

C'è tensione in superficie

Istituto comprensivo "Galilei" – Busto Arsizio (VA)

Classi: 2A, 2B, 2C, 3B, 3C, 3D e 3E

Insegnanti di riferimento: Maria Ausilia Sora, Alessandra Zanzottera

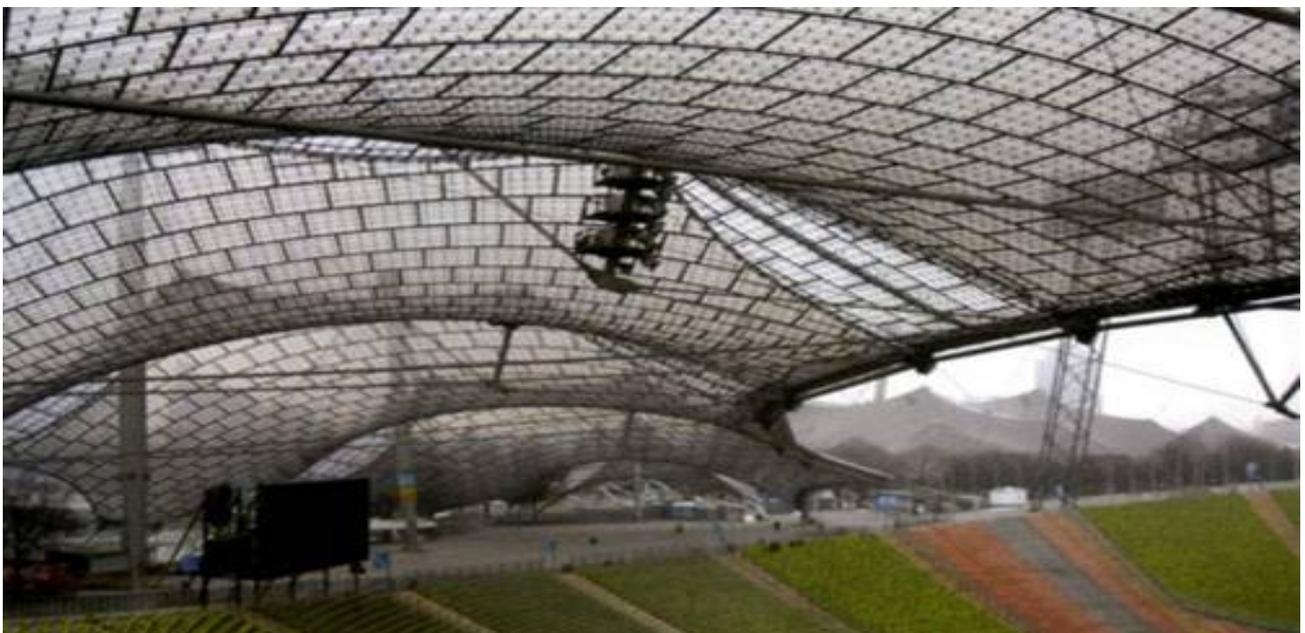
Ricercatrice: Elisa Massafra

Partecipanti: Jacopo Caruso, Alessia Chiarelli, Riccardo Cinotti, Kalkidan Cocco, Evans Colaizzi, Luca Colombo, Beatrice Dalla Rosa, Chiara Dalle Vedove, Marco Durosini, Arianna Ertani, Matteo Giannico, Alessia Maino, Giulia Menini, Elena Moretto, Veronica Nardi, Elena Parise, Sara Pellegatta, Gabriele Pelosi, Matteo Petazzi, Sara Pozzi, Elisa Radicioni, Alessia Riello, Cristiano Riganti, Cristina Ronayna Viera, Beatrice Scala, Ilaria Scandura, Luca Toffano, Silvia Tronconi, Nikoleta Xhajaj.

Chi non ha mai provato a fare una bolla di sapone e osservare tutti i colori che su di essa appaiono?

Fare bolle di sapone è da sempre un divertimento. Tutti noi abbiamo giocato con le bolle di sapone. Quello che meraviglia è la forma sferica e perfetta delle bolle, i loro colori, la loro trasparenza, la loro leggerezza... Con lamine sottili di acqua saponata si possono fare esperimenti interessanti e giochi divertenti.

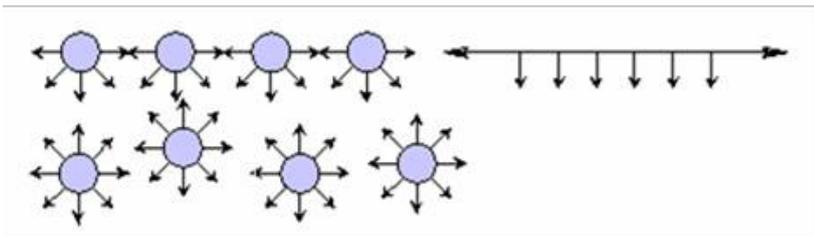
Abbiamo scoperto che le bolle di sapone sono uno degli argomenti più interessanti in molti settori della ricerca scientifica: dalla matematica alla chimica, dalla fisica alla biologia, ma anche nell'architettura e nell'arte...



Una bolla può esistere perché lo strato superficiale di un liquido (molto spesso acqua) ha una certa tensione superficiale.

Che cos'è la tensione superficiale?

Una molecola di un liquido attira le molecole che la circondano ed a sua volta è attratta da esse. Le molecole che si trovano all'interno del liquido si trovano in equilibrio rispetto alle altre. Le molecole che si trovano in superficie vengono attratte dalle molecole sottostanti e da quelle laterali, ma non verso l'esterno, quindi la risultante è una forza diretta verso l'interno del liquido. A sua volta, la forza di coesione fra le molecole fornisce una forza tangenziale alla superficie.



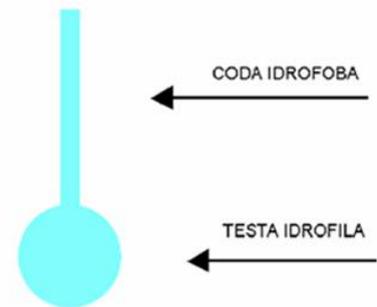
La superficie di un liquido si comporta dunque come una membrana elastica che avvolge e comprime il liquido sottostante. La tensione superficiale esprime la forza con cui le molecole superficiali si attraggono l'un l'altra.

Che cosa sono i tensioattivi?

Una bolla fatta da un liquido puro da solo non è stabile ed è necessario, quindi, sciogliere un tensioattivo, ad esempio il sapone, per stabilizzarla.

I tensioattivi sono sostanze che hanno la proprietà di abbassare la tensione superficiale di un liquido.

Le molecole di sapone (o di un altro tensioattivo) sono costituite da una coda idrofoba e da una testa idrofila.



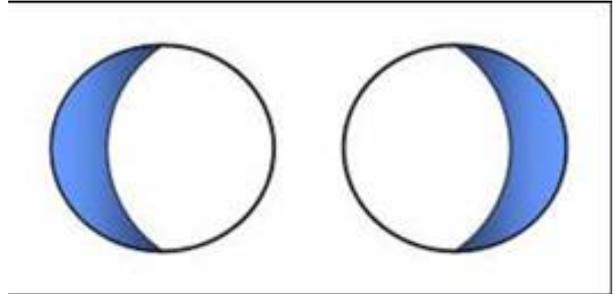
LAMINE DI SAPONE

Abbiamo realizzato un telaio circolare in fil di ferro. Immergendo il telaio nella soluzione e poi estraendolo con molta delicatezza, mantenendolo parallelo alla superficie del liquido, si può vedere che la lamina si forma dapprima vicino al cerchio e mano a mano che si tira fuori il telaio si forma una superficie concava sempre più grande, che alla fine si stacca completamente dal liquido per formare un'unica lamina piana.



Questo succede perché le code “idrofobe” del sapone non riescono a creare legami con le molecole di acqua e quindi tendono a disporsi al di fuori del liquido, mentre le teste “idrofile” rimangono a contatto con il liquido. Quindi se si estrae un telaio metallico da una bacinella di acqua e sapone, le molecole di sapone si attaccano al filo trascinando con loro molecole d’acqua. Si forma così una lamina, costituita da due strati di molecole di sapone fra i quali l’acqua resta intrappolata.

Abbiamo quindi legato un filo di cotone ai due estremi del diametro del telaio circolare in fil di ferro. Una volta immerso in acqua e sapone abbiamo ottenuto una sottile lamina di sapone. Bucando una delle due parti in cui la lamina risulta divisa dal filo di cotone, abbiamo ottenuto una lamina a forma di semiluna. La forza che tende il filo è la tensione superficiale. Nel momento in cui si rompe una parte della pellicola, la forza esercitata sul filo non è più equilibrata da quella dovuta alla presenza della lamina nella parte opposta, quindi il filo si tende e la lamina occupa l’estensione minore possibile.

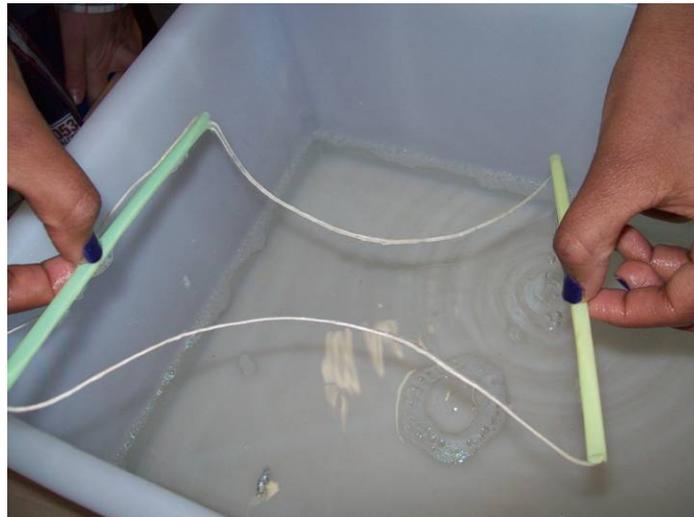
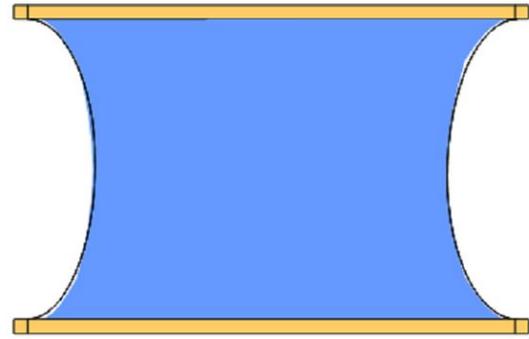


Per studiare ulteriormente gli effetti della tensione superficiale abbiamo costruito un **telaio rettangolare** usando delle cannucce e del filo di cotone.

Immergiamo il telaio in acqua e sapone, lo estraiamo delicatamente e notiamo che i due fili di cotone tendono ad avvicinarsi formando due archi.

Ripetiamo l'esperimento mettendo al posto del filo di cotone dello spago che, essendo più rigido, dovrebbe opporre più resistenza. Ripetiamo molte volte questi esperimenti e giungiamo ad una conclusione: i fili vengono attratti l'uno dall'altro, la distanza tra le due cannucce si riduce e l'area della lamina di sapone diminuisce. Cambiando modellino, da quello con il filo di cotone a quello con lo spago, notiamo che la variazione di distanza cambia.

Abbiamo fatto delle misure e ottenuto con filo di cotone una riduzione della distanza di circa 32%; con spago una riduzione di circa 15%.



Su un telaio circolare in fil di ferro con un filo di cotone abbiamo inserito un cappio. Immergiamo il telaio in una soluzione di acqua saponata; una volta estratto, otteniamo una sottile lamina di sapone. Successivamente, foriamo la parte interna al cappio aiutandoci con uno stuzzicadenti. Quando la lamina interna al laccio viene bucata, il filo si tende fino a diventare una circonferenza. Questo accade perché le forze esercitate sul filo dalla lamina internamente ed esternamente perdono il proprio equilibrio. Da tutto ciò segue che la lamina che rimane all'esterno del buco ha la minima superficie che è possibile ottenere usando quel contorno.



Ma perché risulta proprio una circonferenza?

Abbiamo confrontato alcune figure geometriche e abbiamo calcolato l'area di poligoni con lo stesso perimetro, cioè ISOPERIMETRICI.

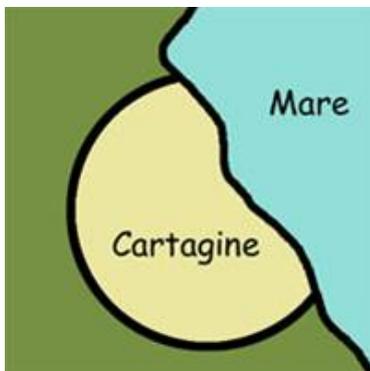
Abbiamo quindi verificato che, a parità di perimetro, l'area maggiore è quella del cerchio.

Questo risultato è noto da millenni. Già Virgilio nel libro I dell'Eneide riportata la leggenda della regina Didone.

*Quindi Dido commossa, ordine occulto
di fuggir tenne, e d'adunar compagni;
che molti n'adunò, parte per odio,
parte per tema di sì rio tiranno.
Le navi che trovar nel lido preste,
caricar d'oro, e far vela in un subito.
Giunsero in questi luoghi, ov'or vedrai
sorgere la gran cittade e l'alta rocca
de la nuova Cartago, che dal fatto
Birsa no mossi, per l'astuta merce
che, per fondarla, fè di tanto sito
quanto cerchiar di bue potesse in tergo.
(Eneide: libro I, 580-594)*



La leggenda a cui allude Virgilio è quella secondo cui Didone, arrivata in Africa, chiese al potente Larba, re dei Gentili, un tratto di terra per potervi costruire una città. Il re non volendogliela concedere, le assegnò in segno di scherno tanta terra quanta ne potesse circondare con la pelle di un bue.



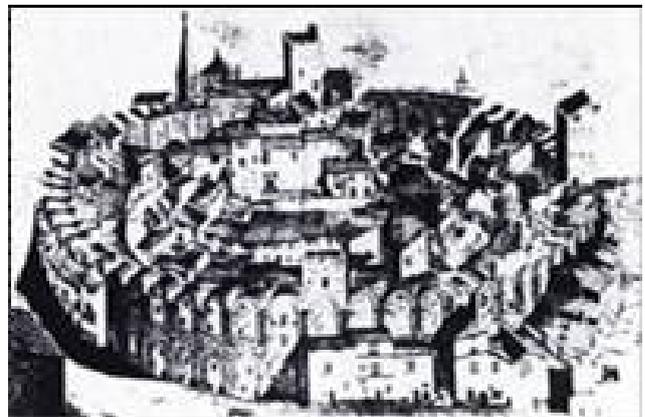
L'astuta Didone tagliò la pelle in strisce sottilissime e si vide assegnata tutta la terra, affacciata sul mare, che poté circondare con le striscioline attaccate una all'altra.

Così costruì Cartagine.

L'interpretazione dell'episodio da parte dei matematici si basa sull'ipotesi che i fondatori della città fossero a conoscenza di una certa proprietà geometrica. Questa proprietà è nota con il nome di isoperimetrica: a parità di lunghezza del perimetro esterno, se si vuole racchiudere la maggior area possibile all'interno, bisogna scegliere come contorno la circonferenza. I matematici sono propensi a credere che Didone conoscesse la

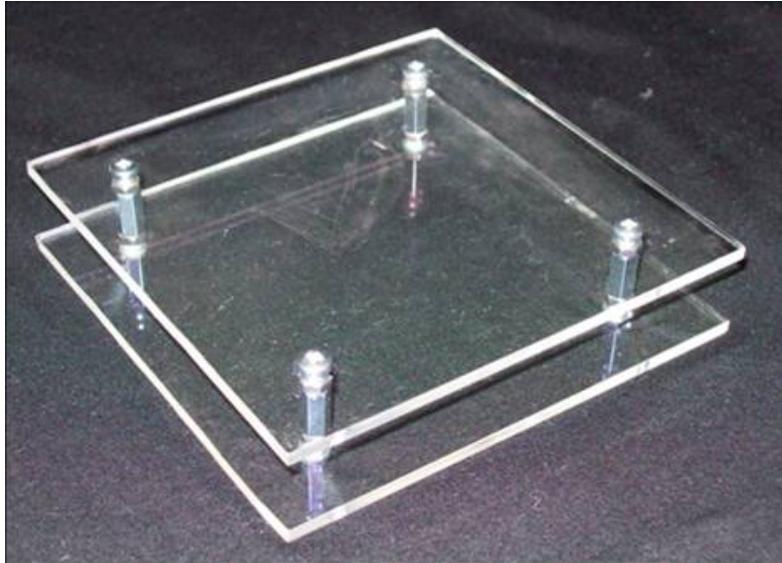
proprietà della circonferenza e che seppe sfruttarla a suo vantaggio. Si tratterebbe di una conoscenza empirica, basata cioè sull'esperienza.

La proprietà del cerchio di avere perimetro minimo a parità di area, è stata forse utilizzata nel Medioevo, sempre nella costruzione delle città. Non sono poche infatti le città di quel periodo che presentano forma circolare. La ragione era probabilmente, quella di risparmiare sulla lunghezza delle mura di cinta e, nello stesso tempo, di poter sorvegliare meglio gli attacchi dall'esterno.



RETI

Abbiamo poi lavorato con un oggetto formato da due **lastre di plexiglass tenute insieme da viti (pioli)** posizionate in modo da formare i vertici di alcuni poligoni regolari: triangolo equilatero, quadrato, esagono.



RETI NEL TRIANGOLO

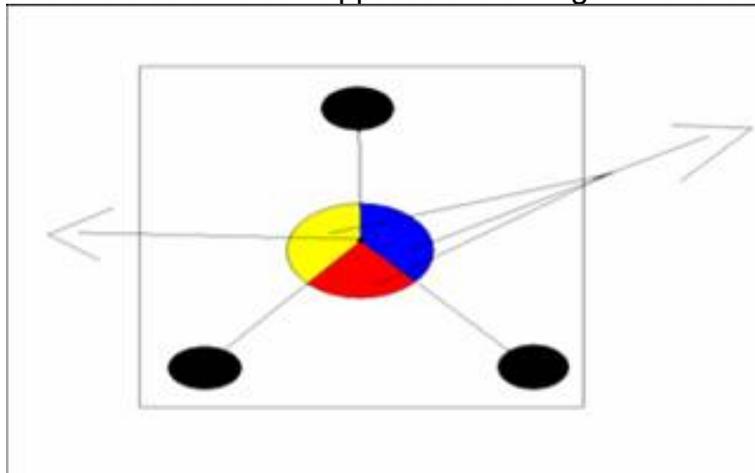
Inizialmente abbiamo immerso verticalmente nell'acqua saponata la lastrina con le viti posizionate come i tre vertici di un **triangolo equilatero**, in modo che una vite rimanesse fuori dall'acqua.

Estraendola abbiamo notato che si forma una **lamina di sapone** che ha forma rettangolare: 4 angoli retti e i lati paralleli congruenti a due a due. Le altezze equivalgono all'altezza del piolo mentre le basi equivalgono alla distanza fra i due pioli.

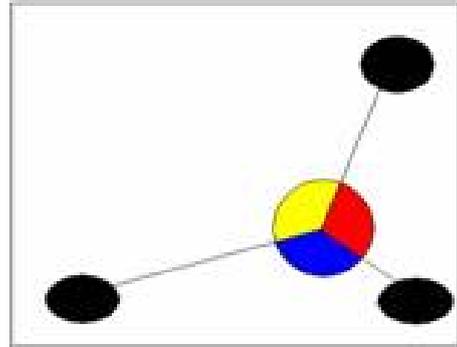
Successivamente abbiamo preso sempre la stessa lastrina e l'abbiamo immersa nella soluzione, questa volta però orizzontalmente, ottenendo una **configurazione a forma di "y"**. Questa configurazione ha tutte le lamine congruenti fra loro.

Il punto in cui si incontrano le lamine equivale a centro, ortocentro e baricentro del triangolo. Infatti, se immaginiamo di circoscrivere al triangolo una circonferenza, il centro del triangolo coincide con il centro della circonferenza e ciascuna lamina ne rappresenta un raggio. Dividendo il cerchio in tre parti equivalenti tra loro, ciascun angolo è ampio 120° .

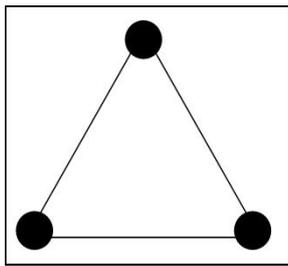
Siamo arrivati a questa conclusione con l'aiuto di un cerchio diviso in tre parti uguali colorate diversamente che abbiamo sovrapposto alla configurazione ottenuta.



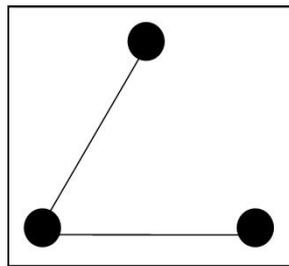
Abbiamo verificato che se, invece, i 3 pioli fossero posti nei vertici di un **triangolo isoscele rettangolo**, la configurazione che assumerebbe la lamina è la seguente.



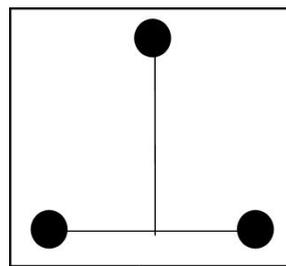
Per capire il motivo di questa configurazione a forma di “y” abbiamo provato a disegnare quattro diversi percorsi per unire le viti, disposte a formare un triangolo equilatero, e li abbiamo misurati:



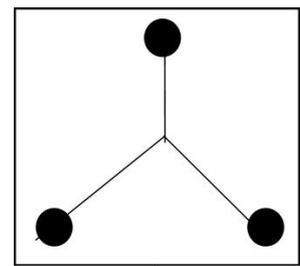
$$1+1+1=3u$$



$$1+1=2u$$



$$\sqrt{3}u$$



$$1+\sqrt{3}/2u$$

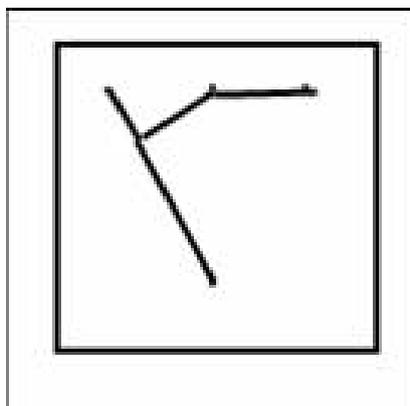
Abbiamo quindi capito e verificato che la rete ottenuta effettivamente, cioè quella rappresentata da una “y”, è la più breve: è il **PERCORSO MINIMO**. Nel punto in cui si incontrano le tre lamine si formano tre angoli ottusi di 120° .



RETI NEL TRIANGOLO ISOSCELE (STRUTTURA A T)

Abbiamo poi usato una nuova lastrina con i pioli posizionati in modo da formare una T che, in realtà, rappresenta un **triangolo isoscele**.

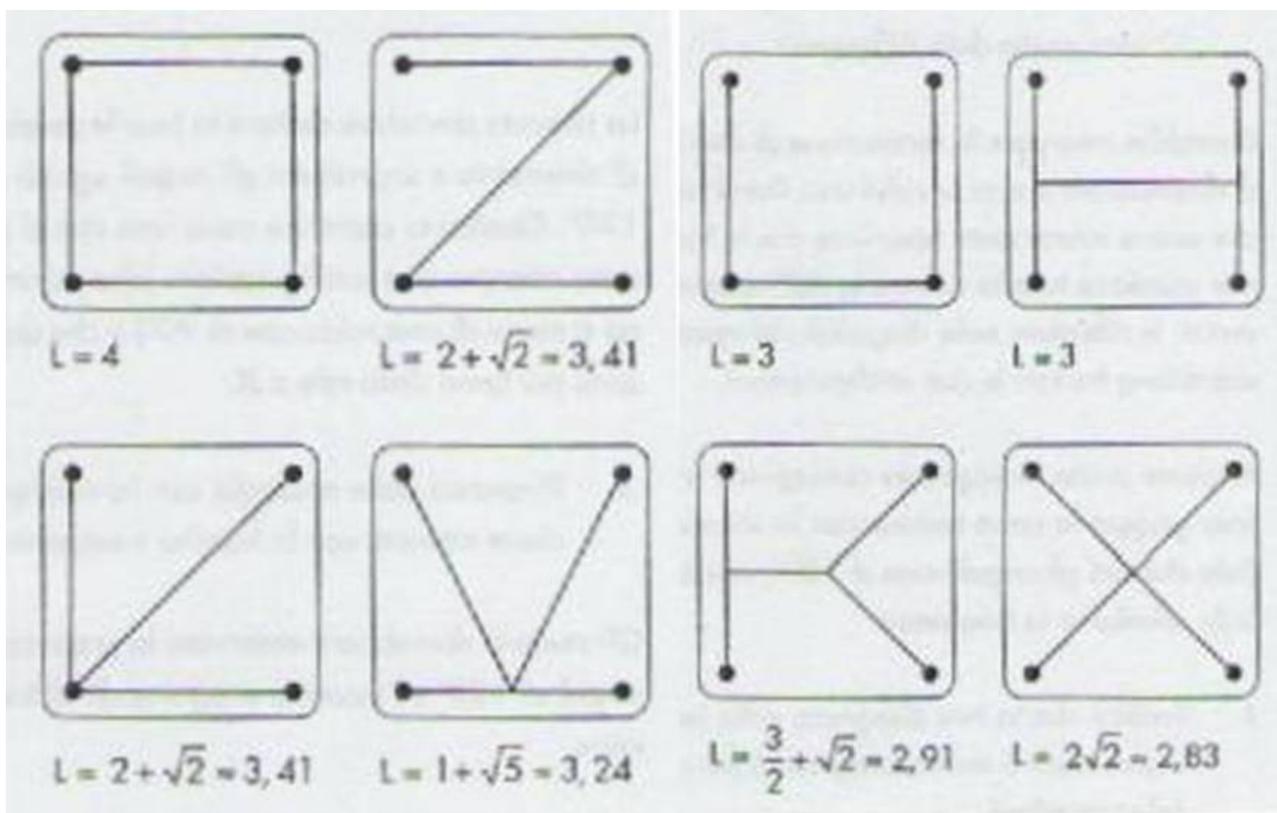
Abbiamo ipotizzato che, immergendo interamente nell'acqua saponata la piastrina, si sarebbe formata una rete di lamine simile a quella del triangolo equilatero. Immergendola nell'acqua saponata siamo stati spiazzati dal risultato, perché si forma una figura strana di questo tipo.



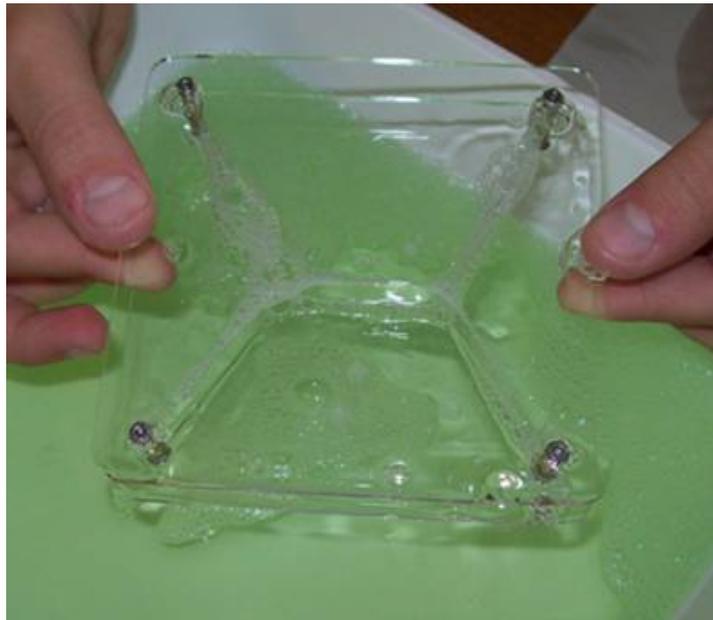
RETI NEL QUADRATO

Siamo poi passati alla lastrina con le viti posizionate a formare un **quadrato**, quindi con quattro vertici perfettamente equidistanti tra loro.

Avendo a disposizione 8 figure, ciascuna delle quali rappresentava un possibile percorso (rete), abbiamo calcolato le lunghezze dei diversi percorsi.



La figura ottenuta sperimentalmente è stata:



Si notano analogie con la configurazione della rete del triangolo.

Infatti, gli angoli all'incrocio dei tre segmenti misurano 120° , come visto nella rete del triangolo. Inoltre, se si immagina di tagliare orizzontalmente in due la figura, ciascuna delle due parti coincide perfettamente con la rete del triangolo.

Questa rete è il tragitto più corto per collegare i quattro vertici. Abbiamo calcolato la lunghezza della configurazione ottenuta: $2,74u$.

Effettivamente la rete ottenuta rappresenta il percorso minimo!

Possiamo quindi concludere che:

le lamine di sapone cercano di trovare il percorso più corto per collegare i vertici e la figura ricorrente è quella con tre lati che s'incrociano.

Abbiamo rilevato una regolarità numerica, la relazione tra il numero di incroci (nodi) e il numero dei lati del poligono regolare è:

$$n \text{ NODI} = n \text{ LATI} - 2$$

infatti

nel triangolo: 3 lati e 1 nodo

nel quadrato: 4 lati e 2 nodi

RETI NELL'ESAGONO

Oltre alle reti del quadrato e del triangolo abbiamo anche provato a fare delle ipotesi e a sperimentare le reti dell'esagono, e abbiamo scoperto che se ne può formare più di una.



CONCLUSIONI

L'esperienza con le strutture ad anello ci ha permesso di verificare l'azione della tensione (superficiale) delle lamine, che cerca in ogni momento di ridurre al minimo la superficie.

Può capitare, come abbiamo osservato più di una volta, che lo stesso telaio dia origine a diverse configurazioni. Prima di ogni immersione dei telai nel liquido abbiamo avanzato delle ipotesi sulla forma che le lamine avrebbero assunto e spesso i risultati ottenuti ci hanno molto sorpreso.

In tutti i casi viene rispettato un principio fondamentale: la lamina occupa sempre la superficie minima.

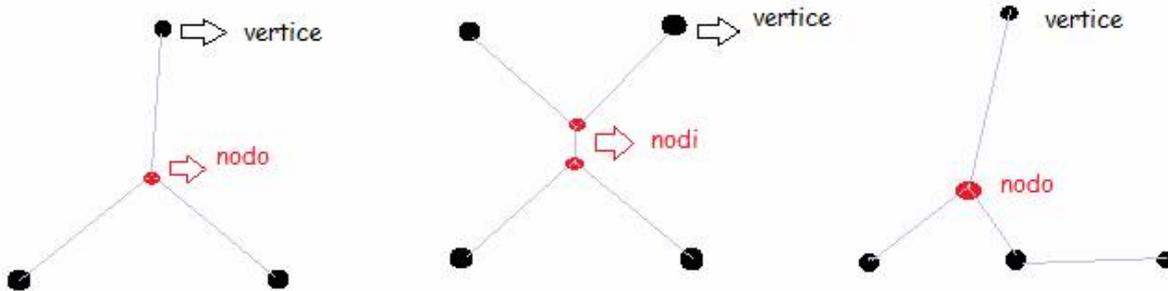
Constatato che le lamine di sapone tendono sempre alla superficie minima possibile, siamo passati a vedere come si comporta una lamina fra due lastre parallele.

Questo collegamento tra punti, osservato sperimentalmente in una doppia lastra trasparente distanziata da più pioli, è detto RETE.

La RETE MINIMA è quindi il collegamento più breve tra i vari punti.

Con diversi esperimenti abbiamo visto la formazione delle reti minime a seconda della diversa disposizione dei pioli osservando che:

- si creano sempre dei segmenti;
- all'incrocio dei tre segmenti (nodo) si formano angoli congruenti ognuno di 120° ;
- in un nodo arrivano al più 3 segmenti;



- i percorsi sono sempre di lunghezza minima;
- si formano angoli di 120° perchè le viti è come se tirassero le lamine con la stessa forza. Nessuna vite domina di forza sulle altre (equilibrio);
- esiste una relazione tra il numero di incroci (nodi) e il numero dei lati del poligono (o dei vertici): **$n \text{ NODI} = n \text{ LATI} - 2$** .

Abbiamo poi scoperto che quanto da noi verificato sperimentalmente è formalizzato nella PRIMA LEGGE DI PLATEAU:

“Le lamine di sapone si incontrano a gruppi di tre lungo “spigoli liquidi”, formando angoli uguali di 120° ”.