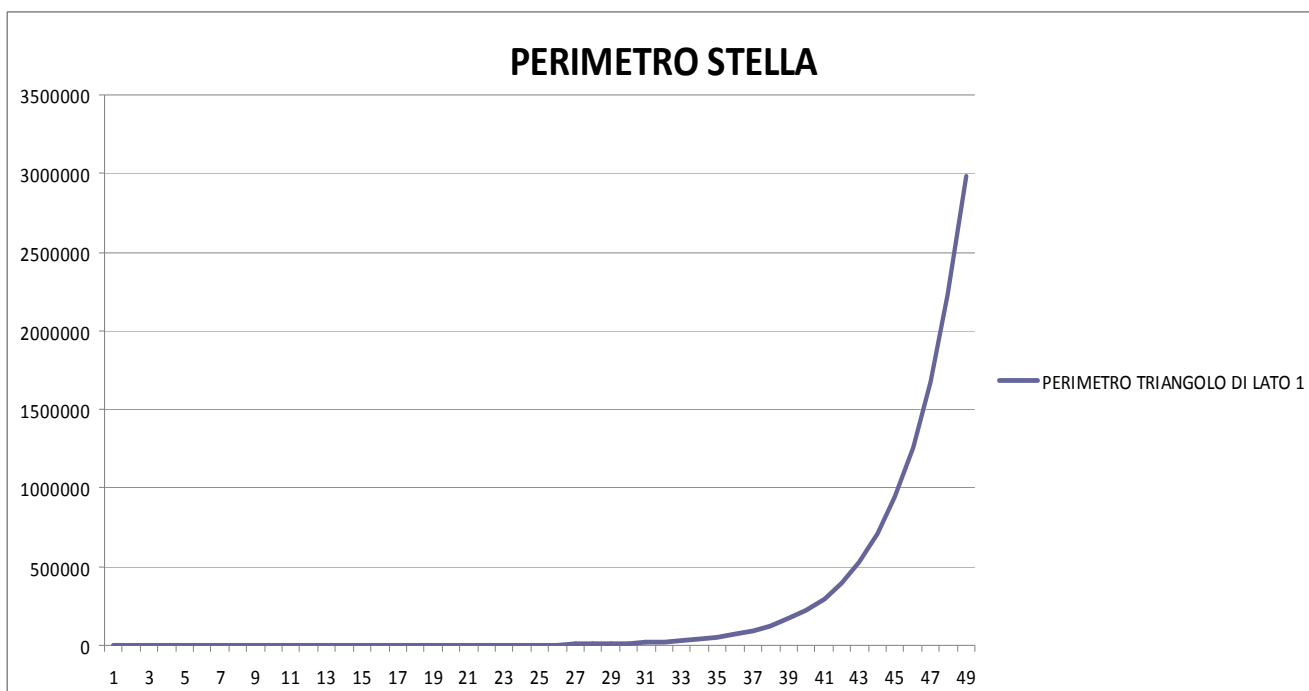


I ragazzi hanno lavorato in gruppo. All'inizio hanno calcolato l'area e il perimetro dei vari stadi del fiocco di neve di Koch, calcolando di volta in volta gli aumenti successivi.

Due sono state le strategie seguite dai gruppi: partire da un triangolo con area = 1 o da un triangolo con lato = 1. Lo stesso metodo è stato seguito per il perimetro: partire da un triangolo con perimetro = 1 o da un triangolo con lato = 1.

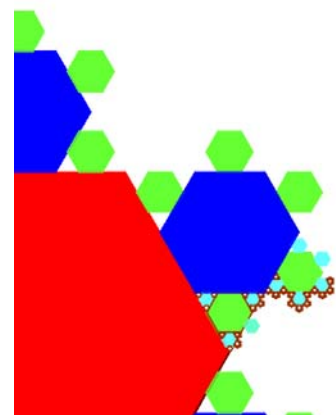
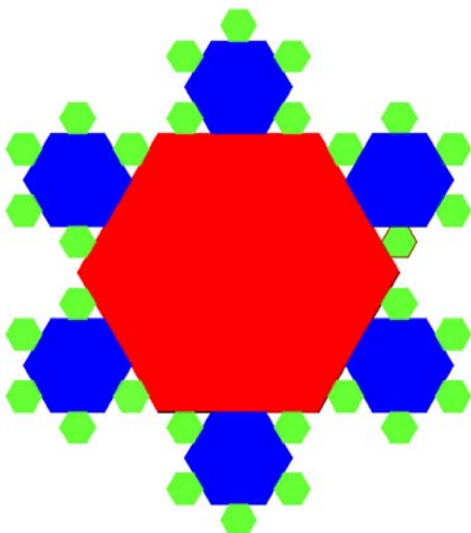
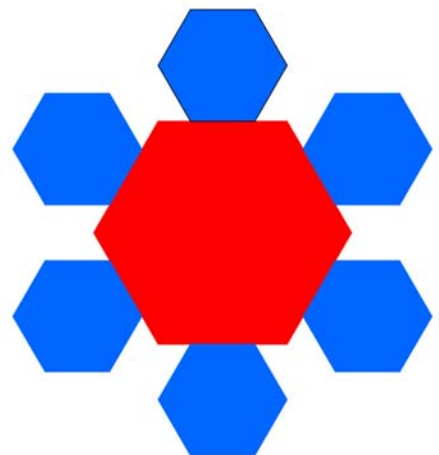
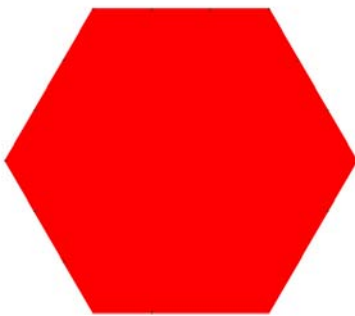
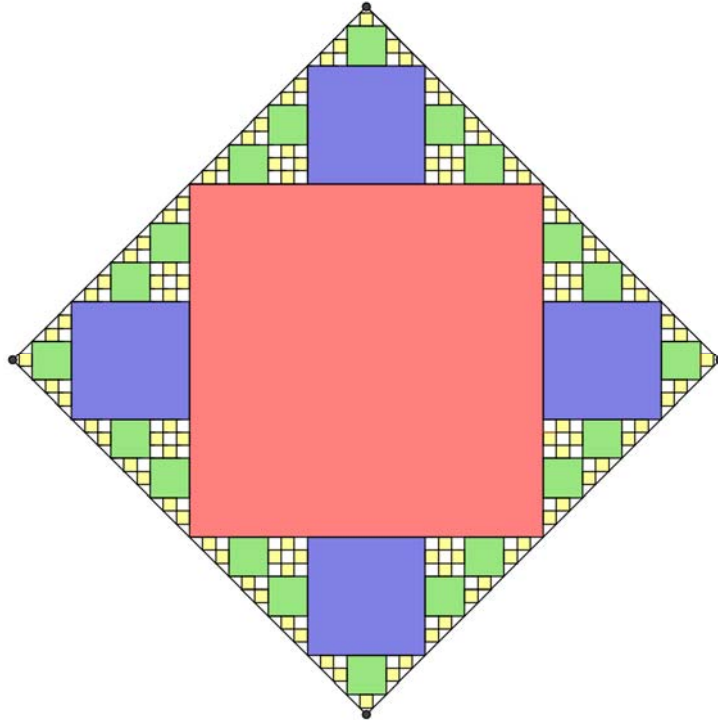
Poi è stata trovata una formula che permetteva di vedere come cambiano area e perimetro, nei vari passaggi. In questo modo si è potuto sfruttare il programma Excel con il quale si è simulato di arrivare al 50° passaggio, sia per quanto riguarda l'area che il perimetro.

Utilizzando i valori ottenuti, sono stati costruiti grafici che rappresentano in modo più immediato i risultati del lavoro: il perimetro aumenta sempre di più e tende all'infinito; anche l'area aumenta, ma sempre meno e tende ad un valore limite.



Due gruppi hanno poi lavorato su altre figure: un gruppo è partito da un quadrato e l'altro da un esagono.

Anche con queste figure si è constatato che l'area tende a un limite mentre il perimetro aumenta sempre più. Le costruzioni grafiche, però, hanno dato risultati diversi.



In particolare, la costruzione del frattale partendo dall'esagono ha dato problemi, in quanto, nei passaggi oltre il terzo, non siamo riusciti a costruire su tutti i lati liberi un esagono, e questo ci ha impedito di trovare una formula per calcolare l'area e il perimetro ad ogni passaggio.

Per quanto riguarda il frattale costruito partendo dal quadrato, un gruppo di alunni ha lavorato sulla lunghezza della distanza tra due estremi della figura, sommando tutte le misure dei lati dei quadrati che si costruiscono di volta in volta. Sempre sfruttando Excel si è arrivati al valore di 1,99999...., quindi possiamo supporre che tenda a 2. Il che è ragionevole perché si tratta della misura della diagonale del quadrato avente per lato la diagonale del primo quadrato di lato 1, e quindi avente il lato $\sqrt{2}$.

