

Il taglio del... cubo

Scuola Secondaria di primo grado "S. Quasimodo" – Nuvolento (BS)

Classe: 2[°]D

Docente di riferimento: Maria Grazia Ganci

Ricercatore: Petra Corazza

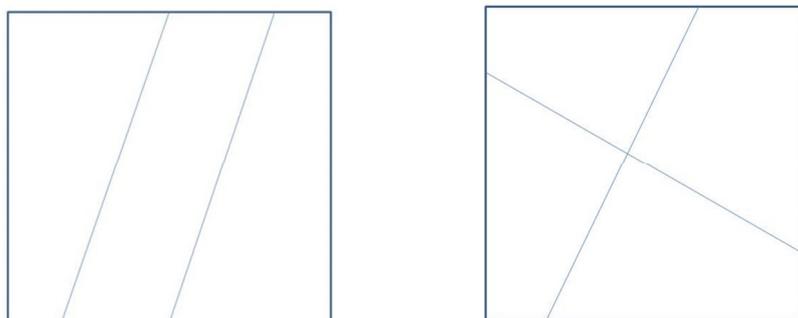
Alunni: Socheina Achramte, Giorgia Ancora, Riccardo Benedetti, Eleonora Bocchese, Valentina Bresciani, Beatrice Bulgari, Michela Ferrari, Roberto Filippini, Marco Franzoni, Mattia Frau, Moustapha Ghazlane, Giovanni Ghidinelli, Nadia Lorandi, Ilaria Molaro, Daniel Nicolini, Heaven Ragnoli, Haijar Sabouri, Cristian Sberna, Donaldo Shaba, Paolo Tedoldi, Andrea Tonni

Un ingegnere deve costruire una macchina per tagliare un cubo di legno e deve ottimizzare il processo, cioè deve ottenere il maggior numero di pezzi, non importa la forma, con il minor numero di tagli.

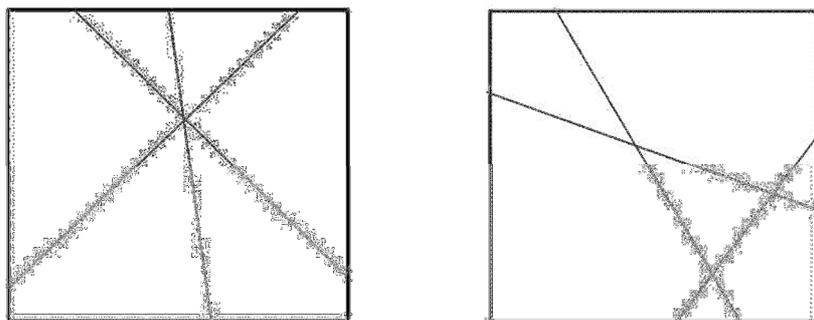
Il quadrato

Abbiamo iniziato a ragionare lavorando sul quadrato, disegnandone molti esempi e tracciando tante rette parallele, incidenti e ... contato, contato, contato!

Alla fine siamo riusciti a capire che non bisogna iniziare tracciando due rette parallele ma incidenti, perché con due parallele si ottengono tre pezzi, con due incidenti quattro.



Inoltre abbiamo scoperto che tre rette non devono passare per lo stesso punto. Infatti, se tre rette passano per uno stesso punto si ottengono sei pezzi. Se, invece, il terzo taglio non passa per l'intersezione di due tagli precedenti si ottengono sette pezzi.



Continuando a tracciare rette seguendo i criteri suddetti siamo riusciti a dedurre una regola matematica: *l'ennesimo taglio aggiunge "n" pezzi.*

$$\begin{array}{l} 3 \text{ TAGLI} = 7 \text{ PEZZI} \\ 4 \text{ TAGLI} = 11 \text{ PEZZI} \\ 5 \text{ TAGLI} = 16 \text{ PEZZI} \\ 6 \text{ TAGLI} = 22 \text{ PEZZI} \end{array} \left. \begin{array}{l} \text{)} \\ \text{)} \\ \text{)} \\ \text{)} \end{array} \right\} \begin{array}{l} + 4 \\ + 5 \\ + 6 \end{array}$$

Riassumendo, ogni taglio deve intersecare tutti quelli precedenti e deve evitare tutti i punti di intersezione già presenti.

A questo punto ci siamo chiesti: ma è possibile trovare una retta che non sia parallela a quelle già tracciate, anche dopo averne disegnate moltissime?

Sì, perché le rette hanno infinite direzioni e quindi potrò sempre tracciare una retta che non sia parallela alle altre.

Ed è possibile fare in modo che ogni taglio non passi per i punti di intersezione dei tagli precedenti?

Sì, perché i punti dove si intersecano i tagli precedenti, anche se ne ho già fatti moltissimi, non possono coprire tutto il quadrato. Quindi posso sempre tracciare una nuova retta che "schivi" i punti di intersezione precedenti.

Ci siamo anche chiesti se queste nostre "regole" valgono per altre figure piane, e abbiamo dedotto che è sufficiente che la figura sia un poligono convesso indipendentemente dal numero di lati.

Il cubo

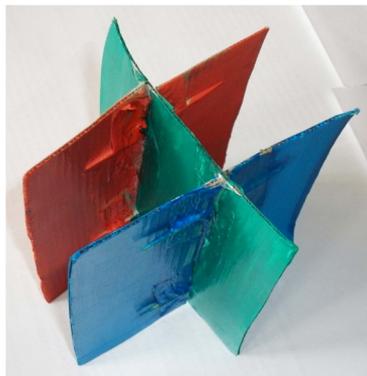
Successivamente siamo tornati al nostro quesito iniziale, cioè al cubo.

Naturalmente abbiamo compreso che se nel piano traccio rette, nello spazio tratterò piani; per cui la regola di non eseguire tagli paralleli può valere anche per il cubo.

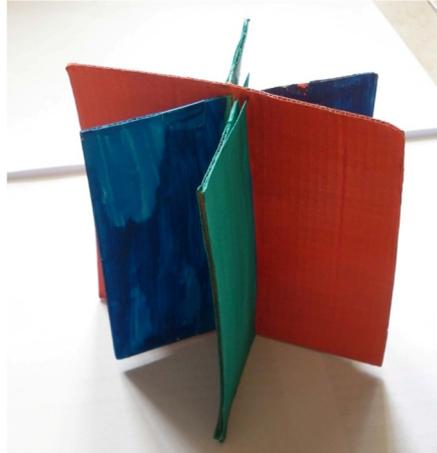
Abbiamo iniziato a disegnare dei cubi e a tracciare piani, ma il lavoro procedeva meno velocemente e con maggiori difficoltà rispetto al quadrato a causa della tridimensionalità.

Poi, per fortuna, è arrivata Petra che ci ha portato dei modellini e lì abbiamo cominciato a capire che:

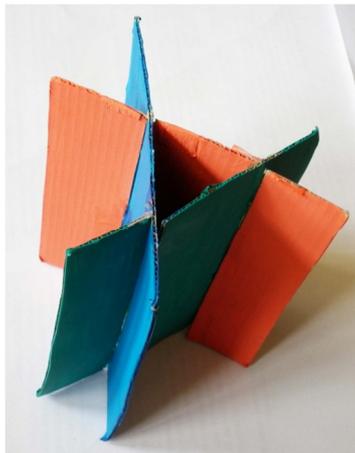
- con tre piani di cui due paralleli si ottengono 6 pezzi;



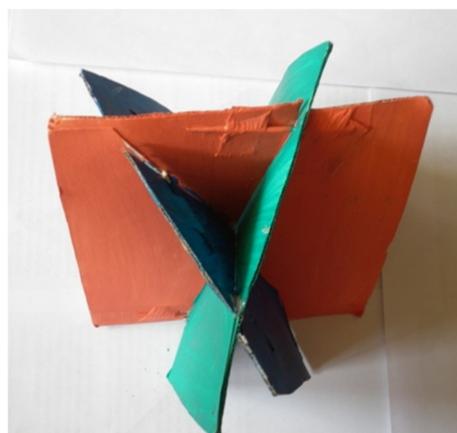
- con tre piani che si intersecano contemporaneamente in una retta si ottengono ancora 6 pezzi;



- sempre con tre piani ma che si intersecano a due a due in rette si ottengono 7 pezzi;



- se i tre piani si intersecano in un unico punto si ottengono 8 pezzi. (In questo caso è più difficile far vedere tutti i pezzi con in un'unica foto: l'ottavo pezzo è posto inferiormente.)



Questa è la modalità che consente di ottenere con tre tagli il maggior numero di pezzi.

Abbiamo concluso che:

- più di due piani non devono passare per una stessa retta;
- non bisogna avere né più né meno di tre piani passanti per uno stesso punto di intersezione;
- possiamo ripetere queste regole per qualsiasi numero di tagli perché, come per le rette:
 - anche i piani hanno infinite “direzioni”, quindi ogni nuovo piano può non essere parallelo a quelli precedenti,
 - qualsiasi numero finito di punti non può riempire mai il cubo, quindi ogni nuovo piano può “schivare” i punti di intersezione precedenti;
- come per il quadrato, queste indicazioni restano valide anche per altri solidi: è sufficiente che si tratti di solidi convessi.