

Architettura contemporanea

Liceo Scientifico G. Mazzini – La Spezia

Classi: 3°C, 3°G, 3°H e 4°C

Insegnante di riferimento: Daniela Salis

Ricercatore: Lorenzo Caviglia

Partecipanti: Ambra Baron (3°H), Sara Campanini (3°G), Giulia Cartiglia (3°G), Alessandra Casadio (3°G), Federico Cervia (3°H), Greta Forieri (3°H), Sara Gherbassi (4°C), Leonardo Guaita (3°H), Romina Lapperier (4°C), Elena Mercole (3°C), Arianna Micheli (3°H), Martina Montefiori (3°H), Silvia Peveri (3°H), Elisa Ravecca (4°C), Giulia Tonelli (3°H)

Un famoso architetto ha deciso di costruire un modulo espositivo piuttosto strano; vuole che abbia la forma di un ottaedro! Dopo lunghi e complicati calcoli è riuscito a trovare le misure ottimali: vuole che il piano equatoriale sia un quadrato di 10 metri e che anche l'altezza complessiva dell'ottaedro sia 10 m (l'ottaedro non è regolare). Come fare allora per raddoppiare il volume del modulo mantenendo però le proporzioni tra le varie parti?

La risoluzione del problema, dopo ampie discussioni, ha visto il delinearsi di tre gruppi distinti che hanno tentato una risoluzione al problema da tre punti di vista diversi:

1. soluzione di secondo grado;
2. soluzione numerica;
3. soluzione geometrica.

Un gruppo di studenti ha giocato un ruolo trasversale occupandosi della realizzazione del problema, costruendo dei modelli di cubo e ottaedro in scala. Tali modelli sono poi stati esposti a Milano, durante l'incontro finale.

Per quanto riguarda il primo approccio di soluzione, il gruppo di studenti coinvolto ha elaborato, utilizzando la matematica elementare, una soluzione che permettesse di determinare la radice cubica di 2 attraverso un procedimento di secondo grado, intersecando curve del piano e ponendo catene di rapporti. La seconda tipologia di soluzione ha visto gli studenti coinvolti nella ricerca di un metodo numerico che meglio approssimasse la soluzione della radice cubica cercata, utilizzando un foglio di calcolo elettronico che permettesse di raggiungere una buona approssimazione, in un numero ragionevole di passi. Infine il terzo gruppo ha elaborato una soluzione geometrica rappresentando nello spazio il solido del problema, attraverso un software di geometria dinamica.

Di seguito le relazioni dei gruppi 2 e 3.

Gruppo 2

Il giorno 20 aprile 2013 noi, come gruppo di studenti del Liceo Mazzini – La Spezia, siamo andati a Milano poiché avevamo aderito al progetto Math En Jeans. Questo progetto è internazionale e consiste nel risolvere un problema con i mezzi che abbiamo a nostra disposizione.

L'appuntamento era al dipartimento di Matematica F. Enriques di Milano alle ore 9.00, insieme a tutti gli studenti di tutte le scuole che avevano aderito al progetto. Arrivati al dipartimento ci siamo sistemati e siamo andati nell'aula, dove ogni gruppo di studio esponeva le proprie soluzioni ai problemi che erano stati loro sottoposti. E finalmente è arrivato il nostro turno.

Avevamo trovato la soluzione al nostro problema tramite un metodo che possiamo definire "approssimazione numerica", mentre gli altri studenti del nostro Liceo avevano elaborato altri due tipi di soluzione. Abbiamo usato questo metodo perché dovevamo trovare la radice cubica del doppio del volume del cubo, poiché sappiamo che il volume dell'ottaedro è pari a due terzi del volume del cubo di stessa base.

Detti a_0 e b_0 i due numeri iniziali (rispettivamente 12 e 13), se ne calcola la media aritmetica.

Se il valore ottenuto elevato al cubo è minore del doppio del volume iniziale ($2V$) allora definiamo il nuovo estremo inferiore $a_1 = \frac{a_0 + b_0}{2}$ e poniamo $b_1 = b_0$.

Se invece il cubo della media tra a_0 e b_0 è maggiore del doppio del volume iniziale ($2V$) allora possiamo definire il nuovo estremo superiore $b_1 = \frac{a_0 + b_0}{2}$ e poniamo $a_1 = a_0$.

Il procedimento va ripetuto calcolando la media aritmetica tra a_1 e b_1 , il suo cubo e testando nuovamente se tale cubo è maggiore o minore di $2V$, definendo così un nuovo intervallo di estremi a_2 e b_2 .

L'uso di Excel e della funzione SE ci ha permesso di elaborare i dati con maggior velocità, ottenendo una buona approssimazione del risultato cercato.

La presentazione è stata fantastica, ricca di informazioni, ma l'esposizione non è stata alla allo stesso livello. In poche parole, è stato un macello! Pochi hanno capito qualcosa di quanto esposto. Secondo noi abbiamo sbagliato perché ci siamo fatti prendere dall'ansia e perché siamo arrivati con un bagaglio notevole di contenuti utili per far comprendere al meglio le varie soluzioni, ma non avevamo una preparazione adatta per poterli esporre a un pubblico di ragazzi che non erano a conoscenza né del problema né di come risolverlo. Ovviamente di tutte le esperienze, belle o brutte che siano, bisogna fare tesoro e non commettere più gli errori fatti prima. Un altro fattore a nostro sfavore è stato il fatto di non conoscere come si espone una soluzione di un problema *Math en Jeans*, poiché era la nostra prima volta per tutti, compreso il nostro animatore Lorenzo Caviglia.

Comunque è stata un'esperienza divertente e ci ha fatto capire molte cose su quanto può essere utile la matematica nella vita. Inoltre abbiamo visto argomenti, come la matematica tropicale, di cui non conoscevamo l'esistenza e che sono utilissime per svolgere dei problemi matematici a prima vista.

Questo progetto ci ha dato un impulso positivo verso la matematica, facendoci avvicinare maggiormente a nozioni che all'inizio sembravano noiose o scontate. Speriamo vivamente

di poter partecipare ancora al progetto, con la consapevolezza di doverci preparare meglio per l'esposizione e, in più, controllare le espressioni non opportune.

Gruppo 3

Questo progetto, che è stato seguito da molte scuole italiane e francesi di differenti gradi, ci ha posto di fronte ad un problema che abbiamo tentato di risolvere in gruppo, nei diversi mesi di lavoro che avevamo a nostra disposizione. Durante questi mesi ci siamo ritrovati fra di noi e con un ricercatore scientifico universitario, che ci ha presentato il progetto e accompagnato per tutta la sua durata, con passione e determinazione, per assisterci nelle nostre ricerche.

Dopo il primo incontro pensavamo di fare un grande gruppo con tutti i partecipanti dell'istituto, ma in seguito a qualche altra lezione ci siamo resi conto che era meglio dividere il lavoro per gruppi più piccoli, di quattro/cinque studenti, per gestire meglio gli incontri extrascolastici. Ogni gruppo ha così deciso di svolgere il problema in diversi modi, ognuno da un suo punto di vista.

Il nostro gruppo ha deciso di lavorare nello spazio con coordinate cartesiane xyz . Per svolgere al meglio questo problema abbiamo usato il programma per computer *Cabri 3D*. Il progetto che ci è stato proposto era complicato, ma dopo vari passaggi siamo riusciti fare un buon lavoro.

Prima di tutto abbiamo calcolato le misure dell'ottaedro di partenza utilizzando le due misure date. In seguito, per avere chiara la figura, abbiamo realizzato un'immagine con Cabri 3D, utilizzando delle giuste coordinate.

Come primo tentativo abbiamo raddoppiato l'area del quadrato di base, utilizzando come lato del nuovo quadrato la diagonale del quadrato del primo ottaedro. Così abbiamo fatto le diverse proporzioni per arrivare a ciò che ci veniva richiesto dal problema e abbiamo disegnato il nuovo ottaedro con le misure ottenute, ma il volume era troppo grande!

Ci siamo allora spostati verso altre idee, che si sono rivelate più efficaci sebbene abbiamo dovuto ricorrere alla radice cubica, cosa che non avevamo previsto.

Abbiamo quindi riflettuto sulla struttura dell'ottaedro e abbiamo realizzato che è composto da due piramidi, sei delle quali possono ricomporsi in un cubo. Conoscendo quindi il volume dell'ottaedro, composto da due piramidi, l'abbiamo triplicato, quindi duplicato per ottenere il volume di un cubo di cui abbiamo potuto calcolare il lato usando la formula inversa. Quindi, usando la radice cubica, abbiamo ottenuto la diagonale del cubo, pari al doppio dello spigolo laterale delle piramidi. Poi abbiamo calcolato la diagonale del quadrato con il teorema di Pitagora e abbiamo costruito il quadrato con le misure ottenute. L'ottaedro ottenuto soddisfa quasi del tutto le nostre richieste: il volume ottenuto si differenziava da quello che bisognava ottenere di poche unità. Con il nostro lavoro non si potevano ottenere dei dati certi per cui abbiamo lasciato il problema sull'approssimazione ad un altro dei tre gruppi dell'istituto.

Anche se non abbiamo ottenuto una soluzione perfetta, possiamo dunque dirci soddisfatti del percorso che abbiamo fatto perché è stato un nuovo modo per approcciarsi alla matematica, un modo più divertente e coinvolgente di quello scolastico.