

l'angolo

n. 42

dicembre 2013

Di sette in sette: ieri, oggi... domani

**Un *format* chiamato
mate...**

**In mostra a Genova
le rette curve!**

**Giocando,
s'impara**

■ **Direzione**

Gilberto Bini

Angelo Lissoni *direttore responsabile*

■ **Comitato scientifico**

Manuel Arala Chaves

Marina Cazzola

Maria Dedò

Simonetta Di Sieno

Marco Liverani

Ana Millán Gasca

Piergiorgio Odifreddi

Giuliano Spirito

Italo Tamanini

Gian Marco Todesco

Carlo Toffalori

Pasquale Tucci

Redazione

■ **Silvia Benvenuti**

Anna Betti

Giovanna Dimitolo

Paola Testi Saltini

■ **Editore**



Kangourou Italia

Sede legale: Via Cavallotti 153 - 20900 Monza (MB)

www.kangourou.it

xlatangente@kangourou.it

■ **Grafica e impaginazione**

Giovanni Querques

info@querques.it

■ **Stampa**

Arti Grafiche Bianca & Volta S.r.l.

Truccazzano, Milano

■ **Segreteria di redazione**

Dipartimento di Matematica "F. Enriques"

Università degli Studi di Milano

Via Saldini 50, Milano

E-mail: redazione@perlatangente.it

Fax: 02 50316090

www.xlatangente.it



Autorizzazione del Tribunale di Milano del 3 luglio 2008
Registro di Stampa n. 427

XlaTangente è l'edizione italiana di
Tangente. L'aventure mathématique



■ **Hanno collaborato a questo numero**

Atractor

Giulia Bernardi

Paolo Caressa

Emanuela Ciotti

Donatella De Tommaso

Daniela Della Volpe

Simonetta Di Sieno

Anita Eusebi

Leonardo Gariboldi

Maurizio Giaffredo

Alice Lemmo

Valentina Malossi

Giuliano Spirito

Antonella Testa

Traduzioni a cura della Redazione

Illustrazione della rubrica punto fisso di Luca Usai

XlaTangente pubblica sia lavori su invito dei redattori sia materiale inviato alla redazione – che si riserva la decisione di pubblicarlo. La pubblicazione è subordinata a una revisione redazionale. La responsabilità del contenuto scientifico di ogni lavoro è esclusivamente degli autori. I lavori vanno inviati su cd-Rom alla segreteria di redazione, accompagnati da una versione cartacea e indicando nella prima pagina titolo, nome e cognome del/degli autore/i (per esteso), eventuale Istituto di appartenenza, indirizzo, numero di telefono, numero di fax e indirizzo e-mail a cui spedire le bozze ed eventuali comunicazioni.

Per quanto riguarda le fonti iconografiche e letterarie, l'editore è a disposizione degli aventi diritto che non è riuscito a contattare.

Questo numero è stato chiuso in redazione il 30 gennaio.

$42 = 6 \times 7 = 7 \times 6$; 42 come questo numero di *XlaTangente*, 6 come i numeri che avete ricevuto ogni anno negli ultimi 7 anni.

Fondata nel 2006, la rivista è cresciuta nel tempo (dando vita, ad esempio, al sito www.xlatangente.it) grazie al lavoro di squadra di una redazione dinamica e pronta a recepire le esigenze del momento. Ora, come Andreas Matt ci racconta alle pp. 18-19, è diventata anche partner del progetto "The Translation Project" che favorisce lo scambio di articoli fra 4 riviste di comunicazione della matematica: *Divulgamat*, *Plus*, *Images des Maths* e, appunto, *XlaTangente*. Un bel riconoscimento, lasciatecelo dire!

Questa europea è solo una delle sfide che ci stanno coinvolgendo, anche in questo periodo in cui, come tutti, facciamo sempre più fatica a trovare risorse economiche sufficienti a sostenere l'impresa. Ma non vogliamo tirarci indietro e, come primo passo, abbiamo quindi deciso di affrontare questo secondo settennato (non vi preoccupate, non puntiamo alla Presidenza della Repubblica!) studiando forme economicamente più leggere per continuare a proporvi della bella matematica. *XlaTangente* passa quindi in rete e questo n. 42 che avete ora in mano è l'ultimo della sua serie cartacea. Ci prendiamo i prossimi tre mesi per costruire una proposta che sia all'altezza delle nostre e delle vostre aspettative. Se avete voglia e/o tempo usateli anche voi per farci sapere quali temi, quali punti di vista vi piacerebbe trovare nella nuova versione: potete farlo compilando il questionario che troverete sul sito, ma anche scrivendo direttamente: alla redazione (redazione@perlatangente.it) o a me (gilberto.bini@unimi.it).

Comunque noi ci faremo risentire a breve con tutti – abbonati e no, per lettera o direttamente su www.xlatangente.it – per raccontare l'evoluzione del progetto: rimanete sintonizzati!

Per cominciare, non perdetevi i fuochi d'artificio di questo numero, ricco di novità e di spunti per riflettere, imparare e approfondire. Continua il mateturismo (iniziato nel n. 41) a Bergamo, a Bologna e in Portogallo. Si parla ancora del MiC con le guide per la città e con Valentina Malossi che ha reso possibile la realizzazione del progetto nella città di Bolzano. La matematica ci accompagna anche nello *skyline* delle metropoli con l'articolo di Paolo Caressa. Termina in questo numero "118 a Matelandia", la storia di Mago Rigore e Fata Kreattiva. Dopo la fuga della Strega Pedante, i nostri eroi sono alle prese – pazientemente – con la ricostruzione della loro bella città, Matelandia. E poi le rubriche di sempre, quelle storiche e quelle più recenti. Con un grazie a tutti i collaboratori che ci hanno accompagnato in questa avventura!

Arrivederci

Gilberto Bini

Come editore di *XlaTangente*, mi piace ringraziare qui la Redazione e il suo Direttore per il bel lavoro che hanno compiuto in questi anni.

Angelo Lissoni





a cura di LUCA USAI



Luca Usai è illustratore e vignettista.
Collabora con le case editrici Disney Italia e Piemme

42

dicembre
2013

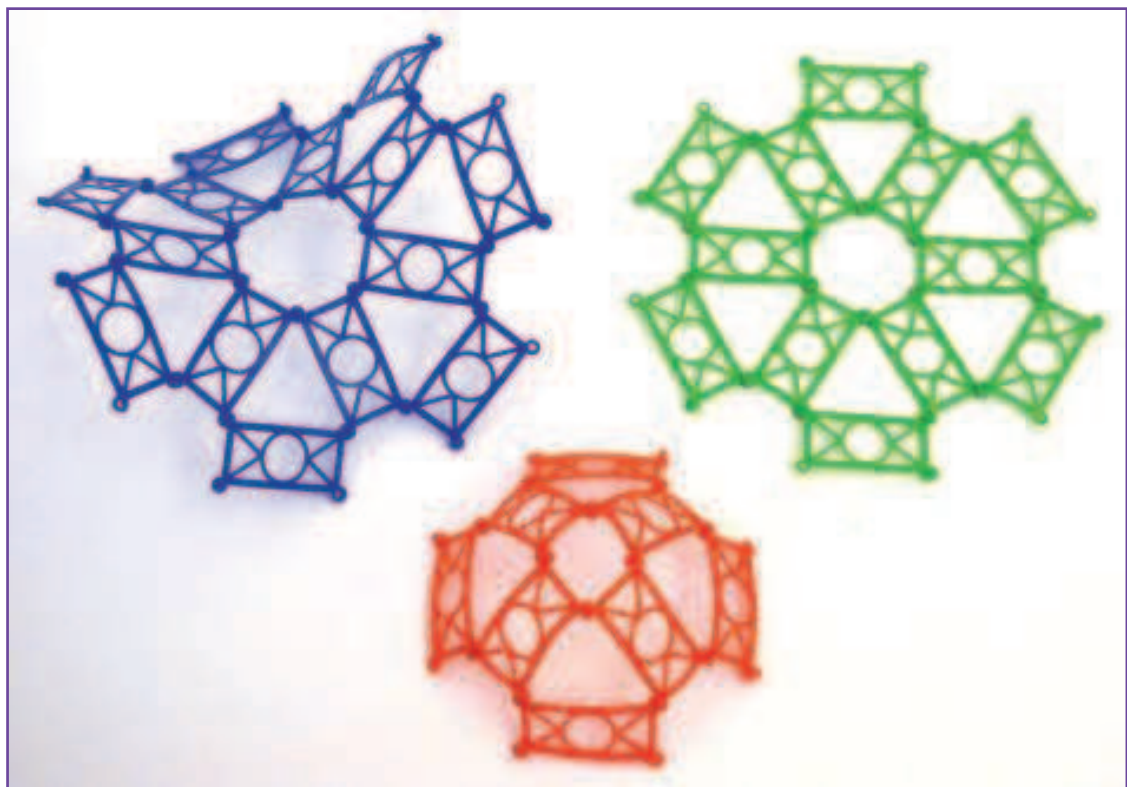
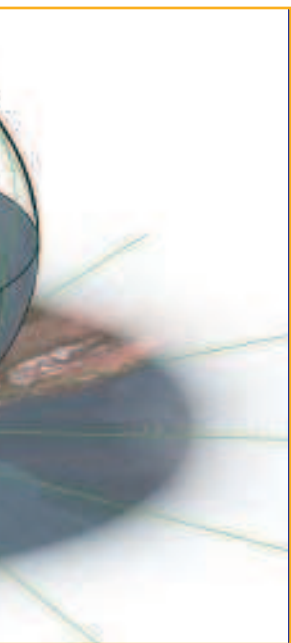


Immagine di copertina
di Giovanni Querques



sommario

- 1 editoriale**
- 3 punto fisso**
- 6 MPE2013**
Mathematics of Planet Earth 2013+
- 8** Tu immagini, noi... "Immagini della Matematica"
- 10 dal mondo di MATH.en.JEANS**
Mej: via alla quinta edizione!
- 11 fuoribordo**
TesLab
- 12 Il miglior GPS per non perdersi: la matematica in città! (II)**
GuidaMiC: a spasso con il matematico!
La matematica è dappertutto
Oltre l'Italia... dal Portogallo
Ci passa o non ci passa?
- 18 La matematica... all around the world**
- 21 Rette... Rotonde**
- 24 Grattacieli e crisi economiche**
- 28 Che cos'è la Teoria dei Giochi?**
- 30 uomini che *contano***
David Hilbert
- 32 Sui problemi futuri della matematica. I 23 problemi**
- 34 David Hilbert. Ma chi era davvero costui?**
- 35 118 a Matelandia**
Induzione, esaustione, tassellazione!!!
- 38 a tutto volume**
- 40 i giochi dei canguri**
Le gare di matematica hanno una compagna inglese
- 42 le isole del sapere**
La misura dell'accelerazione di gravità tra storia e didattica
- 45 popcorn e celluloidi**
La creatività al servizio dei dati scientifici: le infografiche
- 46 un gioco nell'aria**
Le suggestioni dell'infinito
- 48 la Via delle Immagini**





Mathematics of Planet Earth 2013+

di ANITA EUSEBI

Si conclude con un pizzico di nostalgia questo lungo anno ricchissimo di iniziative ed eventi in tutto il mondo nello spirito del progetto mondiale *Mathematics of Planet Earth 2013* (MPE2013). Abbiamo girovagato e curiosato andando da un continente all'altro, da esposizioni di *exhibit* a convegni accademici, da seminari nelle scuole a conferenze per il pubblico generico tenute dai maggiori esperti mondiali. E in tutte queste occasioni due sono stati i veri protagonisti: il nostro Pianeta e la matematica, strumento utile, se non essenziale, per affrontare al meglio le serie problematiche che riguardano la Terra. E per risolverle del tutto là dove possibile.

Come abbiamo visto, in generale si cerca di ridurre, con non poca fatica, tali problematiche a modelli matematici. Le componenti in gioco sono però varie e le loro interazioni sono molto complesse: i confini disciplinari non

sono netti ed è richiesta molto spesso la comprensione di processi fisici e biologici, oltre che matematici, sui quali poggiano a loro volta processi politici ed economici propri della vita del genere umano sulla Terra.

È necessario, allora, un impegno serio e significativo, teorico e pratico, che si esprima su piani differenti, intrinsecamente multidisciplinari. Un impegno che risponda in modo adeguato in termini di sostenibilità e impatto sull'ambiente. Un impegno, infine, che non si esaurisca con quest'anno ma riesca a coinvolgere matematici e scienziati ben oltre il 2013.

Questo il significato di *Mathematics of Planet Earth 2013+*, un programma speciale organizzato dal Center for Discrete Mathematical and Theoretical Computer Science (DIMACS) della Rutgers University, prestigioso centro della scienza e della tecnologia della National Science Foundation (NSF)

statunitense, che dispone di 13 organizzazioni come partner e di circa 360 scienziati affiliati. Il coordinamento delle attività spetterà a Fred Roberts, direttore emerito del DIMACS. Poiché i problemi che affliggono il Pianeta non scompariranno certo con il nuovo anno, è importante proseguire le attività anche in futuro, sulla base del grande lavoro fatto durante il 2013, e a tale scopo la NSF, che si preoccupa di promuovere la scienza e l'ingegneria attraverso programmi di ricerca e progetti educativi, ha stanziato più di 450 mila dollari.

Il progetto MPE2013+ sarà organizzato intorno a cinque grandi temi di ricerca nell'ambito della sostenibilità: la gestione delle risorse naturali (come l'acqua, le foreste, le scorte di cibo), gli ambienti per l'uomo sostenibili (in termini di città "intelligenti" e sistemi di sicurezza), i disastri naturali (con attività di monitoraggio e di risposta

NASA/JPL



Linea che separa il giorno dalla notte sulle Americhe. Isole Galapagos (Ecuador)

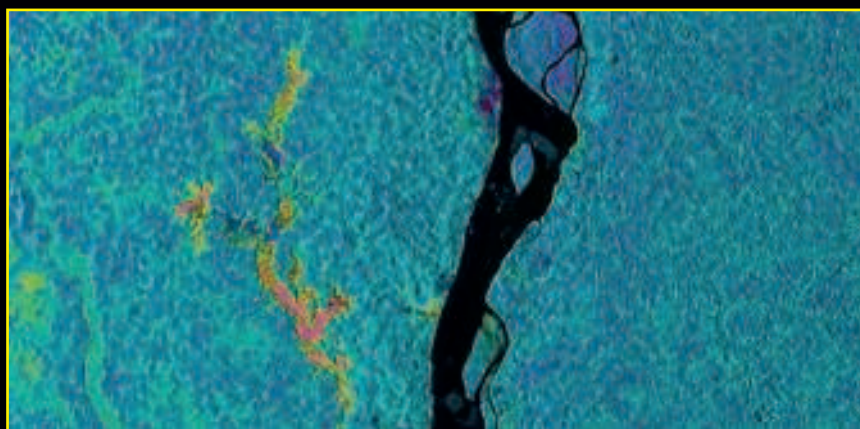


Il delta della Dvina e la città di Arkhangelsk nella Russia europea

alle conseguenze), l'uso consapevole dell'energia (considerando i portafogli di investimento in energia alternativa, veicoli elettrici, case "intelligenti") e il cambiamento globale (includendo l'osservazione e l'adattamento agli effetti del cambiamento).

Sulla scia dei grandi risultati ottenuti da MPE2013, il progetto MPE2013+, che è parte della Sustainability Initiative DIMACS, prevede *workshop* accademici, cicli di conferenze, sessioni orientate all'educazione e mini-laboratori volti a incoraggiare la ricerca e ad affrontare le criticità fondamentali presenti nelle aree in questione. In particolare, in ciascun ambito si organizzeranno gruppi di lavoro interdisciplinari nei quali scienziati e ricercatori coinvolgeranno studenti, dottorandi e colleghi. L'idea è che i gruppi di lavoro vadano poi a formare dei Research and Education Forum (REF), ciascuno associato a ogni area di ricerca, che a loro volta saranno organizzati come le "SQuaREs" dell'American Institute of Mathematics (AIM), che hanno costituito un grande vantaggio logistico-organizzativo nell'ambito di MPE2013. Saranno attivati anche dei *pre-workshop* rivolti a dottorandi, dottori di ricerca e giovani docenti, con particolare attenzione agli incontri sulle scienze matematiche, per fornire le basi necessarie a coloro che sono digiuni di conoscenze e competenze specifiche nelle cinque macro-aree di studio indicate. I temi di questi *tutorial* saranno in particolare i sistemi crittografici fondamentali (come le funzioni *hash*), la sicurezza nel caso di nuovi paradigmi (come il *cloud computing*), alcuni elementi di Teoria dell'Informazione e di Teoria dei codici che stanno alla base dei moderni protocolli di comunicazione.

Un *pre-workshop* di presentazione del programma speciale MPE2013+ è stato il *Workshop on Urban Planning for Climate Events*, tenutosi lo scorso 23-24 settembre presso la Rutgers



Il fiume Napo (Ecuador)

NASA/JPL

University. Sono stati esaminati strumenti algoritmici in grado di gestire grandi quantità di dati, utilizzati nei processi di adattamento e mitigazione di eventi climatici come le tempeste e le inondazioni, o nel funzionamento della metropolitana, nella pianificazione di servizi relativi alla fornitura di energia, nei settori della comunicazione, del monitoraggio dei servizi di emergenza considerati in termini di modellazione matematica e analisi algoritmica.

Ma il primo vero e proprio MPE2013+ Workshop è *Challenge and Opportunities*, che si terrà il 7-10 gennaio 2014 presso l'Arizona State University. Il *workshop* si propone di coinvolgere studenti e giovani ricercatori nelle sfide relative al nostro Pianeta, al ruolo della matematica nell'affrontarle e alle opportunità conseguenti alla partecipazione a queste attività.

Poi sarà la volta del *Workshop on Sustainable Human Environments*, il 23-25 aprile 2014, alla Rutgers University nel New Jersey, del *Workshop on Global Change*, il 19-21 maggio 2014 all'University of California a Berkeley e del *Workshop on Data-aware Energy Use*, previsto per settembre 2014 sempre presso l'University of California a San Diego. Altri *workshop* sono già in programma persino per il 2015, come il *Workshop on Natural Disasters* il 13-15 maggio a Georgia Tech, il *Workshop*

on Management of Natural Resources il 4-6 giugno presso l'Howard University a Washington e il *Workshop on Education for the Planet Earth of Tomorrow* all'University of Tennessee.

Il programma MPE2013+ si presenta dunque fin d'ora ricco e interessante, e merita senz'altro di essere seguito con attenzione. Dalla simbiosi tra matematica e informatica a cui è improntato ci si possono aspettare grandi passi avanti, sia nella comprensione profonda dei meccanismi che regolano la dinamica del Pianeta, sia nell'implementazione di una rete di monitoraggio e controllo a livello globale. Infatti, la straordinaria potenza di calcolo dei *supercomputer* già consente di raccogliere ed elaborare enormi quantità di informazioni provenienti da tutto il globo, ma solo grazie a sofisticati modelli teorici è possibile interpretare in modo significativo tali informazioni e fornire indicazioni utili per intervenire tempestivamente sui parametri sensibili. La messa a punto e la validazione di questi modelli costituiscono un compito nel quale i matematici hanno tanto da offrire, ma anche tanto da imparare: la buona matematica, anche la più astratta, porta sempre ad applicazioni interessanti, e queste ultime a loro volta sono sempre state preziose fonti di ispirazione per nuove teorie matematiche.



Per approfondire

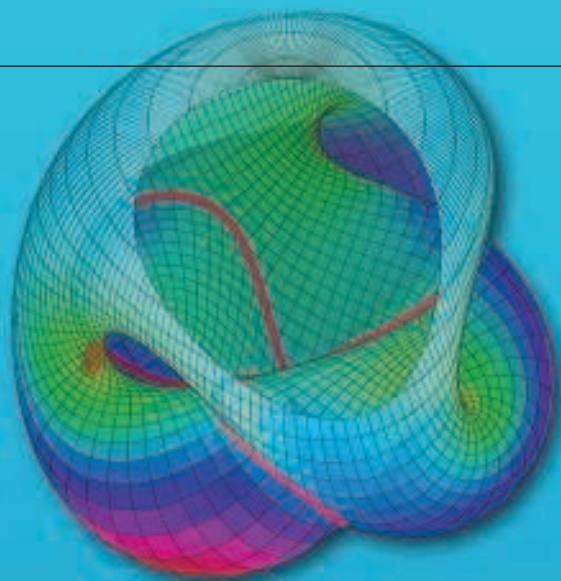
- <http://mpe2013.org/mpe2013index/>
- <http://dimacs.rutgers.edu/>

Anita Eusebi

Ha conseguito la Laurea in Matematica e il Dottorato in *Information Science and Complex Systems* presso l'Università di Camerino, occupandosi di Crittografia Quantistica. Da diversi anni svolge attività di animazione e divulgazione scientifica; è responsabile per l'Università di Camerino del progetto *Colors of Math*. È iscritta al master in Comunicazione della Scienza alla Sissa di Trieste, fa parte della redazione di *Maddmaths!* e collabora con Zanichelli nell'ambito dell'editoria scolastica.
anita.eusebi@unicam.it



Tu immagini, noi... “Immagini della Matematica”



Le immagini del libro “Bilder der Mathematik” parlano ora anche in Italiano: “leggerle” è diventato più facile

Comprendo, intendo, capisco; fiuto, colgo, intuisco: vedo! Il libro *Immagini della Matematica* di Georg Glaeser e Konrad Polthier, tradotto in italiano a cura del Centro “matematita”, è una rassegna di immagini che sembra parlare da sola e che accompagna i lettori a “vedere” risultati, metodi e idee di quella fantastica disciplina che è la matematica.

Sono 15 capitoli, suddivisi in brevi paragrafi, con immagini, testi e rimandi sitografici. Pochissime formule, nessun enunciato e ampio spazio all’immaginazione del lettore, che può immergersi nel mondo virtuale di molte discipline, dalla geometria all’algebra, all’analisi, fino alle applicazioni negli ambiti più disparati.

Non si può che rimanere fortemente colpiti da questo libro che non solo presenta una grande varietà di immagini – davvero bellissime! – ma propone anche un percorso affascinante attivando un nuovo canale di comunicazione. Le immagini irrompono sulla

scena con una tale efficacia che spesso sembrano dettare il filo logico del discorso, come se il testo fosse soltanto un utile accessorio.

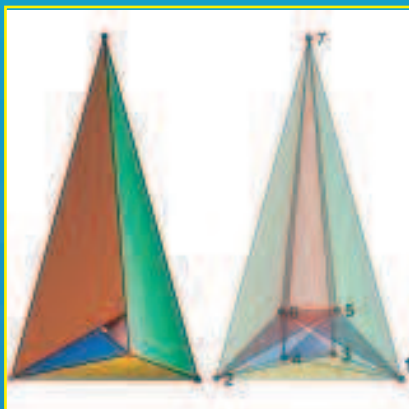


Figura 1

Apro il libro a caso e a p. 130 leggo “Il toro di Császár. Un toro poliedrale con un numero minimo di vertici”. Sotto c’è una grande figura colorata e particolarmente elegante (figura 1). A sinistra si vedono tre triangoli grandi, tre più piccoli e – con uno zoom sull’immagine – una fessura. È la rappre-

sentazione di un toro poliedrale la cui superficie è costituita da un’unione di triangoli.

A destra, invece, compaiono dei vertici numerati: sette, per la precisione. I vertici numerati con 1,2,3 e 7 sono anche segnati, senza etichetta, sul toro di sinistra; gli altri non si vedono: saranno sul retro? Così si può pensare notando la trasparenza delle superfici. Incredibile come due figure contengano in sé tante informazioni da rendere necessari due capoversi (come quelli che sto scrivendo), se le voglio descrivere più da vicino. E senza capirci poi molto...

Volgendo lo sguardo sulla pagina 131 a destra, trovo una successione di disegni, che inizia con un toro simile a quello in figura 1 a sinistra e finisce con uno sviluppo piano (figura 2). Ma sì: con quattro immagini si vede addirittura il toro poliedrale che si apre fino ad appiattirsi. Una didascalia mi dice che si tratta di uno sviluppo senza sovrapposizione. Ritorno all’immagine e vedo che, in effetti, non

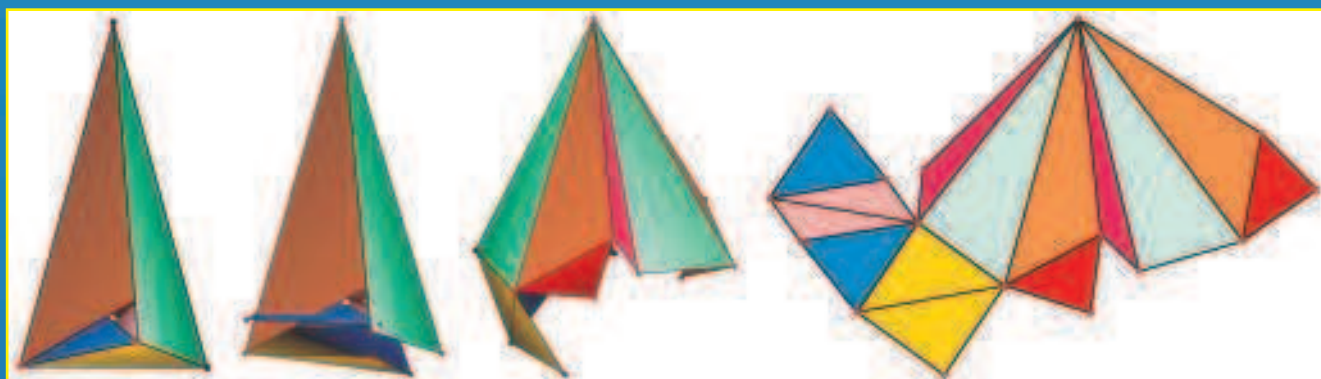


Figura 2

ci sono sovrapposizioni. Come sarà uno con sovrapposizioni? Vediamo se viene raffigurato nel resto della pagina.

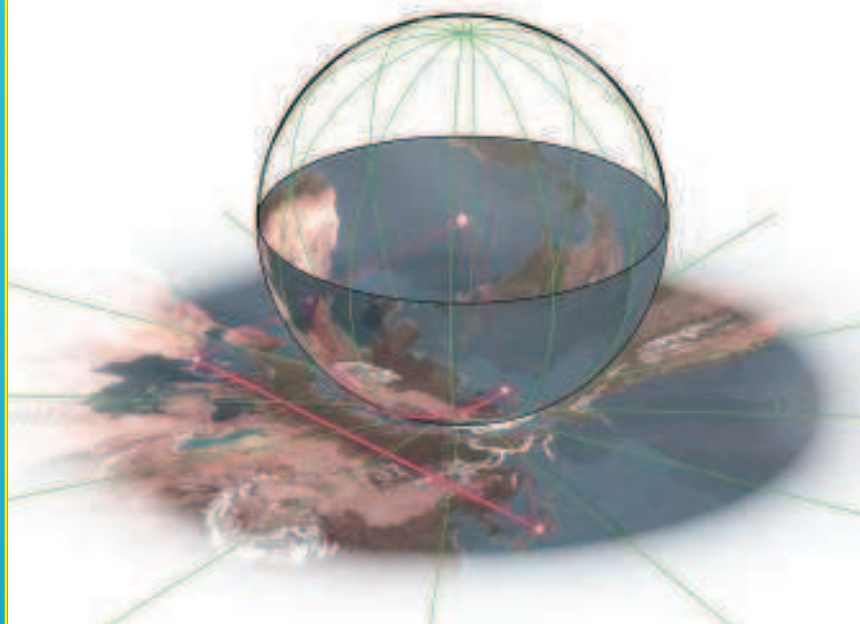
No, trovo solo figure con delle didascalie: non sono sviluppi. Leggo il testo e trovo informazioni di tipo storico e matematico, ma niente di così divertente come lo “spulciare” le figure alla ricerca delle loro proprietà. Non pensavo che l’immagine potesse solleticare la curiosità al punto di diventare un tramite di comprensione.

Il libro è tutto strutturato in questo modo. Ogni paragrafo prende al massimo due pagine con molte immagini e poco testo. Al lettore la libertà di fermarsi caparbiamente su una o due pagine per cercare di comprendere, lasciandosi affascinare dalle diverse proposte in modo da ricavarne uno sguardo d’insieme.

Provo di nuovo ad aprire il libro a caso e mi capita il capitolo 14, intitolato “Carte geografiche e altre rappresentazioni”. Problema teoricamente complicato quello di disegnare carte geografiche: ha da sempre richiesto la collaborazione di geometri e cartografi. Sfoglio le pagine successive e mi trovo immerso in mappamondi, planisferi disegnati su sviluppi di poliedri, modelli di varie proiezioni cartografiche come quella cilindrica e quella di Mercatore. Sembra un sogno: ti viene voglia di approfondire, navigare sui siti indicati in fondo alla pagina, documentarti.

Si possono anche realizzare dei percorsi trasversali a seconda dei propri gusti e delle proprie curiosità. Ad esempio, chi ama la teoria dei numeri può partire da *La funzione zeta di Riemann*, saltare poi a *La sfera di Riemann* e infine concludere con *Il rovesciamento della sfera*, passando così per la geometria complessa e fi-

Proiezione gnomonica



nendo con la topologia. Chi invece si lascia incuriosire dalla geometria proiettiva può collegare il paragrafo *Modelli del piano proiettivo* con quello su *Il teorema di Desargues* e ancora con quello su *Le trasformazioni di Moebius a partire dai movi-*

menti della sfera. Tappe diverse di un viaggio che attraversa molti confini... Invece di partire da *una formula della matematica*, si parte così da *un’immagine della matematica* e poi si innesca un’indagine che la analizza e la ricostruisce in base a quanto scoperto at-

Proiezione stereografica



traverso la spinta a conoscere e i supporti – testuali e sitografici – indicati.

L’immagine come nuovo canone di comunicazione: “Mi piace”, come si dice su *Facebook*! A parte gli scherzi, è facile prevedere che nei prossimi anni dovremo tutti fare i conti con questi nuovi canoni per coglierne le potenzialità che sono state finora sviluppate soltanto in parte.

ddt

Il toro di Császár

Inventato dal matematico ungherese Ákos Császár nel 1949, si tratta di un poliedro con 7 vertici, 21 spigoli e 14 facce. Ha quindi caratteristica di Eulero 0 ed è perciò topologicamente equivalente a un toro (da cui il nome). È privo di diagonal, cioè ogni coppia di vertici è collegata da uno spigolo. Il suo duale è un toro con 7 facce, 21 spigoli e 14 vertici; come nel toro senza diagonal due vertici qualsiasi sono uniti da uno spigolo, così in questo toro due qualsiasi facce si toccano lungo uno spigolo... e quindi occorrono 7 colori diversi per colorarlo.

- dal mondo di MATH.en.JEANS

MeJ: via alla quinta edizione!

a cura di PAOLA TESTI SALTINI

Con 21 classi di scuola secondaria di I grado che lavorano su 12 Progetti e 13 classi di scuola secondaria di II grado che lavorano su 7 Progetti, la quinta edizione di MeJ ha preso il via! Raccoglio i dati di questa edizione nel box qui a fianco e trascrivo due problemi che sono stati proposti ai ragazzi: un'ottima occasione di riflessione anche per il lettore di XlaTangente...

Un Erasmus nello spazio

Uno studente di architettura vive e studia su un pianeta "piano" e decide di andare a studiare su un altro pianeta formato da migliaia di asteroidi molto piccoli, e dove ogni edificio occupa un intero asteroide. Subito gli viene assegnato un compito: disegnare il progetto di alcuni pavimenti fatti di piastrelle tutte uguali fra loro e di forma regolare. Si sente molto fortunato perché lo stesso compito gli era già stato assegnato nella sua vecchia università "piana". Consegna lo stesso



Chiara Bollati

8 Regioni Abruzzo, Emilia-Romagna, Liguria, Lombardia, Piemonte, Sicilia, Trentino Alto Adige e Veneto

14 Provincie Milano, Agrigento, Bergamo, Bolzano, Chieti, Como, Genova, La Spezia, Lecco, Monza Brianza, Parma, Torino, Trento e Varese

27 scuole di cui 16 di primo grado e 11 di secondo grado (Licei scientifici, Istituti di Istruzione Superiore)

34 gruppi di lavoro di cui 21 classi/gruppi di scuola secondaria di I grado e 13 classi/gruppi di scuola secondaria di II grado

19 progetti di ricerca

800 studenti, 35 docenti, 18 ricercatori



lavoro che aveva già svolto e che nel suo pianeta era stato valutato molto bene, ma glielo bocciano subito.

Riuscite a immaginare che tipi di pavimento può aver disegnato? Perché vengono subito bocciati? Come deve correggere il suo compito? [ricercatore MeJ: Chiara Bollati, sec. di I grado]

Shields Up!

Gli scudi dell'Enterprise si sono disattivati. Dobbiamo ricorrere alla gestione manuale remota. Lo scudo di energia deve essere una sfera attorno alla nave, ma i singoli distorsori di campo subspaziale possono generare solo porzioni di scudo, sotto forma di poligoni sferici. È possibile combinare i poligoni sferici per comporre la sfera protettiva? Quali poligoni è meglio scegliere? Come vanno disposti? [ricercatore MeJ: Lorenzo Caviglia, sec. di II grado]

La Redazione mi ha lasciato pochissimo spazio in questo numero, così posso soltanto comunicare che il Convegno finale di MeJ è fissato per sabato 12 aprile 2014 presso il Dipartimento di Matematica (via Saldini 50, Milano) e che una delegazione di MeJ parteciperà all'evento UNIMI_under18 nei giorni 8-11 maggio 2014.



Lorenzo Caviglia

Chiudo con una bella notizia: un nostro ricercatore MeJ – Matteo Bortolotto – ha vinto il “Premio per una tesi di laurea magistrale in Matematica” bandito dall'Università degli Studi di Trento e dedicato al dott. Domenico (Mimmo) Luminati. La tesi riguarda “La geometria del compasso” che è anche argomento del problema che quest'anno Matteo ha proposto ai suoi ragazzi di MeJ. Complimenti a Matteo anche da queste pagine... un sorriso a Mimmo. Buon lavoro a tutti!

fuoribordo TesLab

di VALENTINA MALOSSÌ

A Bolzano un progetto di divulgazione scientifica dentro un centro giovanile!

Nel 2012, con la riqualificazione di un'ala del centro giovani "Arciragazzi" di Bolzano, nasce *TesLab – Science, Art & Culture*, un progetto che indirizza ragazzi e ragazze verso la ricerca dei propri interessi e delle proprie aspirazioni, fornendo gli strumenti necessari per perseguirli e promuovendo in particolare la divulgazione della cultura scientifica.

"Arciragazzi" è un'associazione attiva a livello nazionale i cui principali obiettivi sono educativi, formativi, culturali e di prevenzione delle diverse forme di disagio. Al suo interno, a livello locale, è sorta l'esigenza di lasciare un'impronta caratteristica. Ecco quindi *TesLab*, un progetto con un approccio multidisciplinare volto allo sviluppo di competenze nei giovani, che si propone come veicolo per fornire stimoli e favorire l'acquisizione di competenze spendibili anche in campo lavorativo e/o extra-scolastico, partendo da un unico comune denominatore: la scienza.

Il nome *TesLab* prende spunto da Nikola Tesla, brillante, famoso, controverso, discusso e amato scienziato serbo vissuto a cavallo tra '800 e '900, nonché cuore pulsante della rivoluzione tecnologica dell'elettricità.

TesLab, come Nikola, sperimenta e progetta. L'idea consiste infatti nel dar forma a un laboratorio creativo, autonomo e versatile con corsi e *workshop* proposti dallo staff interno o direttamente dai frequentatori e fruitori dello spazio.

I laboratori svolti finora hanno affrontato diverse tematiche: dalla fisica ottica alla quarta dimensione, passando per le reazioni esotermiche e oltre.

Il primo corso proposto, il *Pinhole Photo Lab*, cavallo di battaglia per il lancio dei successivi progetti firmati *TesLab*, aveva come tema la stenoscopia, un procedimento fotografico che sfrutta il principio della camera oscura per la riproduzione d'immagini. In poche parole si tratta di un contenitore a prova di luce con un piccolo foro su una faccia (totalmente oscurabile) e un materiale fotosensibile (pellicola o carta) posizionato al suo interno. Il foro funge da obiettivo; scoprendolo, la luce penetra proiettando e imprimendo sul materiale fotosensibile l'immagine visibile all'esterno: un dispositivo fotografico rudimentale ma efficace e molto creativo. Durante il corso, sono stati illustrati la struttura e il funzionamento della macchina fotografica stenopeica (compresa la sua costruzione), e sono stati forniti alcuni principi base di fotografia e di stampa. I partecipanti hanno appreso l'importanza di alcuni principi della fisica e della chimica, concentrandosi in particolare sull'applicazione dei principi dell'ottica a contesti tangibili come la fotografia e sulle reazioni chimiche legate al processo di stampa in bianco e nero.



La pagina di *TesLab* sul sito del centro giovani "Arciragazzi" a Bolzano

Un altro esempio di *workshop* pensato per fornire stimoli dal punto di vista artistico e professionale è *Screen Printing Lovers*, un laboratorio di serigrafia, realizzato in collaborazione con *Odd*, in cui è stato spiegato il processo fotochimico che sta alla base della preparazione dei telai (incisione mediante raggi ultravioletti), oltre agli aspetti fondamentali della tecnica di stampa serigrafica, dalla racla agli inchiostri, dai telai ai supporti ecc.

TesLab si è occupato anche di matematica: l'ipercubo e la quarta dimensione, così come altri argomenti matematici, vengono illustrati in rapporto al contesto urbano grazie a *MiC – Matematica in Città*, un progetto che invita a osservare con l'occhio del matematico alcuni aspetti della realtà quotidiana. *XlaTangente* se ne è già occupata nel numero scorso e nelle pagine che seguono Maurizio Giaffredo continua a raccontarlo.

Un ultimo esempio è l'incursione di *TesLab* in eventi a sé stanti, slegati da progetti specificamente formativi ma ottimi contesti in cui diffondere la scienza in modo divertente e curioso. È il caso della festa di quartiere *Insieme a Casanova*, in cui il fluido non newtoniano e le reazioni esotermiche hanno avvicinato bambini e bambine alla chimica e del festival bolzanino *Art May Sound*, in cui la serigrafia ha affascinato i partecipanti alla manifestazione.

Valentina Malossi

Laureata in Conservazione e Diagnostica di Opere d'Arte a Ferrara, per lavoro fa tutt'altro: coordina progetti, si occupa di eventi e didattica per *TesLab*. Tiene il blog wundercam.it v.malossi@arci.bz.it



Il miglior GPS per non perdersi: la matematica in città! (II)

GUIDAMiC: A SPASSO CON IL MATEMATICO!

Nel numero 41 di XLaTangente, Ester Dalvit ci ha parlato di "Matematica in Città" (MiC), il progetto altoatesino che mira a valorizzare gli aspetti culturali della matematica attraverso alcune "provocazioni" sparse per la città di Bolzano. Sfidando le intemperie, i temerari della classe IV A dell'Istituto Tecnico Commerciale di Ora mi hanno seguito in una full immersion di MiC. Come se la sono cavata questi "eroi"?

“Per lo studente medio – si sa – la matematica è una rotura di scatole: una serie di noiosi calcoli da mettere in fila per risolvere problemi che, il più delle volte, risultano assurdi e lontani dalla realtà, se non completamente inutili”. Si potrebbe discutere a lungo sulla veridicità e sulla sensazione di queste affermazioni, sulla loro vaghezza, sul fatto che ciò che si studia non debba necessariamente essere legato a un'applicazione “pratica”, e via dicendo... Ma questo ci porterebbe lontano, facendoci dimenticare il fatto che una fetta importante degli studenti (italiani ma non solo) la pensi così. Se si vuole sradicare questa opinione, un buon modo può essere quello di far emergere la sua totale inconsistenza. Ed è importante che ciò accada quando si è

giovani, perché poi rischia di essere troppo tardi. Già, perché della stessa idea – purtroppo – è la maggior parte delle persone che incrociamo tutti i giorni per strada, annoiate, se non addirittura terrorizzate, dai propri ricordi (per lo più scolastici) legati alla materia. La differenza è che, in generale, gli “adulti” sono meno disposti a cambiare punto di vista. Sono profondamente convinto che questa concezione della matematica sia un appiattimento inaccettabile, che priva gli studenti (indipendentemente dall'ordine e grado della loro scuola) di esperienze estremamente interessanti, formative e culturalmente stimolanti. Chi condivide queste valutazioni, dunque, non può che guardare con favore a un cambiamento, a una novità. Scardinare quella percezione, oramai assurda a stereotipo, per alcuni è una sfida: una battaglia che – ne sono convinto – vale la pena di combattere, nel tentativo di proporre a tutti uno sguardo alternativo, e possibilmente meno “traumatizzato”, sulla “nostra” disciplina.

Quando ho potuto collaborare, seppur marginalmente, alla parte operativa di MiC, sono stato dunque entusiasta: MiC è esattamente ciò di cui c'è bisogno per dare un seguito alle buone intenzioni.

Tra me e me pensavo che, in fin dei conti, sarebbe stato sin troppo facile: avrei dovuto “semplicemente” scarrozzare in giro per Bolzano delle scolesche, raccontando di qualche fatto matematico. Chiaramente, sottovalutavo il problema. Ma quando il momento del dunque si stava avvicinando, ho iniziato a chiedermi sempre più spesso (e non senza un velo di preoccupazione) se l'esperimento avrebbe mai funzionato. In fondo – riflettevo – perché mai un gruppo di diciassettenni avrebbe dovuto dare retta a uno che gli avrebbe parlato di matematica per un'ora e mezza? A quell'età si ha altro per la testa!

Immaginate quindi il timore con il quale scrutavo le loro facce quando, dopo averli incontrati nei pressi della stazione, ho proposto loro di fare un giro della città “indossando gli occhiali del matematico”. In effetti, assumevano delle espressioni che sprigionavano scetticismo e una certa diffidenza nei miei confronti: che cosa ci poteva essere di buono in uno strano individuo che esordiva raccontando della propria passione per la barbosissima matematica? Come se non bastasse, aveva da poco cominciato a piovere. L'aria era fredda e il cielo cupo: quale peggiore cornice? A



guardarli bene – notavo – il morale della “truppa” sembrava già essere sotto le scarpe. E non ci eravamo ancora mossi! Viste le premesse, c’è qualcosa di misterioso in quello che è successo in seguito. Una strana “magia”, che a dire la verità mi capita di osservare abbastanza spesso nelle esperienze fuori dalle mura di scuola. È come un risveglio generale, una caduta improvvisa dalle nuvole. Non succede sempre e ognuno ha i propri tempi di carburazione, ma se accade, c’è un momento preciso in cui chi conduce il gioco se ne accorge. In quel momento sa di avercela fatta: da lì in poi, la strada è in discesa. Con questi ragazzi alla scoperta di MiC, qualcosa si è iniziato a smuovere già alla prima sosta: alcuni mostravano un certo interesse per il problema dei ponti in versione bolzanina. In partenza erano molto spazziati, ma parevano anche incuriositi. Effettivamente, per loro non doveva avere le sembianze di un problema matematico, se non altro di uno di quelli che si fanno a scuola: non ci sono x e y e mancano i numeri, le operazioni, le equazioni. Come poteva essere matematica, quella cosa lì? C’era anche un po’ di timidezza nell’aria: nessuno osava azzardare risposte. Ci voleva per forza il solito, un po’ più coraggioso degli altri, che rompesse il ghiaccio. Puntualmente, come spesso accade, non è tardato ad arrivare un primo tentativo, che ha scatenato una serie di risposte alternative. In men che non si dica eravamo in mezzo alla piazza principale di Bolzano, a chiacchierare di matematica e – miracolo – a qualcuno piaceva!

A onor del vero, ho deciso di rimanere con i piedi per terra e di tenere ben presente che non stava funzionando con tutti. Una certa dose di colpa era probabilmente mia: avrei potuto cercare un modo migliore per arrivare anche a loro. L’altra parte di colpa, però, era loro: non avrebbero dato a nessuno la possibilità di lasciarsi coinvolgere. Ma quello che mi dava soddisfazione era che i totalmente disinteressati si potevano davvero contare sulle dita di una mano, mentre invece la maggioranza sembrava reagire positivamente alle mie provocazioni.

La pioggia aumentava di intensità, ma il giro proseguiva tra tassellazioni del tetto del duomo e chicchi di riso su una scacchiera, per arrivare a curvature e torsioni. Guardavamo Bolzano da questa nuova prospettiva, con questi “occhiali del matematico” che facevano risaltare aspetti diversi della città e dei suoi elementi. Stavamo proprio “facendo” matematica! Io mi nutrivo del loro stupore mentre apprezzava-



no da un nuovo punto di vista quelle questioni che avevano a suo tempo affascinato anche me.

Verso la fine, pioveva davvero forte. Ho proposto ai ragazzi di rifugiarsi nell’atrio dell’università, dove abbiamo terminato il nostro tour parlando di Flatlandia, ipercubi e quarta dimensione. La partecipazione è stata notevole, anche se durante gli ultimi minuti alcuni erano troppo stanchi per potermi dare retta. Ci siamo salutati così, tra l’entusiasmo delle insegnanti (compresa quella di inglese) e il tempo che era impietosamente volato.

Spero di essere riuscito a regalare a quei ragazzi uno sguardo diverso sulla materia più odiata per antonomasia. Non è solo un’ottima palestra per la loro formazione, ma può diventare, soprattutto, un’inesauribile fonte di piacere.

Tutti i meriti della riuscita di questo grande esperimento vanno a chi l’ha pensato, l’ha voluto, l’ha curato e ci ha creduto. Senza dubbio, MiC è sorgente di buona Cultura (quella con la C maiuscola). La mia speranza è che ci sia sempre, per ognuno, prima o poi, un paio di “occhiali del matematico” da prendere in prestito, anche solo per un’ora e mezza.

Maurizio Giaffredo

Maurizio Giaffredo

È studente di Matematica presso l’Università degli Studi di Milano, appassionato di geometria e dintorni. Interessato, tra gli altri, anche agli aspetti divulgativi della matematica, collabora con il Centro “matematita”.

maurizio.giaffredo@gmail.com



LA MATEMATICA È DAPPERTUTTO

Bergamo e Bologna: due città ricche di fascino e cultura, storia e arte, riscoperte attraverso gli occhiali della matematica

I progetti “MateBergamo” e “MateBologna” sono nati per riscoprire la matematica come occasione per esercitare la razionalità, per godere la bellezza, per fare prove di immaginazione.

Percorrendo le stradine del centro storico di una qualsiasi città, si possono osservare dettagli architettonici, decorativi e urbanistici della città che svelano aspetti matematici. La città stessa parla e la matematica diventa una chiave di lettura: coniche, simmetrie, tassellazioni, numeri complessi... intrecciano la loro storia con quella culturale e sociale della città; una passeggiata per il centro storico rivela forme, geometrie, scelte, leggende e storie di personaggi geniali.

Ciò è vero, in particolare, per Bergamo e Bologna.

A Bergamo, Piazza Vecchia **1**, per secoli cuore politico e amministrativo della città, è il punto di partenza naturale per una visita... da turisti. Attraverso le logge di Palazzo della Ragione, si apre Piazza del Duomo che raccoglie i grandi edifici religiosi della città. Addossata alla Basilica, sorge la Cappella Colleoni **2**, opera rinascimentale di Giovanni Antonio Amadeo. Il movimento dei volumi e la loro tensione verso l'alto alleggeriscono la costruzione, mentre la composizione di figure sulla facciata, accostata alla scelta cromatica dei marmi, crea un gioco di effetti ottici che restituiscono un'impressione di tridimensionalità. I rombi e il quadrato adiacenti vengono visti come le facce di un cubo, che possono alternativemente essere interpretate come sporgenti o rientranti: sono i famosi *cubi reversibili*. In matematica, una composizione come quella osservata su questa facciata si chiama *tassellazione*: è un modo di ricoprire il piano (ne vediamo qui solo una porzione) con uno o più poligoni ripetuti senza sovrapposizioni e senza spazi lasciati vuoti e disposti in modo che ogni lato di un poligono combaci perfettamente con un lato di un altro.

L'uso delle tassellazioni in arte e in architettura è assai frequente: a quanti di questi esempi ci siamo trovati davanti!



Foto di Giovanna Angelucci

Quella che potremmo definire la *matematica delle forme* ci permette di leggere “con altri occhi”, per ricordare un libro di qualche anno fa, l'aspetto di una città.

A Bologna, la Basilica di Santo Stefano **3** è una delle più affascinanti strutture di culto dell'intera città. La sua peculiarità deriva dal fatto di essere costituita da sette edifici sacri, incastonati l'uno nell'altro, da cui prende il nome di *complesso delle sette chiese*. Sulle pareti del cortile si trovano diversi simboli disegnati con i mattoni, tra cui varie stelle a 5, 6 e 7 punte.

Pochi simboli hanno avuto nella storia il potere d'attrazione della stella a 5 punte, spesso nominata *stella pitagorica*. Essa si ottiene tracciando le diagonali di un pentagono regolare. Tante sono le curiosità che si possono raccontare su questa figura mistica e affascinante: dalla successione telescopica di stelle concentriche che è possibile costruire al suo interno al rapporto aureo delle componenti, fino ad arrivare a un esempio di numero irrazionale. Pensate che è possibile costruirla anche con un origami!

Ancora più curioso però è il caso della *stella a 7 punte* che si costruisce a partire da un ettagono regolare operando in modo analogo a quello per la stella a 5 punte. La costruibilità dei poligoni regolari è uno dei “problemi classici” della matematica.

Così, nel nostro viaggio per la città, arte e architettura hanno messo in rilievo la matematica delle forme che a sua volta conduce alla matematica nella storia.

L'ideale estetico-matematico portava i Greci a ricercare la risoluzione di un problema geometrico attraverso costruzioni che utilizzassero solamente una riga (non graduata) e un compasso. La costruibilità o meno con riga e compasso è stato per secoli un cruccio per matematici di ogni epoca e cultura; tra i tanti ricordiamo Lorenzo Mascheroni (1750-1800). Matematico e letterato bergamasco, viene ricordato soprattutto per il suo capolavoro *Geometria del compasso*, del 1797 in cui l'autore dimostra come tutte le co-

struzioni della geometria classica, fatte secondo la regola della riga e del compasso, si possano eseguire usando solo il compasso.

La *matematica nella storia* ha infinite sfaccettature: ogni città porta con sé intrecci e storie di matematica e di matematici. Bologna, che ha dato i natali all'università italiana, è una città pulsante di cultura. Le piazze del suo centro erano teatro di discussioni anche scientifiche; tra le più famose ricordiamo le *matematiche disfide*. Molto in voga tra i matematici del Cinquecento, erano gare pubbliche in cui i contendenti si sfidavano reciprocamente a risolvere problemi matematici, mettendo in gioco non solo gloria e prestigio ma anche denari, discepoli, addirittura cariche scientifiche! Lo sfidante proponeva all'avversario un numero stabilito di quesiti, detti *cartelli*, di diverso ambito e grado di difficoltà. Ogni *cartello* veniva depositato presso un notaio, stampato e distribuito agli studiosi italiani più prestigiosi. Lo sfidato, o un suo allievo, dovevano risolvere i problemi proposti in un tempo preventivamente stabilito, proponendo a loro volta all'avversario nuovi quesiti. I giudici, scelti di comune accordo, dichiaravano vincitore chi riusciva a risolvere il maggior numero di quesiti. Tra le *disfide* più famose ricordiamo quella tra Tartaglia e Antonio Maria del Fiore che concerneva la risoluzione di una generica equazione di terzo grado; essa avvenne sotto il Portico dei Servi, straordinaria cornice della Basilica di Santa Maria dei Servi da cui prende il nome.

Le piazze dei centri delle città ospitavano anche mercati e centri di scambio. Prove tangibili di queste presenze si trovano non solo sui libri di storia e nei racconti popolari ma sugli stessi edifici. Piazza del Duomo e Piazza Maggiore erano il fulcro della vita commerciale, rispettivamente, della provincia bergamasca e bolognese. Su un lato della Basilica di Santa Maria Maggiore di Bergamo e ai piedi delle mura di Palazzo d'Accursio a Bologna, sono ancora infisse le antiche misure delle città. Osservandole attentamente si riconoscono: il *cavezzo*, il *braccio*, il *pettine del tessitore*, ... il *pie*, la *pertica*... Il *braccio* era una delle misure più utilizzate, ma quello *bolognese* misurava 64 cm, quello *fiorentino* 58,6 cm, quello *bergamasco* 53,1 cm, ... Insomma non c'erano due città in cui avesse la stessa misura: immaginate il caos al momento dello scambio delle merci! Le scanalature e i segni nelle piazze dei mercati servivano come sistema di riferimento, in modo che tutti potessero commerciare senza confondersi.

Sia a Bergamo che a Bologna, la ricchezza della matematica nascosta in città si è rivelata fonte inesauribile di suggerimenti per i due progetti "MateBergamo" e "MateBologna".



Foto di Ilario

“ Sebbene la matematica sia ovunque, non tutti sembrano vederla, neppure nei suoi aspetti più stimolanti e attraenti ”

Adulti, ragazzi e bambini, armati di carta, matita, funi e strumenti di ogni tipo, hanno osservato e indagato, per ricercare e rappresentare gli aspetti matematici incontrati durante i percorsi. Origami, misure e scrupolose osservazioni attraverso gli occhi della matematica hanno permesso ai partecipanti di mettere in risalto molteplici aspetti della disciplina offrendo un piccolo assaggio di quanto può essere affascinante e curioso scoprire una città da un punto di vista matematico. Non si tratta semplicemente di una matematica che spiega i *perché*, che aiuta a risolvere i problemi, che formalizza le strutture, che detta gli assiomi. Si tratta piuttosto di una matematica colta e ispirata, immersa in tutte le numerose attività dell'essere umano; in altre parole, una chiave di lettura per scoprire e interpretare la realtà che ci circonda: la *matematica delle forme, della storia e della vita*.

Alice Lemmo e Emanuela Ciotti

ForMATH

Formath Project (www.formath.it) è un gruppo di giovani matematici che si dedicano alla formazione, comunicazione e divulgazione della Matematica. Collabora con enti di ricerca, fondazioni, istituzioni scolastiche, enti locali. Ha progettato i percorsi e i laboratori "MateBologna" con la Fondazione Marino Golinelli e "MateBergamo" per BergamoScienza.

Emanuela Ciotti

È laureata in Matematica, si occupa di comunicazione e divulgazione scientifica.
emanuela.c86@libero.it



Alice Lemmo

Dottoranda presso l'Università di Palermo, si occupa di Comunicazione e Didattica della Matematica. Studia in particolare i problemi della valutazione *computer-based*.
alice.lemmo@gmail.com



OLTRE L'ITALIA... DAL PORTOGALLO

Ecco due proposte per vedere una Lisbona nascosta e... scientifica

Cosmologia, geografia, ingegneria, matematica, idraulica, ... No, non stiamo sfogliando l'indice della nuova enciclopedia scientifica Treccani, siamo solo a spasso per Lisbona! Anche qui, come da altre parti in Europa, la scienza è arrivata per strada! O meglio, c'è già da un sacco di tempo, solo che fino ad ora era passata un po' inosservata. Il fatto è che tanti luoghi, tante città, sono una miniera di "tesori" scientifici, ma una vecchia – anche se, ahimè, non ancora superata! – concezione di scienza come area assolutamente separata da quella dell'arte non consente di vederli e apprezzarli.

Che cosa può dunque svelarsi agli occhi del turista curioso di scienza? Non si tratta certo di andare a caccia di strane formule nascoste per la città; invece, mappe alla mano, si può fare qualche bella passeggiata alla scoperta di monumenti o zone urbane interessanti da un punto di vista scientifico. Il Pavilhão do Conhecimento – Ciência Viva di Lisbona ha messo a punto quattro itinerari tematici che accompagnano i visitatori lungo percorsi appositamente studiati e offrono, per ciascun punto di interesse, una spiegazione degna di una vera e propria guida turistica, completa di informazioni storiche e corredata di foto. Si va dalla sfera armillare, presente su molti edifici della città e rappresentazione dell'universo, all'antico meridiano zero, linea immaginaria lungo la riva del fiume cittadino e importante riferimento per determinare ora legale e longitudine, ai marciapiedi e passaggi pedonali realizzati in basalto e calcare disposti a formare simmetrie tanto belle quanto interessanti dal punto di vista della matematica, agli uccelli rapaci (addomesticati e non!), che volano



nel cielo di Lisbona, a tartarughe, rane e lucertole che abitano i giardini della città. Oppure ci si può semplicemente fermare un attimo ad ammirare la luce incantatrice di Lisbona scoprendo anche il perché della sua bellezza.

È proprio vero che anche solo passeggiando si può fare una bella *full immersion* di scienza! Certo, a volte bisogna mettersi a naso all'insù e guardare in alto, o, al contrario, abbassare lo sguardo fin sotto i piedi, ma di sicuro ne vale la pena.

Un altro gruppo portoghese, nell'ambito del progetto mondiale MPE2013 (a cui XlaTangente ha dedicato una rubrica per tutto il 2013), ha promosso l'iniziativa Matemática Urbana, partendo ancora una volta dal desiderio di mostrare – e così valorizzare – la matematica presente, spesso senza che il turista se ne renda conto, in diversi angoli delle città.

Il progetto, realizzato a cura del Museo della Scienza dell'Università di Coimbra e dell'Associazione degli Insegnanti di Matematica, presenta una struttura più variegata rispetto a quello del Pavilhão do Conhecimento, visto che

offre diversi tipi di proposte, come conferenze, mostre, percorsi, ecc., ma è specificamente dedicato alla matematica. I suoi itinerari si concentrano principalmente su quel nodo fondamentale del pensiero che è la simmetria e offrono la possibilità di scoprirne le varie tipologie attraverso i molti fregi che abbelliscono le città portoghesi. Dal sito di Matemática Urbana si accede agevolmente a un sito che si occupa interamente delle decorazioni dei marciapiedi di Lisbona, offrendo percorsi dettagliati, belle immagini e spiegazioni matematiche accessibili. Oppure si può scegliere uno dei tanti itinerari proposti sulle Isole Azzorre: a giudicare dalle foto, con le regole che governano la simmetria si può disegnare una miriade di forme diverse (stemmi, volatili, frutti, ancore), con linee così morbide che sembrerebbero essere state tracciate con un gessetto! Altro che formule astratte da studiare, faticosamente seduti a un tavolo: la matematica è una parte di noi e i progetti "Matematica in città", per dirla all'italiana, sono un modo originale ed efficace per raccontarlo.

ab



Per approfondire

- http://www.pavconhecimento.pt/noticias/index.asp?id_obj=1628
- <http://www.mat.uc.pt/mpt2013/matematica-urbana.html>
- <http://www.math.ist.utl.pt/~acannas/Simetria/>

CI PASSA O NON CI PASSA?

Per dieci anni, l'*exhibit* che vedete fotografato qui sotto è stato parte integrante della mostra "Matemática Viva" a Lisbona, ed era l'unico ad es-



sere collocato all'esterno; oggi, a mostra ormai chiusa si trova sotto il portico dell'edificio centrale dell'Università di Porto, in una zona centrale e molto movimentata della città. Se fosse rimasto chiuso in uno dei musei cittadini, le persone poco abituate a frequentarli non l'avrebbero mai visto.

Costituito da due aste rettilinee inclinate, fissate a una piastra circolare che ruota di continuo intorno a un asse verticale, l'*exhibit* è inserito in un cubo con le pareti di vetro, al cui

interno, una grande lastra rettangolare verticale, collocata su una diagonale del quadrato di base, presenta (soltanto!) due fessure curve. *A priori* ci si aspetterebbe che le due aste rettilinee non possano passare dalle due fessure curve senza urtare i bordi. E invece no! L'osservatore può vedere, con evidente sconcerto, che le aste rettilinee passano attraverso la lastra senza toccare i bordi della fessura curva.

In tutti questi anni, i suoi ideatori hanno assistito alle reazioni di molti osservatori e hanno potuto verificare quanto restino sorprese anche persone dotate di preparazione matematica a livello universitario, ma che non avevano mai pensato a questo fenomeno immaginandoselo in una situazione concreta. La prima indicazione del fatto che, anche per queste persone, l'*exhibit* avrebbe raggiunto il suo scopo – cioè quello di risvegliare la curiosità e di stimolare la riflessione sui motivi geometrici del suo funzionamento – era arrivata dal fabbro che lo avrebbe costruito, un eccellente professionista del suo settore. Questi aveva manifestato una certa incredulità sul comportamento finale dell'oggetto e la sua reazione era stata più o meno del tipo: "Io lo fac-

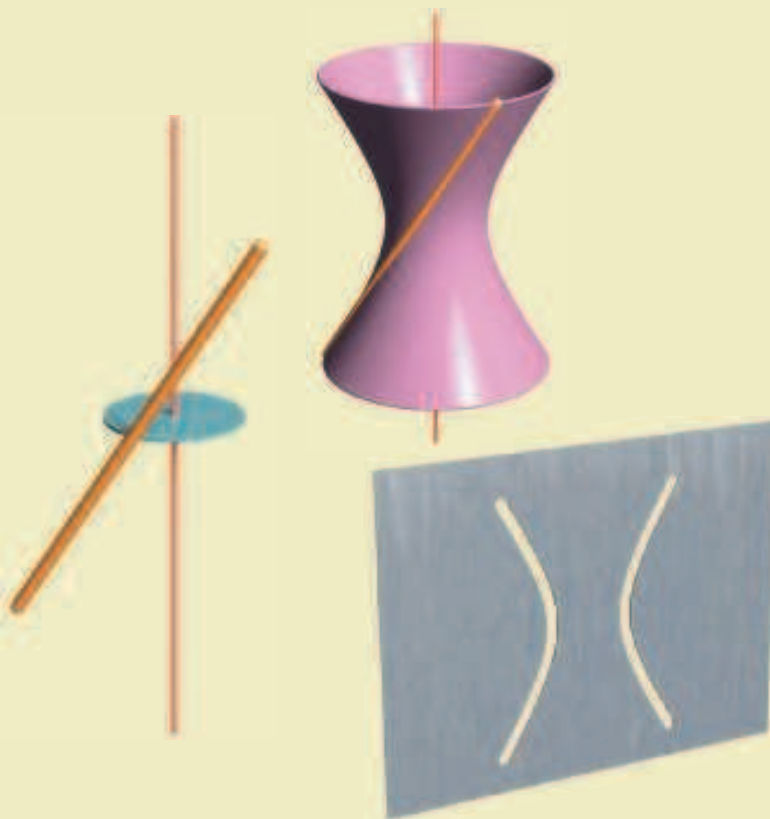
cio, ma non mi prendo la responsabilità che poi funzioni come voi dite che dovrebbe funzionare". La mattina dopo però avrebbe confessato: "Ci ho pensato, e credo che possa funzionare"... Questo ripensamento si è verificato senza che la persona vedesse alcun disegno dell'oggetto, né avesse l'aiuto di qualche animazione virtuale del tipo di quelle che oggi si trovano in rete e, naturalmente, senza l'aiuto di strumenti matematici di alcun tipo; la ragione principale del suo nuovo convincimento era stata proprio l'iniziale incredulità, che aveva generato una grande curiosità che a sua volta aveva stimolato una riflessione, sufficiente per scoprire le ragioni del comportamento previsto per l'asta. Per chi si dedica alla comunicazione della matematica, ottenere questo tipo di reazione è sicuramente il massimo a cui può aspirare quando progetta un *exhibit*!

a cura di Atractor
www.atractor.pt

Un filmato che consentirà di vedere l'*exhibit* in movimento sarà disponibile a breve alla pagina:
<http://www.atractor.pt/mat/FendaHiperbolica>".

La matematica coinvolta

Immaginiamo una retta verticale (fissa) e un'altra che gira intorno alla prima. Se le due rette sono parallele, e se si considerano tutti i punti dello spazio "toccati" dalla rotazione della retta, otteniamo un cilindro. Se le rette sono incidenti, si ottiene un (doppio) cono, con il vertice nel punto di incontro delle due rette. Ma c'è un terzo caso, che è quello che interessa qui: se le due rette sono sghembe, la superficie generata è un iperboloide di rivoluzione. Ciò significa che un punto dello spazio viene toccato dalla rotazione della retta solo se sta sull'iperboloide e quindi i punti della lastra verticale che vengono toccati dall'asta in qualche momento della sua rotazione sono i punti di intersezione fra la lastra e l'iperboloide; questi punti rappresentano una curva (un'iperbole) e, se la lastra verticale presenta una fessura in corrispondenza di questa iperbole, ecco spiegato come la retta passa dalla fessura, anche se questa è curva!



La matematica... all around the world

a cura della REDAZIONE

Nel numero 41 XlaTangente ha pubblicato un articolo apparso per la prima volta sul sito Images des Maths. Nello stesso tempo un articolo edito per la prima volta su XlaTangente è stato tradotto in portoghese. Non è un gioco: è il progetto europeo, The Translation Project. Ce ne parla in questa intervista il suo responsabile, Andreas Daniel Matt

❖ **XTG** Come è nata l'idea di mettere in contatto siti web e riviste cartacee (specializzate in comunicazione della matematica) di varie nazioni europee?

❖ **Andreas Daniel Matt** In effetti, l'idea è così naturale e importante da chiedersi piuttosto perché non sia stata realizzata prima. Probabilmente c'era bisogno di mescolare alcuni "ingredienti chiave" al momento giusto.

❖ **XTG** Puoi illustrarci quali sono secondo te questi ingredienti?

❖ **Matt** Certamente. Innanzitutto, la mia passione per le lingue straniere. Mi piace navigare in rete e leggere riviste che fanno comunicazione della matematica. Sono molto curioso di capire come la matematica venga presentata in lingue e formati differenti. Mi imbatto spesso in begli articoli in francese, saggi interessanti in spagnolo, spiegazioni illuminanti in italiano. Io stesso scrivo articoli in te-

desco e uso molto – come tutti noi, del resto – la lingua inglese per la ricerca e per comunicazioni più o meno informali. Per non parlare di tutto quello che si può leggere in portoghese, russo, rumeno...

In secondo luogo, per lavoro ho potuto rendermi conto dell'importanza della lingua di ciascun Paese in questo ambito, in particolare grazie al progetto IMAGINARY, che è iniziato come una mostra itinerante nel 2008 e ora è diventato una piattaforma globale per la comunicazione interattiva della matematica [vedi box nella pagina a fianco]. Per essere recepito da un pubblico il più vasto possibile, il messaggio di qualunque mostra deve essere fornito nella lingua del Paese in cui la si allestisce. Per questo motivo abbiamo tradotto il materiale della mostra, con l'aiuto della comunità locale, in catalano, basco, serbo, polacco, norvegese, russo, ucraino ecc. E ci siamo resi conto che poter offrire il materiale

Un vero cosmopolita

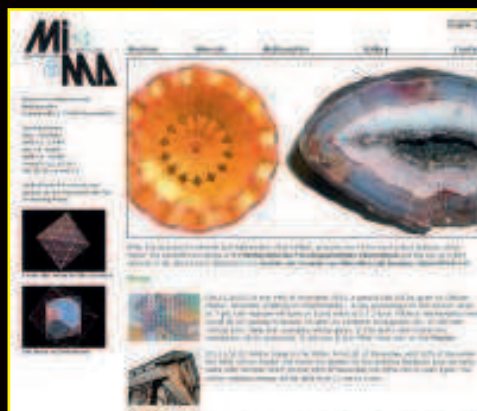
Andreas Daniel Matt studia Matematica, Informatica e Filosofia a Innsbruck, Vienna, Siviglia e Buenos Aires.

Comincia a occuparsi di comunicazione della Matematica dai tempi del dot-torato in processi stocastici e in *machine learning*. Lavora dal 2007 presso il Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach, per conto del quale sta curando IMAGINARY e il MiMA, Museo di Matematica e Minerali.



Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach (MFO)

Si tratta di un centro internazionale di ricerca in Matematica (www.mfo.org) situato nel mezzo della Foresta Nera. Fondato nel 1944, ha raggiunto una fama mondiale per la qualità delle attività che vi si svolgono. In primo piano, l'attenzione allo scambio di idee attraverso la comunicazione *de visu*. Infatti, il Centro organizza incontri per piccoli gruppi (*Research in Pairs*) oppure per gruppi più grandi con *workshop* su invito, che durano al massimo cinque giorni. Da pochi anni, MFO ha sviluppato un'attenzione sempre crescente ai problemi della comunicazione e della divulgazione della Matematica con progetti come IMAGINARY o il MIMA, il Museo di Matematica e Minerali (www.mima.museum), che fa scoprire la matematica legata ai minerali.



nelle varie lingue è stato davvero un elemento cruciale per il successo della mostra stessa!

🔊 **XTG** *Sembra davvero emozionante. Qual è stata, però, la molla che ha dato inizio al progetto di traduzione?*

🔊 **Matt** Direi che a fare da catalizzatore sono stati l'incontro con i membri del Comitato "Raising Public Awareness" della Società Matematica Europea e la riflessione sull'idea che soggiace al sito del comitato, *Mathematics in Europe* www.mathematics-in-Europe.eu. È infatti quando Erhard Behrends, presidente del Comitato, mi ha invitato a partecipare a uno dei loro incontri, che l'idea del progetto di traduzione ha iniziato a prendere forma. Volendo fare comunicazione della matematica in Europa, è necessario lavorare tutti insieme, mantenendo allo stesso tempo anche un *focus* locale. Per questo il sito *Mathematics in Europe* si pone l'obiettivo di essere disponibile in molti linguaggi europei. L'idea, cioè, è quella di partire da un materiale comune, e di veicolarlo nei vari Paesi dell'Unione grazie alla traduzione nelle diverse lingue. Il *translation project* è concepito proprio in quest'ottica: parlando con alcuni membri del comitato, tra cui Sara Santos e Maria Dedò, abbiamo pensato che alcuni siti *web* e riviste specializzate in comunicazione della matematica di Paesi diversi avrebbero potuto segnalare, con una certa periodicità, un loro articolo interessante, da tradurre in altre lingue e pubblicare su altre riviste.

A quel punto il gioco era praticamente fatto. Il progetto è stato proposto a quattro candidati in Europa: *Divulgamat* in Spagna, *Images des Maths* in Francia, *Plus Magazine* nel Regno Unito e *XlaTangente* in Italia; la loro reazione è stata molto positiva! In poco tempo abbiamo cominciato ad avere i primi articoli da tradurre.

🔊 **XTG** *Come avete fatto a trovare i traduttori?*

🔊 **Matt** Trovarli non è stato difficile grazie ai nostri canali e a Facebook. Ora abbiamo addirittura un *database* di persone – tra cui molti matematici – pronte a tradurre in varie lingue. Ma ne cerchiamo ancora, quindi non esitate a contattarci, se conoscete bene le lingue e, possibilmente, anche un po' di matematica!

🔊 **XTG** *Qual è il vantaggio, per le riviste partecipanti al*

progetto?

🔊 **Matt** Per chi fornisce il pezzo, il vantaggio è quello di potersi far leggere da un pubblico molto più vasto, che non sarebbe possibile raggiungere se l'articolo fosse disponibile solo in lingua originale. Per chi pubblica le traduzioni, invece, il vantaggio è quello di avere a disposizione del materiale sicuramente buono, perché fornito da una rivista attendibile, già tradotto nella propria lingua. Lo scambio degli articoli è possibile grazie alle cosiddette licenze aperte, tramite le quali i partecipanti al progetto si garantiscono mutuamente il diritto di ripubblicare gli articoli tradotti, a patto che siano fornite precise referenze all'editore e all'autore dell'articolo originale.

🔊 **XTG** *Chi copre i costi?*

🔊 **Matt** Questo progetto non sarebbe possibile senza il sostegno di "Munich Re", compagnia assicurativa sponsor del sito *Mathematics in Europe*, grazie al quale i traduttori vengono remunerati per il loro lavoro. Speriamo in questo modo di mantenerlo e, anzi, di espanderlo anche in futuro, trovando nuovi collaboratori, nuovi contenuti e nuove idee.

🔊 **XTG** *Grazie mille Andreas, anzi, per par condicio, Muchas gracias, Thank you very much, Merci beaucoup, limitandoci alle lingue delle quattro riviste coinvolte nel progetto!*

IMAGINARY

Piattaforma interattiva della Matematica, il sito www.imaginary.org (di cui abbiamo già raccontato alcuni aspetti nel n. 36 di *XlaTangente* a p. 18), non finisce mai di stupire e di affascinare. Chiunque può esplorare programmi fantastici e, soprattutto, creare mostre di matematica con il materiale messo a disposizione. Per ora in inglese e in spagnolo (ma alcuni documenti sono anche in altre lingue), il sito ha le potenzialità per diventare un mezzo di importazione ed esportazione di idee e prodotti matematici.

✓ XlaTangente. Percorsi nella matematica
www.xlatangente.it

✓ plus magazine... living mathematics
<http://plus.maths.org/content/>

✓ divulgamAT
Centro virtual de divulgación de las matemáticas
www.divulgamat.net

✓ + plus magazine... living mathematics
<http://plus.maths.org/content/>

Rette... Rotonde

a cura della REDAZIONE

Anche quest'anno il Festival della Scienza di Genova ha visto la presenza di una mostra organizzata da Riccardo, Alessandro e Filippo (RAF), tre vecchie conoscenze della nostra rivista. Qui ci facciamo raccontare come è andata

🔊 **XTG** Cari RAF, innanzitutto, come state? Che cosa potete dirci di questo Festival?

🔊 **RAF** Un po' stanchi, ma molto soddisfatti! Questo Festival è stato per noi un grande successo di partecipazione e di apprezzamento; abbiamo ricevuto molti commenti entusiasti per la nostra mostra. È stata la prima realizzata interamente da *Curvilinea*, l'associazione che abbiamo fondato lo scorso anno e che si occuperà di divulgazione scientifica, con particolare attenzione all'allestimento di mostre e di laboratori nelle scuole e alla comunicazione della matematica a persone che della matematica hanno sempre avuto paura. L'ottimo risultato che abbiamo ottenuto ci fa sperare di essere sulla strada giusta!

🔊 **XTG** Diteci qualcosa in più.

🔊 **RAF** "Rette... Rotonde?!" è stata senza dubbio una mostra difficile da realizzare, complici la ricchezza di contenuti e la difficoltà dell'argomento affrontato: la geometria iperbolica. La mostra è di tipo *hands-on*, cioè, accanto a un percorso tradizionale, fatto di poster che raccontano i principali aspetti matematici, ci sono esperienze laboratoriali ed *exhibit*, anche di tipo virtuale.

Siccome la geometria iperbolica è un argomento piuttosto astratto, abbiamo deciso di iniziare da un problema – decisamente concreto – di costruzione: creare un "pavimento" seguendo alcune regole fissate. Si devono usare solo piastrelle a forma di poligono regolare, cioè con tutti i lati e tutti gli angoli uguali, e solo copie della stessa piastrella, costruendo così una pavimentazione (o, come si dice anche, una tassellazione) composta tutta da quadrati, piuttosto che da pentagoni regolari e così via.

Se vogliamo che attorno a un vertice di una tassellazione stiano q triangoli, sappiamo che i loro angoli interni devono valere esattamente $360^\circ/q$. Ad esempio, se volessimo mettere 8 triangoli attorno a un vertice... avremmo bisogno di triangoli equilateri con tutti gli angoli di 45° ! E sappiamo bene che sul piano questo non è possibile: tutti i triangoli equilateri hanno angoli interni di 60° . Ci si accorge presto che sul piano la costruzione riesce soltanto per le piastrelle a forma di triangolo equilatero, di quadrato o di esagono regolare.

Da qui, la mostra procede intorno alla domanda se sia possibile utilizzando ancora piastrelle che abbia senso chiamare "poligoni regolari", modificare le "regole del gioco" per realizzare delle tassellazioni regolari che non si possano costruire sul piano.

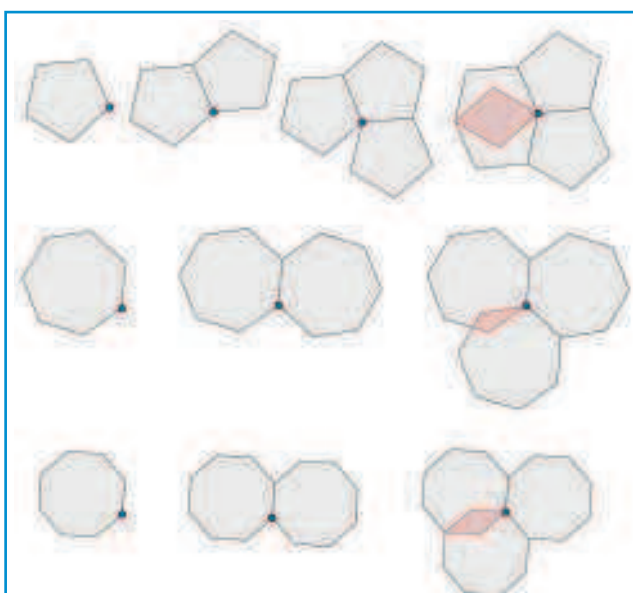
🔊 **XTG** Non è difficile per i visitatori immaginarsi una situazione del genere?



La pseudosfera della mostra "Rette... Rotonde"

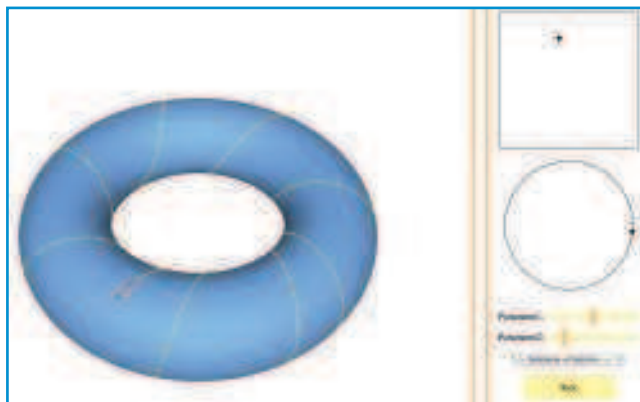
🔊 **RAF** Effettivamente il problema, soprattutto se lo si affronta subito dopo l'esempio sul piano euclideo, può sembrare spiazzante.

Per superare questa difficoltà ci è stato di grande aiuto un laboratorio in cui si fa uso di mattoncini chiamati "knüpferli", con i quali si possono costruire dei pavimenti "deformati" realizzando alcuni piccoli pezzi di tassellazioni iperboliche.



Alcuni poligoni regolari piani messi attorno a un vertice e in basso, la formula della somma degli angoli interni di un poligono con n lati

$$\left[\frac{180^\circ \cdot (n - 2)}{n} \right]$$



Screenshot di un programma

che. Questa parte costruttiva della mostra è fondamentale perché permette di spostarsi dal problema ideale “esiste una maniera di cambiare le regole in modo da poter costruire tassellazioni regolari diverse dalle tre euclidee?” al problema, più pratico, di giustificare un fatto che si vede avvenire su un esempio concreto. Queste costruzioni suggeriscono di spostarsi nel mondo delle superfici diverse dal piano. Oltre alla sfera, che conosciamo tutti bene, si fa conoscenza con una superficie a “sella” che assomiglia molto a uno dei modelli che si possono costruire con gli knüpferli. Dopodiché ci si interroga sul significato della parola “segmento” su una superficie, arrivando a parlare di “geodetiche”, cioè di quelle curve che, sulla superficie, sono l’analogo della retta sul piano. Come aiuto per capire che cosa sono, c’è un’isola multimediale che disegna le geodetiche su alcune superfici come il cilindro e una ciambella.

🔊 **XTG** *Come prosegue la mostra dopo la descrizione delle geodetiche su una superficie?*

🔊 **RAF** Prima di introdurre il piano iperbolico – l’ambiente dove effettivamente alla fine della mostra costruiamo le nuove tassellazioni – abbiamo scelto di parlare di “curvatura”. Senza entrare nei dettagli di una definizione molto complessa, basti sapere che la curvatura è un numero che dice quanto e come una superficie è “curva” vicino a un punto. Ad esempio, una sfera ha curvatura sempre uguale in ogni punto perché è curva “allo stesso modo”, mentre un uovo – pur continuando ad avere, come si dice, curvatura “positiva” ovunque – ce l’ha ben diversa in punta rispetto a quella che ha alla base. Non è facile trovare una superficie che abbia in ogni punto curvatura negativa: anche la “sella” è solo una porzione di superficie a curvatura negativa. Il piano iperbolico è invece una superficie a curvatura negativa in ogni punto. In mostra ne descriviamo un modello, quello del disco di Poincaré, su cui si può procedere alla costruzione delle nuove tassellazioni che stiamo cercando. Abbiamo scelto di non approfondire in modo particolare la sua costruzione, limitandoci agli enti che servono per dare un senso alla parola “tassellazione”, cioè limitandoci a segmenti, distanze e angoli.

Per aiutare l’immaginazione del visitatore, abbiamo realizzato un programma che permette di disegnarvi punti, geodetiche e poligoni regolari e di calcolare distanze e angoli. E di osservare che i triangoli iperbolici hanno somma degli angoli interni minore di 180° !

🔊 **XTG** *Come reagiscono i visitatori di fronte a questo modello così “astratto”?*

🔊 **RAF** Il timore che i visitatori si facessero spaventare da questi modelli ci ha portato a realizzare qualcosa di concreto che li sostenesse nell’indagine. Abbiamo subito pensato alla pseudosfera, una superficie nello spazio che modella una porzione del piano iperbolico e ne abbiamo realizzata una

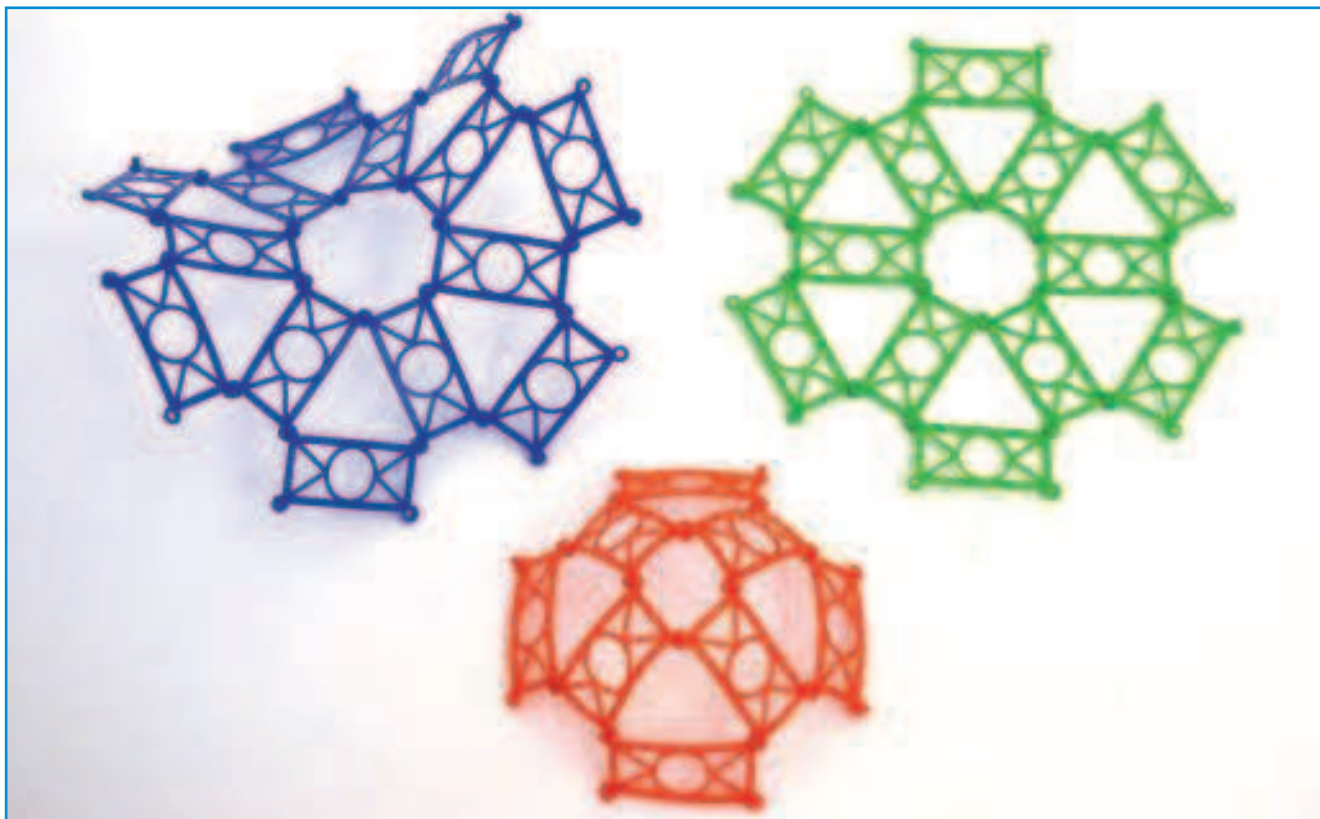


Foto di knüpferli

che fosse possibile toccare con mano e sulla quale si potesse anche disegnare come su una lavagna! Un secondo programma aiuta poi i visitatori a fare il passaggio dalla pseudosfera al modello del disco: permette infatti di disegnare sulla prima e vedere che cosa succede sull'altro.

« **XTG** Per poi finire con le tassellazioni?

« **RAF** Quelle e non solo! Una volta costruito un poligono regolare che serve per realizzare una tassellazione, come si fa a costruire il resto della tassellazione? Operiamo come siamo abituati a fare sul piano euclideo: iniziamo a copiare il poligono riflettendolo rispetto a un suo lato creando così le piastrelle adiacenti e poi andiamo avanti... all'infinito. Nel piano iperbolico si può fare la stessa cosa se riflettiamo rispetto a... geodetiche. In mostra, descriviamo come sono fatte queste "riflessioni" usando un inversore di Peaucellier (una macchina che realizza un'inversione circolare) e alcuni software e poi, finalmente, vediamo il prodotto finito: c'è un programma dedicato a visualizzare le varie tassellazioni iperboliche e a vedere come sono fatte le trasformazioni che le lasciano invariate. Infine chiudiamo la mostra ritornando alla geometria euclidea e ai suoi postulati.

« **XTG** Un percorso ambizioso. Come hanno reagito i visitatori?

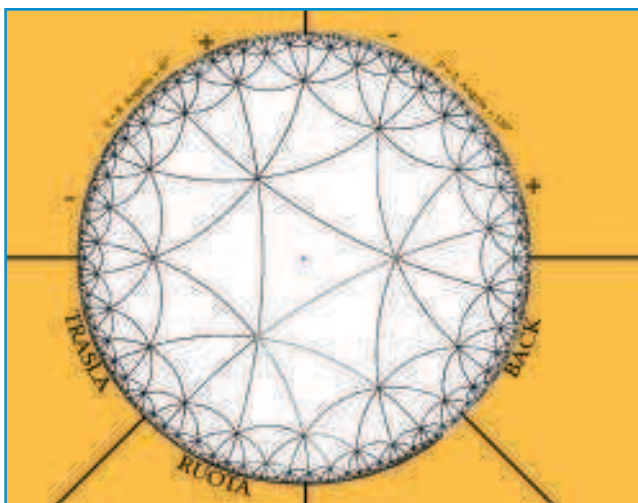
« **RAF** Le reazioni variavano a seconda dell'età dei visitatori: mentre i più grandi tendevano ad approfondire il modo in cui si costruiscono le tassellazioni regolari iperboliche, i più giovani spesso si fermavano più a lungo sulla parte iniziale per costruire porzioni di tassellazioni con gli knüpferli.

« **XTG** E le tassellazioni sferiche?

« **RAF** Benché le tassellazioni sferiche si possano ricostruire nei laboratori e nella mostra ci sia la possibilità di affrontare il problema, abbiamo deciso di dedicarci solamente alle tassellazioni iperboliche. Il motivo principale è che i mondi in cui si possono costruire queste due famiglie di tassellazioni sono diversi tra di loro, e quindi abbiamo scelto di concentrarci in particolare solo sulla geometria iperbolica.

« **XTG** Come mai la scelta di partire da un problema come questo e non, piuttosto, dagli assiomi di Euclide?

« **RAF** Storicamente la geometria iperbolica nasce dalla ne-



Screenshot di un programma



Foto di gruppo degli animatori

gazione del quinto postulato di Euclide, ma non è sicuramente questo l'unico modo per presentarla! Scegliendo di affrontarla in questa maniera, proponiamo un punto di vista più organico sul concetto di poligono su una superficie qualsiasi e quindi su ciò che significa "fare" geometria.

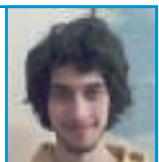
In ogni caso, una parte della mostra – quella finale – è dedicata proprio ai postulati: invece di usarli come punto di partenza, li usiamo come punto di arrivo per riesaminare gli argomenti trattati.

« **XTG** Come mai, visto che il tema del Festival di quest'anno era la bellezza, avete scelto di parlare di questo argomento?

« **RAF** La spinta principale ci è venuta dall'eleganza dei disegni che si ottengono quando si costruisce una tassellazione regolare iperbolica. Si può trovare un notevole esempio nei lavori di M.C. Escher, ma anche in molte altre opere di artisti che realizzano disegni simili. Un aspetto un po' più filosofico riguarda invece la possibilità, che si ha in matematica, di "modificare le regole del gioco", mantenendo però il controllo su quello che si sta facendo. In questo modo si osserva la comparsa di fenomeni inaspettati (dalle rette ultraparallele ai triangoli ideali) e spesso stupefacenti. È come assistere a una specie di magia, sicuri però che dietro non c'è alcun trucco.

Riccardo Moschetti

È dottorando in Matematica e Statistica presso l'Università degli Studi di Pavia. Ha studiato Matematica a Milano, dove ha conosciuto il centro *matematita* con il quale tutt'ora collabora. riccardo.moschetti@curvilinea.org



Alessandro Cattaneo

Iscritto al corso di Laurea magistrale in Matematica all'Università degli Studi di Milano, collabora dal 2008 con il centro *matematita*. alessandro.cattaneo@curvilinea.org



Filippo Favale

È *postdoc* presso la Fondazione Bruno Kessler. Da diversi anni collabora con la rivista *XlaTangente* e con il centro *matematita* di Milano. È uno dei fondatori dell'associazione culturale *Curvilinea*, attiva nell'ambito della divulgazione scientifica. filippo.favale@curvilinea.org



Grattacieli e crisi economiche

di PAOLO CARESSA

Sempre più spesso i modelli matematici, specie quando sono applicati a sistemi complessi come quelli meteorologici, biologici, economici ecc., rinunciano esplicitamente alla descrizione causale dei fenomeni per sostituirla con una descrizione non deterministica e probabilistica: potremmo dire che dalla causalità si è passati alla casualità...

Più precisamente, il concetto di relazione causale si generalizza nel concetto di correlazione: due eventi sono correlati se ciascuno influenza l'altro, e la stima di questa influenza si può effettuare con dei calcoli empirici, misurando gli effetti lineari di un evento sull'altro.

Determinare la correlazione fra eventi richiede semplicemente la misurazione di occorrenze diverse dei due eventi ai medesimi istanti. Per esempio, si potrebbe cercare una correlazione tra il prodotto interno lordo di un Paese e il tasso di inflazione, ma anche tra il consumo di alcolici e l'insorgere di patologie epatiche, fra l'indice di abbandono scolastico e il tasso di criminalità nei centri urbani o persino tra l'altezza dei grattacieli e l'insorgere di crisi economiche.

Per quanto possa sembrare bizzarro, l'ultimo esempio è stato oggetto di studio da parte di alcuni economisti negli ultimi dieci anni!

CORRELAZIONE E CAUSALITÀ

La relazione di causa-effetto fra due fenomeni, X e Y sancisce che in presenza di X si ha necessariamente la presenza di Y e,

Grattacieli a Chicago (USA)

viceversa, mancando Y , viene a mancare anche X . Diciamo che X è la causa di Y in questo caso, e che Y ne è l'effetto.

In teoria, per verificare che X causa Y è quindi necessario verificare che ogni volta che si verifica X si verifica anche Y , cioè, equivalentemente, che in assenza di Y deve mancare anche X . Evidentemente, una tale verifica è impossibile empiricamente: a meno di non avere la possibilità di verificare tutti i possibili casi di occorrenze dei due fenomeni in questione, non possiamo dedurre che X causa Y . In altri termini, se è vero che la presenza di X ha sempre implicato la presenza di Y fino a un dato istante, nulla ci garantisce che sarà ancora così.

La critica filosofica al principio di causa-effetto risale almeno al Settecento: il filosofo scozzese David Hume, per esempio, esibì delle penetranti osservazioni in proposito. E tuttavia, il principio di causa-effetto ha continuato a essere utilizzato per tutto l'Ottocento nei modelli matematici deterministici del mondo reale. Tuttavia molti fenomeni non si prestano a questa modellizzazione e richiedono modelli probabilistici.

In quest'ultimo caso, piuttosto che stabilire un legame causale fra due fenomeni X e Y , si calcola la loro correlazione ρ_{XY} , che si esprime come

$$\rho_{XY} = \frac{[(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})]}{(\sigma_X \sigma_Y)},$$

dove il simbolo $\bar{Z}$ indica il valore atteso della quantità Z (in pratica la media dei suoi valori) e σ_Z denota la deviazione standard, che misura la dispersione delle misurazioni di Z rispetto alla sua media. In altre parole, la correlazione è direttamente proporzionale alla media degli scarti delle quantità X e Y , ed inversamente proporzionale alle dispersioni dei valori di queste quantità attorno alle loro medie (si noti che se una delle quantità assume sempre lo stesso valore, cioè non ha affatto dispersione ma coincide con la propria media, sia il numeratore che il denominatore si annullano e il calcolo della correlazione perde senso).

Il coefficiente di correlazione ρ_{XY} è un numero reale compreso fra -1 e $+1$: quando è 0 vuol dire che le due quantità non sono linearmente correlate, quando è -1 vuol dire che le quantità sono anticorrelate, cioè l'una ha l'andamento

opposto dell'altra, quando è $+1$ vuol dire che le quantità sono correlate, cioè hanno esattamente lo stesso andamento.

In generale, un valore positivo della correlazione indica che i due fenomeni tendono ad avere lo stesso comportamento, in modo sempre più netto quanto più la correlazione tende a $+1$, mentre una correlazione negativa indica la tendenza ad avere il comportamento opposto.

Un paio di esempi potranno chiarire la questione. Supponiamo di avere tre quantità X , Y , Z per le quali tre misurazioni abbiano dato luogo alle seguenti serie: $X_1 = 1$, $X_2 = 0,5$, $X_3 = 1$; $Y_1 = 10$, $Y_2 = 5$, $Y_3 = 10$; $Z_1 = 1$, $Z_2 = 2$, $Z_3 = 1$. A conti fatti troviamo che $\rho_{XY} = 1$ e $\rho_{XZ} = \rho_{YZ} = -1$. E in effetti l'andamento della serie X e della serie Y è lo stesso, sono legate dalla relazione lineare $2X = Y$, mentre l'andamento della serie X e della serie Z è l'opposto; visto che quando X si dimezza, Z raddoppia e viceversa.

Consideriamo ora due fenomeni X e Y che possano misurarsi solo con i valori 0 e 1 , e immaginiamo che il valore 0 voglia dire che il fenomeno non si verifica e il valore 1 che si verifica. Se X causa Y , allora ogni volta che si ha $X = 1$ si ha anche $Y = 1$: per esempio X potrebbe essere il fenomeno "piove" e Y il fenomeno "la strada è bagnata". La pioggia è causa di una strada bagnata, ma ovviamente non la sola. Per esempio supponiamo di avere misurato tre volte i due fenomeni: una volta pioveva, e la strada era bagnata; un'altra volta non pioveva e la strada non era bagnata; un'altra volta non pioveva ma la strada era bagnata (perché un idrante era rotto). Le serie sono dunque $X_1 = 1$, $X_2 = 0$, $X_3 = 0$; $Y_1 = 1$, $Y_2 = 0$, $Y_3 = 1$. La correlazione fra i due fenomeni, stanti questi dati, è di $0,5$.

In generale, una relazione di causa effetto fra i due fenomeni implica una correlazione non negativa, ma non necessariamente una correlazione pari a uno: quest'ultimo caso si verifica solo se X è l'unica causa di Y .

In questo senso diciamo che la correlazione generalizza la causalità, in quanto quest'ultima genera una correlazione positiva fra i due eventi. Ma attenzione: la presenza di una correlazione positiva non implica necessariamente un nesso

Come si calcola la correlazione

Supponiamo di disporre di misurazioni dei due fenomeni in certi istanti passati: precisamente, supponiamo di avere N istanti $t_1, \dots, t_N$ nei quali abbiamo misurato entrambi i fenomeni, ottenendo le due serie di misure (che per semplicità supponiamo si riducano ciascuna alla rilevazione di un numero) $X_1, \dots, X_N$ e $Y_1, \dots, Y_N$. Sulla base di questi dati, gli statistici stimano la correlazione fra i due eventi per mezzo della seguente formula:

$$\rho_{XY} = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2}}.$$

Questa formula apparentemente complicata è facilmente programmabile su un calcolatore (per esempio Excel la mette a disposizione), il che consente

di calcolare la correlazione fra eventi per i quali si siano raccolti un numero ingente di misurazioni, per esempio rilevazioni di indici azionari, valori meteorologici, numero di accessi a social network, etc. Al numeratore compare la somma dei prodotti degli scarti medi delle due serie di misure: a ciascuna misura X_i viene sottratta la media dei valori $X_1, \dots, X_N$, cioè la quantità $\sum_{i=1}^N X_i / N$, e a ciascuna misura Y_i viene sottratta la media dei valori $Y_1, \dots, Y_N$, cioè $\sum_{i=1}^N Y_i / N$. A denominatore invece figurano le radici quadrate delle somme degli scarti quadratici medi delle due serie di misure. Come si vede da queste formule, il calcolo della correlazione dipende sensibilmente dalla serie dei valori registrata per le due quantità X e Y .

causale (abbiamo appena lo spazio per menzionare il fatto che il premio Nobel per l'Economia Clive Granger ha definito un test statistico di "causalità" fra due eventi, basandosi su una idea dovuta al grande matematico Norbert Wiener).

I CICLI ECONOMICI...

La correlazione è una delle quantità che viene bene calcolare quando si dispone di grandi masse di dati rilevati misurando fenomeni diversi, e un esempio tipico di disciplina in cui ciò accade è l'Economia. La misurazione di indicatori economici e finanziari produce al giorno d'oggi, mercé i computer e le reti di computer, un diluvio di dati rilevati anche con frequenze altissime, uno ogni minuto per esempio. Ciò consente di compilare lunghissime liste di rilevazioni e di studiare le correlazioni fra i fenomeni che hanno generato quei numeri.

Uno dei fenomeni che interessano maggiormente gli economisti è il *ciclo economico*, cioè l'alternarsi periodico, ma non sempre con lo stesso periodo, di fasi espansive e recessive nelle economie di singoli paesi o nelle economie globali. Per esempio negli ultimi anni le economie europee stanno vivendo una fase recessiva, che per alcuni paesi è già passata, per altri è ancora presente. Finita la recessione, riprenderà una fase di espansione economica fino al punto in cui una nuova recessione si verificherà e così via.

Poiché questi cicli economici influiscono drammaticamente sulla vita quotidiana dei cittadini e delle imprese, è importante cercare di capirli e possibilmente cercare di trovare dei fattori correlati all'insorgere delle crisi, in modo da

correre per tempo ai ripari. Solitamente le grandezze che si correlano all'andamento del ciclo economico sono indicatori economici e finanziari come il prodotto interno lordo, il tasso di inflazione, etc.

... E I GRATTACIELI!

Una delle più singolari spiegazioni per le recessioni economiche è stata proposta nel 1999 da Andrew Lawrence, un analista finanziario che pubblicò un rapporto di ricerca nel quale poneva in correlazione le altezze dei grattacieli e l'insorgere delle crisi economiche. Precisamente, Lawrence considera i seguenti due fenomeni misurabili: è l'elenco delle date in cui è stato costruito un grattacielo più grande di tutti quelli fino ad allora esistenti; è l'elenco delle date in cui sono scoppiate le crisi economiche globali.

Gli eventi citati da Lawrence sono per esempio la coincidenza fra la costruzione del Singer Building e il "panico dei banchieri" del 1907, una crisi che durò un paio d'anni recando danni enormi alla borsa di New York. Un altro esempio è la costruzione dell'Empire State Building a ridosso della Grande Depressione del 1929. Anche la costruzione del World Trade Center e delle Sears Towers avvenne in coincidenza con la crisi petrolifera e azionaria del 1973. Un ulteriore e significativo esempio è la costruzione delle Petronas Twin Tower in Malesia proprio in corrispondenza della "crisi delle tigri asiatiche" del 1997.

Naturalmente si pone il problema della plausibilità di questa ipotesi: la questione è stata studiata da economisti di

Cicli economici e correlazione

La moderna teoria dei cicli economici è esposta nel celebre libro di Arthur Burns e Wesley Mitchell, *Measuring Business Cycles* (1946): l'idea di base è che gli indicatori macroeconomici tendono a muoversi assieme, insomma presentano delle correlazioni. Per esempio, in una fase di espansione economica, aumenta non solo la produzione ma anche l'occupazione (o se si vuole la produzione è anticorrelata alla disoccupazione) e, viceversa, in una fase recessiva la produzione cala e la disoccupazione cresce, come è stato drammaticamente sperimentato negli ultimi anni anche in Italia. Secondo la definizione di Burns e Mitchell, una fase del ciclo economico si connota come recessiva se per almeno sei mesi la maggior parte degli indicatori economici decresce. Le cause dei cicli economici sono molteplici e non tutti gli economisti concordano sul loro peso, così che la teoria dei cicli economici rimane in gran parte una misurazione empirica di correlazioni senza che sia chiaro se, dietro di esse, ci siano realmente delle relazioni causali con indicatori misurabili.

*Measuring
Business
Cycles*

by Arthur F.
Burns and
Wesley C.
Mitchell
National Bureau of
Economic Research

tutto rispetto, come Mark Thornton, che in un articolo del 2005 ha sostenuto la validità dell'ipotesi di Lawrence, proponendo un nesso fra gli indicatori economici e i fattori che spingono alla costruzione dei grattacieli, e le tecnologie che li rendono possibili.

In sostanza, Thornton lega al calo del tasso di interesse, tipico della fase espansiva dei cicli economici, la necessità e la possibilità di costruire un grattacielo più alto di tutti quelli attualmente esistenti. In primo luogo l'impatto dei tassi di interesse sul valore dei terreni e dei capitali: l'idea è che in una fase espansiva dell'economia, con i tassi che tendono a scendere, il prezzo dei terreni tende a salire e quindi si cerca di costruire "in verticale" più che in orizzontale. Un'altra conseguenza del calo dei tassi di interesse è l'espansione delle imprese, che possono permettersi uffici centrali nelle grandi capitali finanziarie, spesso ubicati in grattacieli per motivi di convenienza e prestigio. Infine, Thornton evidenzia come nelle fasi positive del ciclo economico le innovazioni tecnologiche mettono a disposizione tecniche più efficienti per costruire anche i grattacieli. Naturalmente queste sono tutte "spiegazioni" a posteriori: come abbiamo detto, determinare una correlazione fra eventi non consente di dedurre un nesso causale.

C'è da dire che altri hanno studiato in modo critico, per non dire scettico, la questione: un recente lavoro (Barr, Mizrach, Mundra, *Skyscraper Height and the Business Cycle: Interna-*

tional Time Series Evidence, 2011), dati alla mano, laddove Thornton si limita a spiegazioni teoriche, sembra ridimensionare drasticamente il "potere predittivo" dell'altezza dei grattacieli sulle crisi economiche.

LA PAROLA AI NUMERI

Non c'è nulla di male se anche noi proviamo a trattare, matematicamente, la questione, calcolando la correlazione fra la costruzione di grattacieli da record e l'inizio delle crisi economiche. Si tratta di applicare quanto detto prima a dei dati facilmente reperibili su Internet: quello che abbiamo fatto (e che il lettore curioso potrà trovare in dettaglio nella pagina internet <http://www.caressa.it/dati/skyscraper.html>) è stato considerare l'elenco degli anni delle principali crisi economiche a partire dal 1901 e l'elenco degli anni in cui è stato costruito un grattacielo più alto degli altri, ottenendo così una lista di date $t_1, \dots, t_N$. Poi abbiamo costruito due serie numeriche, una $X_1, \dots, X_N$ dove $X_k = 1$ se in quell'anno c'è stata una crisi economica e $X_k = 0$ altrimenti, e un'altra $Y_1, \dots, Y_N$ dove $Y_k = 1$ se in quell'anno è stato costruito un grattacielo più alto di quelli esistenti e $Y_k = 0$ altrimenti. Il risultato della correlazione fra queste due serie numeriche è molto deludente: un valore di circa $-0,218$, cioè una lieve anticorrelazione! A pesare su questo risultato sono le molte crisi economiche occorse negli ultimi vent'anni del ventesimo secolo a fronte delle quali nessun record di altezza di grattacieli è stato battuto: limitandosi agli anni prima del 1980 e correlando le altezze dei grattacieli con la presenza di crisi economiche la correlazione diviene quella notata da Lawrence.

Da matematici non possiamo quindi condividere gli allarmi che qualcuno ha lanciato per la costruzione in Cina del prossimo grattacielo Sky City a Changsha (838 metri)!

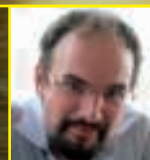
Foto di Gavin Terpstra



Sidney (Australia), Skyline

Paolo Caressa

È nato a Roma, dove vive e lavora: dopo aver conseguito la laurea e il dottorato di ricerca in matematica, ha svolto attività di insegnamento e ricerca universitaria nel settore della geometria differenziale, per poi passare a svolgere consulenze per aziende di software. In seguito ha lavorato come analista quantitativo per un importante istituto di credito, sviluppando e implementando modelli matematici per la finanza. Attualmente si occupa di gestione di progetti software nell'ambito della sicurezza. Oltre ad alcuni lavori scientifici ha pubblicato articoli divulgativi (di matematica, informatica, letteratura), una *Piccola storia della matematica* (2010) per Alphatest e *Matemática escolar desde un punto de vista superior* (2011) per le edizioni UAM di Madrid. (www.caressa.it)





Che cos'è la Teoria dei Giochi?

di GIULIA BERNARDI

Che cosa vuol dire occuparsi di teoria dei giochi? No, non si tratta di passare il tempo a giocare con videogames e giochi in scatola per capirne tutti i segreti; sì, si tratta di studiare una disciplina vera e propria (nata recentemente) che ne coinvolge moltissime altre: dall'economia alla biologia, passando per la statistica, la psicologia, il diritto, l'informatica e, ovviamente, la matematica

La teoria dei giochi in effetti si occupa proprio dello studio dei giochi, ma... che cos'è un gioco? Ecco cosa ci suggerisce il dizionario:

gioco: pratica consistente in una competizione fra due o più persone, regolata da norme convenzionali, e il cui esito, legato spesso a una vincita in denaro (posta del g.), dipende in maggiore o minor misura dall'abilità dei singoli contendenti e dalla fortuna.

Sono dei giochi, per esempio, la dama, gli scacchi, il poker, mosca cieca ma... non solo! Pensandoci un po', possiamo trovare molti altri esempi di "giochi" nel senso di competizioni che dipendono dalle nostre capacità o dalla fortuna: due amici che cercano di ottenere il numero di telefono di una nuova ragazza; due industrie rivali che cercano di avere più clienti e ottenere ricavi maggiori; le discussioni tra politici per realizzare le loro promesse elettorali; padre e figlio che contrattano gli orari del rientro...

Più precisamente, possiamo descrivere un "gioco" come

una situazione in cui le azioni compiute da ogni giocatore influenzano i possibili risultati degli altri. In questo modo, in realtà, descriviamo molte delle situazioni che ci capita di dover affrontare ogni giorno. Per ognuna di esse, la teoria dei giochi cerca di creare dei modelli matematici a partire dai quali stabilire quale sia il comportamento dei giocatori, quali siano i possibili esiti, quali siano le strategie vincenti.

Quanto ai giocatori, essi non sono necessariamente delle persone; potrebbero essere anche dei gruppi di persone, enti (come industrie, organi di governo) o altro; l'importante è che rispettino le due ipotesi formulate a proposito del loro comportamento: devono essere *egoisti* e *razionali*. Un giocatore è egoista nel senso che dopo aver definito il proprio obiettivo cerca sempre di raggiungerlo indipendentemente da quali siano gli obiettivi degli altri giocatori (attenzione: il suo obiettivo potrebbe anche essere quello di far vincere gli altri, ad esempio un nonno potrebbe voler lasciare vincere ogni tanto il nipotino); razionale

invece significa che in ogni momento riesce ad analizzare la situazione e a fare la scelta migliore a sua disposizione. Ovviamente queste due ipotesi sono anche i punti deboli della teoria quando cerchiamo di applicarla alle situazioni reali: è difficile stabilire quale sia veramente l'obiettivo di una persona ed è ancora più difficile tradurlo in linguaggio matematico, in modo che il comportamento del giocatore sia veramente egoista, nel senso di "concentrato solo sul proprio obiettivo"; ma soprattutto è molto raro che un essere umano si comporti razionalmente... o almeno che lo faccia nel senso in cui vorremmo noi. Un semplice esempio ci aiuterà a capire: un padre offre al primogenito 100 euro a patto che si accordi con la sorella per dividerseli. Quale offerta dovrà fare il fratello alla sorella? Per lo più sembra ragionevole ipotizzare che si divida la cifra 50-50, ma se il fratello offrisse alla sorella un solo euro e ne tenesse per sé 99? Per la teoria dei giochi, questa è la soluzione! Infatti, dovendo fare un'offerta alla sorella, il fratello inizierà proponendo una divisione vantaggiosa per sé: tiene 99 euro e ne offre 1 alla sorella. A questo punto lei può accettare l'offerta e prendere 1 euro o rifiutare e non prendere niente; ovviamente tra guadagnare qualcosa (anche poco) e non guadagnare... meglio accettare l'euro! Solo che nella vita le persone sono emotive e a volte preferiscono perdere qualcosina (ovvero non accettare l'offerta di un euro), pur di fare perdere anche gli altri (infatti se non c'è l'accordo, anche il fratello perde 99 euro), piuttosto che vincere poco quando gli altri vincono tanto. Provate a fare questo esperimento con i vostri amici per vedere quanto sono razionali!

Ufficialmente la teoria dei giochi nasce nel 1944, anno in cui John von Neumann e Oskar Morgenstern pubblicano il libro *Theory of games and economic behaviour*. In realtà qualche risultato di teoria dei giochi era già stato pubblicato negli anni precedenti, ma ancora non si sapeva che... faceva parte di questa disciplina! Sicuramente dal 1944 in poi i matematici iniziarono ad avere le idee più chiare e a occuparsi di teoria dei giochi consapevolmente.

Il padre fondatore della teoria dei giochi, von Neumann, non è stato solo uno dei matematici più significativi del secolo scorso, ma ha svolto lavori fondamentali anche in altre materie come la fisica e l'informatica. I suoi contributi alla teoria dei giochi riguardano lo studio dei giochi *a somma zero* (dove tutto quello che vince un giocatore viene perso dal suo avversario e viceversa) e l'introduzione del metodo dell'*induzione a ritroso*, per risolvere giochi finiti a informazione perfetta (cioè giochi dove ci sono un numero finito di mosse possibili e dove tutti i giocatori sanno quali sono queste mosse e quali sono le conseguenze di ognuna di esse).



John von Neumann (1903 – 1957)

Foto di Los Alamos National Laboratory

Sono di questo tipo gli scacchi e la dama). L'idea è quella di immaginare tutte le possibili mosse dei giocatori, poi di risalire dalla situazione finale all'inizio, scegliendo ogni volta il miglior esito possibile tra quelli a disposizione. In questo modo si può tornare indietro fino alle prime mosse e individuare la strategia vincente, ovvero la sequenza di mosse che porteranno al miglior risultato possibile.



John Forbes Nash Jr. (1928 -)

Foto di Peter Badge

Dopo la pubblicazione dei risultati di von Neumann, una prima branca della disciplina ha iniziato a diffondersi e a riscuotere sempre più successo. In particolare, negli anni 50 del secolo scorso si iniziò a studiare la teoria di una tipologia di giochi, quelli cooperativi, ovvero quei giochi in cui si immagina che i giocatori possano fare degli accordi tra di loro e partecipare al gioco come gruppi; ad ogni gruppo (o coalizione) è associato un valore che rappresenta quanto quella squadra è in grado di ottenere nel gioco. Nel 1954 Lloyd Stowell Shapley introdusse un *indice di potere*, ovvero una funzione che in ogni gioco cooperativo associa a ogni giocatore un numero che ne rappresenta il "potere". L'*indice di Shapley* è uno dei più famosi e più utilizzati, ma non è l'unico, anzi, ne sono stati inventati molti altri che spesso si rivelano più utili e forniscono soluzioni più interessanti. Le applicazioni degli indici di potere sono molto varie: politica, biologia, economia... Ogni volta che si riesce a creare un modello di un gioco cooperativo, gli indici di potere possono aiutarci a capire quali siano i giocatori più influenti e quali quelli meno significativi.

Un'altra grande sezione della teoria dei giochi è data dalla teoria non cooperativa, il cui padre è il famoso matematico John Nash, sulla cui vita è basato il film *A beautiful mind*. A Nash si deve infatti il prezioso concetto di "equilibrio" per i giochi non cooperativi, che permette di stabilire *a priori* quale sarà l'esito di un gioco e che utilizza proprio le ipotesi sulla razionalità e l'egoismo dei giocatori che abbiamo discusso all'inizio. Nash è stato anche il primo teorico dei giochi a ricevere il Premio Nobel per l'Economia nel 1994 (insieme a Reinhard Selten e John Harsanyi). Ma non è stato l'ultimo: il Nobel per l'Economia è stato vinto da altri matematici per il loro contributo alla teoria dei giochi anche nel 2005, nel 2007 e nel 2013. Sembra che occuparsi di giochi non sia poi così banale!

Giulia Bernardi

Si è laureata in Matematica presso l'Università di Milano Bicocca, con una tesi sulla teoria dei giochi. Dal 2012 partecipa, con grande soddisfazione, al progetto *MATH.en.JEANS*, e il suo sogno è quello di occuparsi di comunicazione della matematica.
giuliabernardi@gmail.com



- uomini che contano

David Hilbert (1862-1943)

a cura di ANNA BETTI

Nacque vicino a Königsberg, città famosa per aver dato i natali a Immanuel Kant. Studiò nell'università della sua città e in quella di Berlino. Fu, poi, professore all'Università di Gottinga dal 1895 al 1930, anno in cui andò in pensione.

Il suo lavoro in campo matematico è molto vasto e di grande impatto. Si dedicò alla geometria, all'analisi, all'algebra, alla logica... e perfino alla fisica! Oggi è considerato uno dei matematici più influenti della fine dell'Ottocento e dei primi del Novecento.

All'inizio, la sua grande passione fu la geometria. Con la sua opera *Fondamenti della geometria*, pubblicata nel 1899, sistematizzò le conoscenze anteriori, fornì un sistema di assiomi per la geometria e aprì nuove strade per la ricerca dei fondamenti della matematica.

È molto famosa la conferenza che tenne al II Congresso Internazionale dei Matematici di Parigi, nel 1900, in cui propose un elenco di 23 problemi irrisolti (alcuni lo sono ancora). Questo elenco viene considerato il riepilogo dei problemi aperti più importante e influente che un solo matematico abbia mai prodotto. Al suo interno c'è anche la famosissima *Ipotesi di Riemann*.

Nel 1920 propose un progetto di ricerca che finì con l'essere conosciuto come *programma di Hilbert*. Di fronte ai problemi sui fondamenti della matematica tanto dibattuti all'inizio del Novecento, questo programma si poneva l'obiettivo di fornire una descrizione assiomatica completa della matematica, a partire dalla quale qualsiasi proposizione matematica potesse essere dimostrata come vera o falsa.

Hilbert e l'Università di Gottinga furono per molti anni un punto di riferimento "obbligato" nel mondo della ricerca matematica e per le aule di quell'ateneo passarono grandi personaggi del mondo della scienza.

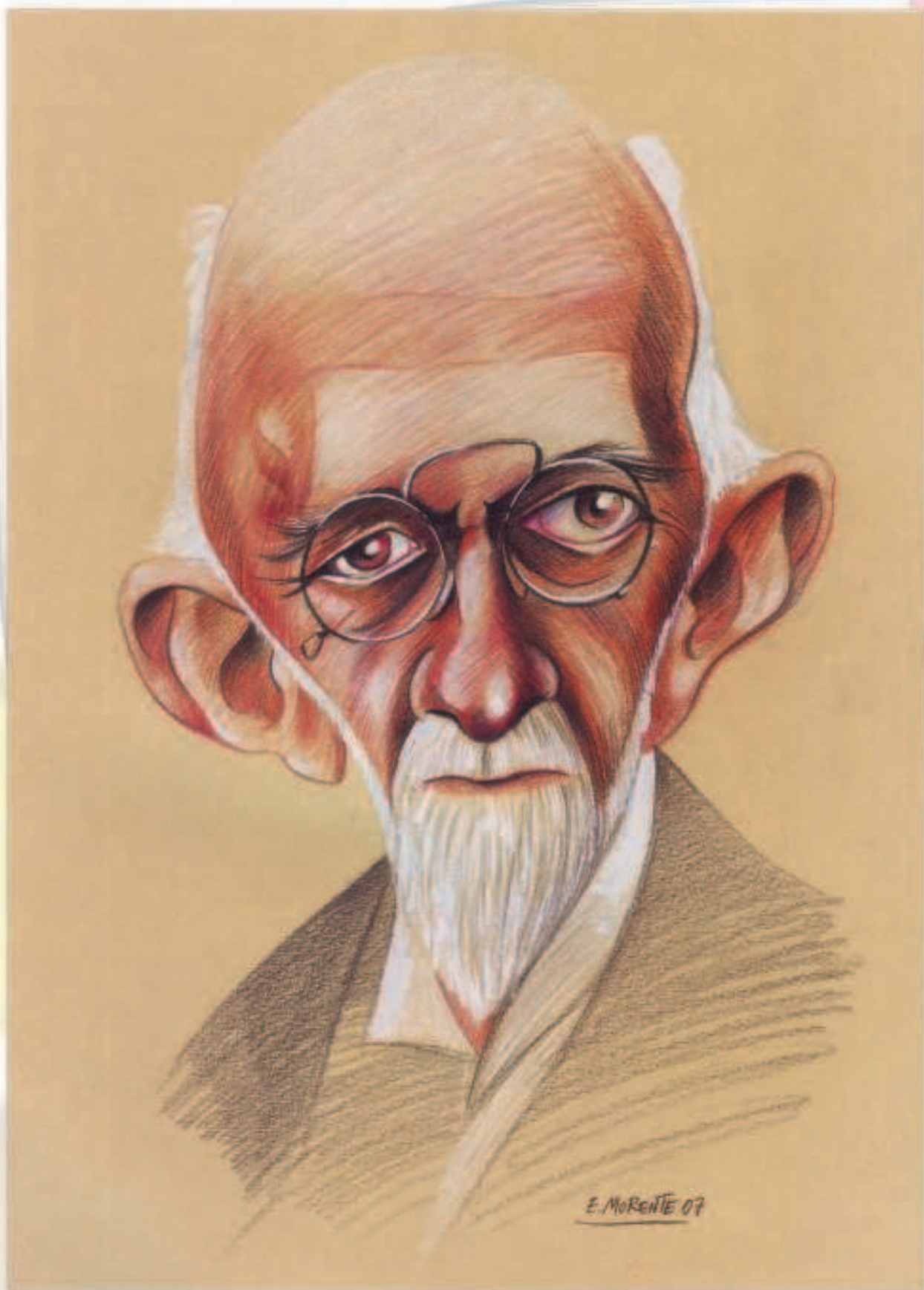
Con l'ascesa al potere dei nazisti, Hilbert soffrì molto nel vedere come veniva perseguitata ed espulsa la maggior parte dei membri della sua università. Ciò fu un duro colpo sia per lui che per l'università stessa.

Sulla sua tomba si legge come epitaffio una sua famosissima frase: "Dobbiamo sapere, sapremo". Per ironia della sorte, il giorno prima che egli la pronunciasse, il matematico ceco Kurt Gödel aveva presentato la sua tesi con il famoso *teorema di incompletezza*, che può essere sintetizzato così: "non esistono sistemi formali completi (che siano in grado di descrivere tutti i fenomeni) e coerenti (che non entrino in contraddizione con i propri assiomi)".

Gli spazi di Hilbert

Tre coordinate per individuare un punto nello spazio: lo spazio in cui viviamo ha tre dimensioni. Esistono anche spazi a più dimensioni, come ben sanno i lettori di *XlaTangente*, ma si resta pur sempre in un numero finito di dimensioni. E gli spazi a infinite dimensioni? Esistono? Come ce li possiamo immaginare? Domande piuttosto difficili a cui forse risponderemo in uno dei prossimi numeri. Qui ricordiamo soltanto che Hilbert se ne è occupato e che tali spazi hanno costituito un modello matematico fondamentale per lo sviluppo della meccanica quantistica.

"Uomini che contano" presenta la riproduzione delle caricature pubblicate in *El Rostro Humano de las Matemáticas* (Nivola, 2008), catalogo dell'omonima mostra realizzata dalla *Real Sociedad Matemática Española* in occasione dell'Anno della Scienza 2007. Il testo di accompagnamento, esclusi i pezzi firmati, è una traduzione preparata da *XlaTangente* del testo spagnolo.



Sui problemi futuri della matematica. I 23 problemi

a cura della REDAZIONE

Pubblichiamo un estratto della conferenza di David Hilbert (Gottingen) al Congresso Internazionale dei Matematici tenutosi a Parigi dal 6 al 12 agosto 1900

[...] Qui di seguito provo, a sostegno di quanto ho detto finora, a suggerire alcuni problemi, tratti da diversi settori della Matematica, lo studio dei quali potrà concorrere al progresso della Scienza.

Diamo un'occhiata ai principi dell'Analisi e della Geometria. Le conquiste più suggestive e importanti del secolo scorso in questi campi sono, secondo me, la formulazione aritmetica del concetto del continuo nelle opere di Cauchy, Bolzano e Cantor, e la scoperta della Geometria non euclidea da parte di Gauss, Bolyai, Lobachevsky.

Quindi io attirerò la vostra attenzione in primo luogo su alcuni problemi che appartengono a questi campi.

1. Il problema di Cantor sulla potenza del continuo.

Due sistemi, cioè due insiemi, di numeri reali ordinari (o di punti) sono, secondo Cantor, *equivalenti* o *della stessa potenza*, quando si può stabilire fra di essi una corrispondenza tale che a ciascun numero dell'uno corrisponda uno e un solo numero dell'altro. Le ricerche di Cantor su questi insiemi rendono molto probabile la validità di un teorema che fin qui, nonostante i più grandi sforzi, non è stato dimostrato. Questo teorema è il seguente: "Ogni sistema di numeri reali in numero infinito, cioè ogni insieme infinito di numeri (o di punti), o è equivalente all'insieme di tutti i numeri interi naturali 1, 2, 3, ..., oppure è equivalente all'insieme di tutti i numeri reali, e di conseguenza al continuo, cioè ai punti di un segmento"; *dal punto di vista dell'equivalenza, non ci sarebbero dunque che due insiemi di numeri: l'insieme numerabile e il continuo.*

Da questo teorema seguirebbe anche che il continuo rappresenterebbe la potenza immediatamente superiore

alla potenza degli insiemi numerabili. La dimostrazione di questo teorema sarebbe allora come un nuovo ponte gettato fra gli insiemi numerabili e il continuo. Cito ancora un'affermazione molto importante di Cantor, che ha un rapporto molto stretto con l'enunciato precedente e che potrebbe rappresentarne la chiave di dimostrazione: "Un sistema qualunque di numeri reali è detto *ordinato* quando di due numeri qualsiasi dell'insieme si è convenuto quale è il precedente e quale il seguente; di più, questa convenzione deve essere tale che, se un numero a precede un numero b e il numero b precede a sua volta un numero c , allora bisognerà guardare a come precedente c ". L'ordine *naturale* dei numeri di un sistema è quello per il quale si guarda a un numero piccolo come precedente un numero più grande che a sua volta sarà ritenuto come seguente il primo. C'è, come è facile vedere, un'infinità d'altre maniere per ordinare i numeri di un sistema.

Ora, se consideriamo un ordinamento in un sistema numerico e fra questi numeri consideriamo un sistema particolare di numeri, sistema che viene chiamato *sistema* o *insieme parziale*, anche questo insieme parziale risulta ordinato. Cantor considera un tipo particolare di insiemi ordinati che egli chiama insiemi *ben ordinati*; ciò che caratterizza questi insiemi è il fatto che, non solo nell'insieme stesso, ma



Georg Cantor (1845-1918)

anche in tutti gli insiemi parziali, esiste un numero che precede tutti gli altri. L'insieme dei numeri interi 1, 2, 3, ... nel suo ordine naturale, è evidentemente un insieme ben ordinato. Invece, l'insieme dei numeri reali, cioè il continuo, nell'ordine naturale, non è un insieme ben ordinato. Infatti, consideriamo l'insieme parziale formato dai punti di un segmento senza il punto iniziale; è chiaro che questo insieme parziale non ha alcun elemento che precede tutti gli altri. Si presenta allora la domanda: l'insieme di tutti i numeri potrebbe essere ordinato in maniera tale che ogni insieme parziale abbia un elemento che precede tutti gli altri? Detto altrimenti, il continuo può essere concepito come insieme ben ordinato? A questa domanda, Cantor crede che la risposta possa essere affermativa. A me sembra assolutamente auspicabile *ottenere una dimostrazione diretta di questa importante affermazione di Cantor*, definendo, per esempio, un ordine dei numeri tale che in ogni insieme parziale si possa avere un numero che precede tutti gli altri.

2. Sulla non contraddittorietà degli assiomi dell'Aritmetica.
3. L'uguaglianza dei volumi di due tetraedri aventi la stessa base e la stessa altezza.
4. Problema della retta come cammino di lunghezza minima tra due punti.
5. Sulla nozione dei gruppi continui di trasformazioni di Lie senza l'ipotesi della differenziabilità delle funzioni che definiscono il gruppo.
6. Trattazione matematica degli assiomi della Fisica.
7. Irrazionalità e trascendenza di alcuni numeri.
8. Problemi sui numeri primi.
9. Dimostrazione della più generale legge di reciprocità in un campo di numeri.
10. Risolubilità di un'equazione diofantea.
11. Forme quadratiche con numeri algebrici qualsiasi come coefficienti.
12. Estensione del teorema di Kronecker sui corpi abeliani a un dominio di razionalità algebrica qualsiasi.
13. Impossibilità della risoluzione dell'equazione generale di settimo grado attraverso funzioni di due soli argomenti.
14. Dimostrazione della finitezza di alcuni sistemi di funzioni.
15. Fondazione rigorosa della Geometria enumerativa di Schubert.
16. Problemi di topologia delle curve e delle superfici algebriche.
17. Rappresentazione come somme di quadrati di forme definite.
18. Tassellazione dello spazio mediante poliedri congruenti.

19. Le soluzioni dei problemi regolari del calcolo delle variazioni sono necessariamente analitiche?
20. Il problema di Dirichlet nel caso generale.
21. Dimostrazione dell'esistenza di equazioni differenziali lineari aventi un gruppo di monodromia assegnato.
22. Relazioni analitiche espresse in maniera uniforme attraverso funzioni automorfe.
23. Ulteriori sviluppi dei metodi del Calcolo delle variazioni.

I problemi citati sono semplicemente degli esempi, ma sono già sufficienti per mostrare quanto sia ricca, varia ed estesa la Matematica di oggi, e ci portano a domandarci se la Matematica abbia in sorte il destino di quelle discipline che si sono divise in rami separati, i cui rappresentanti si comprendono appena tra di loro e i cui legami diventano sempre più deboli. Non lo credo né me lo auguro. La Matematica è, secondo me, un tutto indivisibile, un organismo la cui vitalità è condizionata dalla connessione tra le sue parti. In realtà, quale che sia la diversità delle conoscenze matematiche nei vari dettagli, abbiamo ancora una chiara coscienza della similitudine del processo logico, del legame tra le idee matematiche così come delle numerose analogie tra le diverse parti di questa Scienza. Notiamo anche che, più una teoria matematica si sviluppa, più la sua esposizione guadagna in armonia e unità e più vengono scoperti legami insospettabili fra di essa e branche della Scienza che prima le erano lontane. Così succede che, con l'estensione della Matematica, il suo aspetto organico non si perde ma, anzi, si manifesta sempre più chiaramente [...].



David Hilbert (1862-1943)

Il carattere di unità della Matematica è l'essenza stessa di questa Scienza. La Matematica è il fondamento di tutte le conoscenze esatte dei fenomeni naturali. Affinché possiamo raggiungere questo grande obiettivo, possa il nuovo secolo portare in dono alla Matematica maestri geniali e discepoli entusiasti e determinati!

Il discorso originale "Mathematische Probleme" è apparso in *Göttinger Nachrichten*, 1900, pp. 253-297, e in *Archiv der Mathematik und Physik*, (3) 1 (1901), pp. 44-63 e 213-237. [Il titolo completo del giornale *Göttinger Nachrichten* è *Nachrichten von der Königl. Gesellschaft der Wiss. zu Göttingen*]. Questa traduzione è stata condotta a partire dalla versione della conferenza di Hilbert comparsa nel 1902 nel *Compte rendu du deuxième Congrès International des Mathématiques tenu à Paris du 6 au 12 août* pubblicato da Gauthier-Villars. Potete trovarne il testo integrale sul sito http://www.xlatangente.it/upload/files/problemi_1900.pdf

David Hilbert Ma chi era davvero costui?

a cura della REDAZIONE

Ecco qui alcuni degli aneddoti più famosi che circolano fra i matematici a proposito del grande matematico tedesco. Ognuno decida che peso dar loro. Ma un fatto è innegabile: Francis Casiro che li ha raccolti ci aiuta a sorridere e un po' a pensare... Umore scientifico!

Hilbert e la poesia

All'inizio di uno dei suoi corsi, David Hilbert domanda al suo assistente: "Non vedo M. X da qualche settimana. Che cosa gli è successo?". Un po' a disagio, l'assistente risponde: "Ha rinunciato alla matematica per occuparsi di poesia". David Hilbert abbozza un sorriso e lascia cadere: "È una buona notizia. Io sono convinto che non avesse abbastanza immaginazione per diventare un matematico".

La distrazione di Hilbert

La distrazione di David Hilbert era uguale solo al suo genio matematico. Un giorno, la coppia Hilbert diede un ricevimento. La signora Hilbert notò che la camicia del marito era particolarmente in disordine e gli intimò di risalire nella sua stanza per cambiarsi d'abito. Dopo una lunga attesa, non vedendolo tornare, si preoccupò e andò a cercarlo. Lo trovò profondamente addormentato. Dopo averlo risvegliato, gli chiese spiegazioni. Dopo un istante di riflessione, David Hilbert rispose: "Sono salito, ho tolto la giacca, il colletto, i pantaloni, la camicia e così via. E mi sono sdraiato".

L'ipotesi di Riemann

Hilbert aveva uno studente che un giorno andò da lui con un articolo in cui si proponeva di dimostrare l'ipotesi di Riemann. Hilbert studiò attentamente la dimostrazione e fu molto impressionato dalla profondità delle argomentazioni, ma sfortunatamente trovò un errore che non riuscì a eliminare. L'anno dopo lo studente morì.

Hilbert chiese ai genitori del ragazzo di fare un'orazione funebre. Durante la cerimonia, mentre la famiglia e gli amici piangevano attorno alla tomba, Hilbert si fece avanti sotto la pioggia. Incominciò con il dire quale tragedia fosse il perdere un giovane così dotato prima che avesse la possibilità di mostrare ciò che era in grado di realizzare. Ma – continuò – malgrado l'errore contenuto nella dimostrazione dell'ipotesi di Riemann, era ancora possibile che un giorno sarebbe stata trovata una soluzione del famoso problema seguendo le linee che il defunto aveva tracciato. "Infatti" – proseguì con entusiasmo, in piedi sotto la pioggia, "si consideri una funzione di variabile complessa..."

Le parallele

Hilbert e alcuni dei professori più giovani avevano deciso di imparare a sciare. Le sessioni, sotto la supervisione di Runge, avevano avuto luogo su un pendio piuttosto dolce dietro una locanda popolare, Der Rohns.

"Sai, è molto emozionante ma anche molto faticoso - confidò Hilbert a Minkowski durante l'incontro settimanale del Club Matematico - questo pomeriggio mi sono trovato in una situazione imprevedibile. I miei due sci erano in aria e io sulla schiena. A un certo punto, uno dei miei sci si stacca e scivola giù per il pendio. Allora ho dovuto togliere l'altro e portarmelo a spalla mentre avanzavo nella neve profonda. Non è stato facile."

"Ma, replica Minkowski, perché non hai lasciato che il secondo sci scivolasse nello stesso modo del primo? Sarebbe atterrato nello stesso posto".

"Oh, sì - rispose Hilbert - Runge non ci ha mai pensato".

118 a Matelandia

Induzione, esaustione, tassellazione!!

di SILVIA BENVENUTI e GILBERTO BINI

“Che incubo la Matematica!”: quante volte l’abbiamo sentito dire a grandi e bambini! Se questa è la visione diffusa nella realtà di tutti i giorni, proviamo invece a immaginare un mondo in cui la Matematica interviene – come un favoloso 118 – per affrontare i disturbi causati da una sua applicazione limitata e distorta. Questo è il regno di Matelandia, isola fantastica che ci ha accompagnato fino alla fine del 2013

Ricostruire, sì, ma come? I selgiudichi si erano lasciati alle spalle una scia di orrore che provocava ai matelandesi brividi lungo la schiena, risvegli notturni e attacchi di pelle a cappone che sfonda la camicia. Assoldati da Strega Pedante per domare i suoi sudditi, avevano seminato il caos con i loro sistemi dinamici di distruzione. La setta, però, era stata sgominata dalle parole della fata e dall’imperturbabilità del mago. La strega si era dileguata all’istante per paura che la folla, abbruttita dalla pedanteria, le si rivoltasse contro.

Matelandia non aveva più un GAM - Grande Alchimista Matematico. I matelandesi acclamavano il mago, che fingeva di schermirsi (ma dentro di sé gongolava, felice come Peppa Pig in una pozzanghera di fango). La fata era stata nominata GCM, Grande Consigliera Matematica, in tutto e per tutto un altro GAM. Ma i problemi non erano finiti. Come tutti i fenomeni oscillatori descritti in sviluppo di Fourier mediante serie di seni e coseni, anche il triste periodo del governo della strega era

destinato a essere seguito da un periodo di rinascita, umana e culturale. Ma come darvi inizio?

Occorreva, intanto, vigilare per non cadere nelle grinfie dei seguaci della strega che ancora, di nascosto, giravano in città, comunicando impunemente con sistemi crittografici a chiave pubblica RSA. I loro messaggi avevano diabolici effetti subliminali, in grado di far cadere nuovamente le persone nello stato di torpore che aveva permesso alla strega di perpetrare il proprio inganno, spacciando per complesse informazioni elementari e creando uno stato di confusione tale da non poter più consentire di distinguere il vero dal falso.

I cittadini risvegliati, va detto, non si lasciavano ingannare facilmente, ma applicavano un atteggiamento critico di fronte al matematico, ponendosi dubbi legittimi e formulando ipotesi sensate. Non c'erano più noiose lezioni frontali, ma assemblee partecipate come laboratori di indagine, in cui i problemi venivano posti e risolti collettivamente con un metodo scien-



tifico rigoroso ma sfizioso. Il mago partecipava alle assemblee come spettatore. Registrava le conclusioni e interveniva per tirare le fila; veniva ascoltato con molta attenzione perché, dopo le discussioni laboratoriali, occorreva quel fondamentale punto di vista esterno che dà una visione d'insieme, più ampia di quella dei singoli. Anche la fata partecipava in quanto consigliera, prendendo appunti sul suo taccuino a seconda dell'ispirazione matematica.

Ma era chiaro che i matelandesi anelavano a qualcosa di più che non al ritorno della democrazia. Un desiderio dell'ineffabile, di quel qualcosa di impalpabile che pervade la vita di ogni giorno e le dà significato. Un senso delle azioni più banali: come, e dove, trovarlo? Una risposta a inquietanti domande esistenziali: verso cosa, verso dove?

Un giorno, il mago e la fata passeggiavano sulla riva di un lago, cercando conchiglie a spirale logaritmica e sassolini di forma irregolare. Trovatone uno piatto, la fata lo tirò nel lago, creando un'onda che ne turbò la tranquillità. L'effetto era quello dato da cerchi, contenenti ciascuno il precedente, che riempivano tutta la superficie lacustre. A quella vista, il mago esclamò: «Esaustione... Esaustione in compatti... Esaustione all'infinito», come se la superficie del lago non fosse delimitata dalle rive, ma si estendesse oltre il confine dell'orizzonte. «Cosa stai dicendo, chiocciolino mio?», cinguettò lei, osservando perplessa l'espressione inebetita dell'amato. «Svagella», pensava. «Sei stato così impegnato» riprese melliflua «riposarti non ti farebbe male». Lui non l'ascoltava affatto. Assorto nei suoi pensieri, continuava a ripetere quella parola: «Esaustione»!

Dopo aver passeggiato a lungo, si fermarono davanti a un palazzo molto antico. Esitarono prima di entrare: il mago, con la tunica sbrindellata dopo la battaglia con i selgiudichi, riteneva infatti di non essere abbigliato in modo adeguato. «Ma figurati!» lo esortò lei sistemandosi le calze smagliate, «non lo vedi che non c'è nessuno?», e lo prese per mano decisa, costringendolo a entrare. Si ritrovarono in un cortile magnifico, piastrellato con mattonelle di maiolica e gres, a formare motivi geometrici mozzafiato. Lei era rapita, mentre lui osservava attentamente. C'erano elementi che sembravano ripetersi nel disegno: il dominio fondamentale, minima regione dalla quale tutto si può ricostruire con simmetrie e rotazioni. E il ripetersi del dominio stordiva, come se la ripetizione avvenisse indefinitamente. «Tassellazione... pmm, pgg, cmm... tassellazione», commentò il mago. La fata si girò verso di lui e proruppe «Ti sei messo a balbettare ora... pgg, cmm e magari p4g!». Scosse il capo «È ora di andare a casa e prendersi un bel periodo di riposo», chiosò, cercando il termometro in una delle sue cento tasche.

Sulla strada per casa, furono distratti dalle grida di bambini imbizzarriti: «ancora uno, ancora uno!». Incuriositi, si girarono verso lo spiazzo antistante e si trovarono di fronte a uno spettacolo magico: più di 7.000 parallelepipedi, come tessere di un domino, erano disposti lungo una curva non intersecantesi e non chiusa. La prima tessera era stata spinta; una dopo l'altra, le successive cadevano sotto gli occhi estatici e le grida degli astanti. Erano 7.000, ma avrebbero potuto essere 100.000, un milione, un miliardo, dodici fantastiliardi! «Induzione... princi-

pio di induzione!», strillò il mago tutto rosso in viso, senza distogliere lo sguardo dal gioco dei bimbi. «Induzione... e che c'entra adesso?» sbottò la fata. «Andiamo, prima che ti prendano per un pedofilo», concluse indispettita.

Una volta a casa, il mago non riusciva a togliersi dalla mente gli eventi del pomeriggio: prima l'esautione, poi la tassellazione e, infine, l'induzione. Che cosa avevano in comune quei tre processi? In ciascuno era come se qualcosa si ripetesse non una, non due, bensì tante, tantissime volte.

«Esaustione, tassellazione, induzione», ripeteva assorto.

«Casomai induzione, esaustione, tassellazione... non suona meglio?» propose la fata, succhiellando il suo Daiquiri superalcolico.

«A parte il suono, che cosa hanno in comune?» chiese il mago con un filo di fastidio.

«Vediamo... la rima, direi...» arguì la fata, porgendogli un casto Virgin Mohito.

«Da un punto di vista matematico, intendevo», la rimbrottò lui, ormai apertamente infastidito - senza che questo gli impedisse di tracannare il suo cocktail tutto d'un fiato.

«L'infinito, che altro» sentenziò lei.

«Ripeti!», chiese il mago, appena si fu ripreso dall'attacco di tosse successivo all'inopportuna immissione di menta e zucchero direttamente in trachea.

«Che altro» fece la fata.

«Ma no, prima di "che altro"», disse lui, nel cui sguardo si leggeva chiaramente «che rimbambita, oibò».

«L'infinito», disse lei.

«Ma certo! Come ho fatto a non pensarci prima?!», esclamò.

«Tesoro, sei un genio!», aggiunse sbaciucchiandola, in preda a totale sdoppiamento della personalità.

«Questo è un dato di fatto, ma perché l'infinito ti esalta tanto?», chiese la fata, allontanandolo con palese fastidio.

«Non è facile cogliere la sua essenza. Sfugge ai più. Ma se ne può avere una pittura mentale. Nell'esautione, l'insieme dei raggi costituisce un insieme infinito: per quello sembra che i cerchi si espandano all'infinito. L'induzione funziona perché sotto c'è l'insieme dei numeri naturali, anch'esso infinito. E la tassellazione è una visualizzazione geometrica dell'infinito: gli elementi con cui si ripete il dominio fondamentale appartengono a un gruppo infinito».

«Hai ripetuto "infinito" così tante volte che mi è venuto il mal di testa... stordisce solo a sentirlo nominare», disse lei confusa.

«Non essere prevenuta. Riscoprire l'infinito (tiè, te lo dico un'altra volta) apre gli orizzonti verso la consapevolezza di molti processi: i limiti, le serie, l'esautione, l'impacchettamento, la tassellazione, la dualità, l'induzione, le successioni. L'esistenza dell'infinito dà, per antitesi, senso agli insiemi finiti.»

«Uff, che noia, che barba, che barba, che noia!» obiettò la fata. «Vediamo, allora, che differenza c'è tra l'infinito e il finito?» chiese il mago.

«Boh... il prefisso "in"... forse?!» esitò lei.

«Se fosse come dici tu, oltre all'induzione ci sarebbe la "duzione"» rise lui, pensando «dolce sciocchina mia!».

«Spiritoso» si accigliò lei.

«Ricominciamo: che differenza c'è tra finito e infinito?» insistette lui.

«Be'» farfugliò la fata «se un insieme è finito, puoi contarne gli elementi, mentre se un insieme è infinito no... a meno che...»

«A meno che contare non voglia dire mettere in corrispondenza biunivoca», proseguì lui.

«Stai dicendo che un insieme ha tanti elementi quanti ne ha un altro se esiste una corrispondenza biunivoca tra i due», se ne uscì lei, orgogliosa della sua reminiscenza scolastica.

«Perfetto... hai colto nel segno», annuì lui, dicendo tra sé «un po' naif, ma tutto sommato non è da buttar via».

«Ah, ora mi ricordo... un insieme è infinito se ha tanti elementi quanti un suo sottoinsieme non banale», recitò la fata. «Ma che vuol dire?!?», sbracò subito dopo, mordicchiandosi l'unghia dell'alluce destro, segno inequivocabile di nervosismo.

«Non è affatto facile spiegarlo; per questo la prendiamo come definizione. In sostanza, se un insieme è finito, ogni suo sottoinsieme non banale ha meno elementi di lui. Quando ciò non si verifica, l'insieme è infinito.» chiari lui.

«Ah, ecco, ora è tutto chiaro», disse lei ironica.

«Pensa a una retta e a un suo segmento privo degli estremi. Sono in corrispondenza biunivoca, così la retta ha tanti punti quanto il segmento aperto. Un effetto matrioska» disse il mago.

«E perché sono in corrispondenza biunivoca?» domandò la fata, alluce sinistro a portata di denti.

«Perché esiste una funzione biiettiva tra i due; se ne può scrivere una formula esplicita... ad esempio, usando la tangente», suggerì lui.

«Tangente?! Da me non scucirai un soldo per attività illecite», disse lei fiera.

«Ma no, la funzione trigonometrica!», rassicurò il mago.

«Seno su coseno... ah, volevo solo mettere le cose in chiaro... ma forse ero partita per la tangente», sghignazzò la fata.

«È scema, c'è poco da fare». «Ma no, è una battuta, che simpatica la mia cucciolotta». «L'amore è sordo, caro mio» si alternarono in rapida successione le due personalità di Mago Rigore.

«Il finito è tale perché tutti i suoi sottoinsiemi non banali hanno meno elementi dell'insieme. L'infinito è tale quando questa proprietà non si verifica», concluse.

«Uhm... mi è venuta un'idea», saltò giù dal divano la fata. E scrisse al computer INDUZIONE, ESAUSTIONE, TASSELLAZIONE a caratteri cubitali. Accanto riportò il disegno di una donna che teneva con le mani un medaglione. Dentro al medaglione una donna che teneva con le mani un medaglione, e così via. Sopra, un otto sdraiato, simbolo dell'infinito. Chiamò il mago per mostrargli il disegno: «Beccati questa», disse mago innamorato a mago critico. «Ok, mi arrendo» capitò quest'ultimo.

Fata Kreattiva e Mago Rigore, finalmente riuniti, decisero di replicare il disegno in poster da appendere in tutta la Repubblica.

E fu festa per le strade di Matelandia. Una vera festa con zucchero filato, che prima di mangiarlo poteva essere deformato in mille solidi, con aquiloni a losanga e a otto, che si libravano in cielo, e con coni gelati, serviti con porzionatori di forma poliedrica. I cittadini di Matelandia acquistarono una nuova consapevolezza e, come in tutte le fiabe che si rispettino... vissero per sempre felici e contenti!

Con questo numero, liberata Matelandia da Strega Pedante e tornata per le strade la prosperità matematica tipica di un Paese finalmente guarito, si conclude la storia 118 a Matelandia.

a tutto Volume

a cura di DANIELA DELLA VOLPE

nuovi in libreria

Brian Cox e Jeff Forshaw

L'universo quantistico svelato*(e perché non cadiamo attraverso il pavimento)*

Hoepli, Milano 2013

Giovanni Filocamo

Il matematico continua a curiosare*Dall'algebra della pizza alla formula del cacciavite*

Kowalski, Milano 2013

Georg Glaeser e Konrad Polthier

Immagini della matematica

Raffaello Cortina, Milano 2013

Goran Grimvall

Facciamo due conti*Corso accelerato per usare i numeri in modo intelligente*

Dedalo, Bari 2013

Alfred Posametier e Ingmar Lehmann

I (favolosi) numeri di Fibonacci

Bulgarini, Firenze 2013

Tom Jackson (a cura di)

Matematica*Una storia illustrata dei numeri*

Rizzoli, Milano 2013

Flavio Oreglio

La rivoluzione degli arabi

Salani, Milano 2013

Ian Sample

Higgs e il suo bosone*La caccia alla particella di Dio*

Il Saggiatore, Milano 2013

Chris Waring

Dare i numeri*La matematica che non vi hanno mai raccontato*

De Agostini, Milano 2013

**Emil Artin's Iceland Journal 1925**

Edited and annotated by Tom Artin

Free Scholar Press, 2013

8 agosto 1925.

Sette giovani accademici che lavorano in Germania si imbarcano ad Amburgo per un viaggio che si aspettano come molto impegnativo: un *trekking* in Islanda, l'isola misteriosa, l'Ultima Thule di cui già aveva scritto Pitea nel IV secolo a.C. Questo libro è il diario di uno di loro, Emil Artin (1898-1962), che, pur essendo una delle figure più importanti nella storia dell'algebra del ventesimo secolo, qui appare in una veste *a priori* del tutto differente. È la veste di un uomo interessato alle scienze in senso generale (non a caso, proprio all'Università di Amburgo, dove da pochi mesi è diventato professore associato di matematica, insegnerà anche meccanica e teoria della relatività) e alla geologia in particolare, dunque all'Islanda, con i suoi vulcani, i suoi geysir e i suoi ghiacciai.

Così questo non è un libro di matematica, ma solo un libro che appartiene al filone molto particolare della letteratura di viaggio. Piacerà certamente a chi ama l'Islanda; ma perché ne parliamo qui, fra testi legati in qualche modo alla matematica? Il motivo è semplice e sta nello sguardo che esso ci permette di gettare sul modo di operare sull'ampiezza della sua curiosità e sulla ricchezza della sua capacità di "vedere" – di un grande matematico nel periodo più creativo della sua brillante carriera.

Simonetta Di Sieno

Daniela Della Volpe

Laureata in Matematica, lavora nell'ambito della comunicazione scientifica dal 2005, quando ha iniziato a collaborare con il Centro *matematita*. Ultimamente, si occupa anche di vari progetti nell'ambito dell'editoria scientifica e scolastica, in veste di autrice e redattrice, e della traduzione di testi stranieri. danihe5@hotmail.com



I LIBRI



L'America dimenticata

I rapporti tra le civiltà e un errore di Tolomeo

Lucio Russo

Mondadori 2013

Siamo abituati a pensare alla storia come alla storia delle civiltà nate sulle sponde del Mar Mediterraneo, civiltà urbane sostanzialmente indipendenti fra di loro e, fino a dopo il Medioevo, senza contatti né con le civiltà nate sulle sponde dell'Indo, né con quelle nate al di là dell'oceano, la cui evoluzione si è compiuta "seguendo leggi universali che hanno determinato le stesse fasi di sviluppo".

Ora, questo libro propone una lettura differente di ciò che sarebbe successo. L'autore vi sostiene infatti – sia pure con quella prudenza e quell'onestà intellettuale che sono indispensabili quando si propongono cambiamenti di paradigma di grande portata e che invece non sempre sono adoperate dai sostenitori di tesi "rivoluzionarie" – che ci sono elementi nuovi che permettono di immaginare la storia dell'umanità come un'unica storia fortemente connessa, nella quale la presenza di una fitta rete di relazioni fra i popoli impedisce di credere che le varie culture si siano sviluppate in maniera indipendente e autonoma l'una dall'altra: non tante storie parallele ma una sola storia unitaria.

Gli elementi di novità vengono, in prima istanza, da recenti scoperte archeologiche, la cui presentazione è discussa nella prima parte di questo volume. Nella seconda parte, invece, si parla soprattutto del grossolano errore di conto compiuto da Tolomeo nel II secolo d.C., quando "rimpicciolì" la Terra rispetto

alle misure molto precise fornite quattro secoli prima da Eratostene. La causa di tale errore viene qui attribuita alla perdita delle informazioni sull'estensione delle terre conosciute, e in particolare sull'esistenza di terre al di là dell'oceano, che sarebbe seguita al "collasso culturale" del mondo mediterraneo dovuto, a metà del II secolo a.C., alla distruzione di Cartagine da parte dei Romani. Questi avevano lasciato sopravvivere ben poche tracce della civiltà cartaginese: in particolare, avevano cancellato tutte le acquisizioni che erano state raggiunte nell'ambito della navigazione e le informazioni sulle popolazioni che vivevano al di là delle colonne di Ercole.

Si perse così ogni traccia delle trame che avevano legato il nostro Vecchio Mondo a tutto il resto e che solo adesso sembrano riaffiorare qua e là. Trame che sembrano suggerire che prima della decadenza scientifica generale legata alla conquista romana del Mare Nostrum ci sia stato un insospettato grado di interdipendenza delle diverse civiltà: esse si sarebbero quindi sviluppate con caratteristiche di imprevedibilità e di causalità che assomigliano da vicino a quelle dell'evoluzione biologica.

Una tesi interessante ma, soprattutto, un bel libro, affascinante e coinvolgente, scritto in una bella lingua e su cui vale la pena di tornare a riflettere.

sds

i giochi dei canguri



Le gare di matematica hanno una compagna inglese

di ANGELO LISSONI

Nel 2005, durante il Convegno mondiale di Kangourou che si stava svolgendo a Sofia, in Bulgaria, i colleghi rumeni proposero ai responsabili internazionali di estendere la gara "matematica" ad altre discipline presenti nei vari curricula scolastici: l'informatica e le lingue straniere, per cominciare.

Così, al mio ritorno, mi recai dal Direttore del Dipartimento di Anglistica dell'Università degli Studi di Milano per chiedergli un consiglio sui possibili obiettivi da assegnare a una gara di questo tipo e sulle sue possibili modalità di svolgimento.

Scoprii che esiste per le lingue straniere un *Common European Framework* (CEF) dove sono codificate tutte le abilità e le conoscenze richieste per superare dei livelli pre-fissati e che le certificazioni di livello sono molto diffuse nelle scuole europee. In particolare, la scuola italiana si era già indirizzata verso le certificazioni richiedendo il raggiungimento del livello A1 al termine della scuola primaria, del livello A2 al termine del ciclo della secondaria di primo grado e così via.

Per sperare di costruire delle competizioni che fossero buone almeno come quella di matematica e altrettanto utili per studenti e docenti, mi è sembrato necessario l'intervento di un partner scientifico, riconosciuto dal MIUR e noto all'estero, che curasse sia la stesura dei testi che le certificazioni CEF. Per le prime quattro edizioni, il nostro partner è stato il "British Institutes", per le successive due è stata la "Camera di Commercio e Industria di Londra" (LCCI); ora, a partire dall'edizione 2013/2014, il nostro partner è diventato il "Cambridge English Language Assessment" che fa riferimento all'Università di Cambridge.

Ecco come funziona la gara.

- I concorrenti sono divisi in 4 categorie: JOEY per i bambini della scuola primaria, WALLABY per i ragazzi della scuola secondaria di primo grado, GREY KANGAROO per gli allievi del biennio della scuola secondaria di secondo grado, RED KANGAROO per gli studenti del triennio della scuola secondaria di secondo grado.
- La competizione si articola in tre fasi: una prima selezione che si svolge nelle scuole e nella quale le abilità testate sono *listening* e *reading*; le semifinali, per i migliori della prima selezione, che si svolgono presso i centri AISLi (Associazione Italiana Scuole di Lingue) e nelle quali le abilità testate sono *listening* e *reading*; la finale nazionale a Mirabilandia in cui le abilità testate sono *listening*, *reading*, *speaking* e *composition*.
- I livelli richiesti ai concorrenti sono i seguenti: per i JOEY, si parte da A1 nella prima fase, poi si passa ad A1/A2 per la semifinale e ad A2 per i finalisti; per i WALLABY, si parte da A2 nella prima fase, poi si ha A2/B1 alla semifinale e B1 per i finalisti; per i GREY KANGAROO si ha B1 nella prima fase, poi B1/B2 alla semifinale e B2 per i finalisti; infine, per i RED KANGAROO, si parte da B2 nella prima fase, poi si ha B2/C1 alla semifinale e si arriva a C1 per i finalisti. (L'innalzamento del livello con il procedere della competizione è stato suggerito dalle esperienze delle prime edizioni, che hanno visto finalisti di grande competenza. Per ogni categoria, ai vincitori della gara finale e al docente responsabile della loro scuola viene riservato un viaggio studio in un paese anglosassone offerto da Master Studio, mentre tutti i finalisti che superano le prove ricevono la certificazione corrispondente del "Cambridge English Language Assessment").

In bocca al lupo a tutti!!!!

Per allenarsi e non solo

Sul sito www.kangourou.it sono disponibili dei *sillabi* che descrivono le caratteristiche di ogni livello e alcuni esempi di prove prodotte dal "Cambridge English Language Assessment".

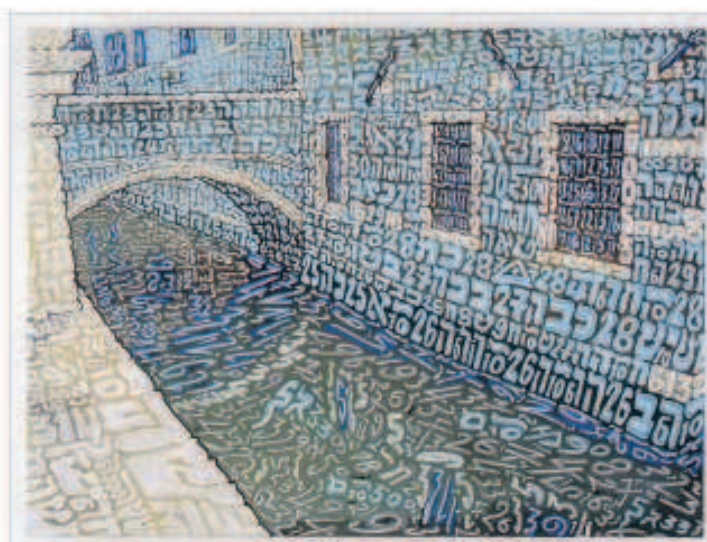
Il modello italiano di gara "Kangourou della Lingua Inglese" è per il momento isolato rispetto a quanto fanno altri Paesi, dove il CEF e le certificazioni non sono i principali obiettivi. Tuttavia la Romania, la Bulgaria e l'Ungheria hanno chiesto di incontrare Kangourou Italia e il Cambridge English Language Assessment già nei prossimi mesi, per vedere se sia possibile riorientare la loro gara di Lingue.



Kangourou Italia è un laboratorio della M.I.U.R. quale soggetto promotore iniziative di valorizzazione dell'educazione. La competizione "Kangourou della Lingua Inglese" favorisce il ricompimento nel Wiganouo nazionale di promozione delle eccellenze per gli studenti delle scuole secondarie superiori.



Kangourou della Lingua Inglese 2014



Tobia Ravà, 11/95 L'espressione della forza

Gli studenti dalla scuola primaria all'ultima classe della scuola secondaria di secondo grado si confrontano sui livelli fissati dal Common European Framework su testi proposti da Cambridge English Language Assessment.

Quattro categorie

(CEFR = Common European Framework of Reference for Languages)

JOBY

Per gli alunni fino alla classe quinta della scuola primaria.
Si parte nella prima fase da CEFR level A1.

WILLIAM

Per gli alunni fino alla classe terza della scuola secondaria di primo grado.
Si parte nella prima fase da CEFR level A1.

GREY KANGAROO

Per gli alunni fino alla classe seconda della scuola secondaria di secondo grado.
Si parte nella prima fase da CEFR level B1.

RED KANGAROO

Per gli alunni fino alla classe quinta della scuola secondaria di secondo grado.
Si parte nella prima fase da CEFR level B2.

Tre Fasi

1) **Prima selezione** nelle scuole il 26 febbraio 2014.
Reading e Listening.

2) **Semifinale nazionale** per i migliori della prima selezione proprio sedi AISLI nei giorni 1 e 2 aprile 2014: Reading e Listening.

Sedi AISLI per la semifinale (in ordine alfabetico): Anzio, Cagliari, Catania, L'Aquila, La Spezia, Latina, Milano, Modena, Napoli, Palermo, Pescara, Reggio Calabria, Reggio Emilia, Roma, Salerno, Sassari, Terni, Verona.

3) **Finale nazionale** a Crevia/Mirabilandia dal 27 al 29 maggio 2014 per i migliori delle semifinali. Commissione di personale afferente al centro esecutivo Cambridge English Language Assessment. 4 abilità: Reading, Listening, Speaking, Writing.



le isole del sapere

La misura dell'accelerazione di gravità tra storia e didattica

di LEONARDO GARIBOLDI

L'insegnamento della fisica, sia a scuola, sia all'università, inizia solitamente con la meccanica, intesa oggi come lo studio del moto dei corpi. Sia nella parte introduttiva, dedicata alla descrizione matematica del movimento (la cinematica), sia in quella successiva, dedicata allo studio delle cause del movimento (la dinamica), si affronta sempre un caso particolare: la caduta di un grave sotto l'azione della forza di gravità. Se trascuriamo aspetti raffinati come la deviazione verso est causata dalla rotazione terrestre, possiamo affermare che in prima approssimazione un grave puntiforme (ad esempio una piccola sfera di metallo) cade con un moto accelerato uniforme secondo la legge oraria

$$x(t) = x_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2. \quad [1]$$

Per comodità si può assumere che la posizione iniziale sia considerata come la posizione di riferimento (quindi $x_0 = 0$) e che il corpo inizi a cadere partendo da fermo (quindi $v_0 = 0$). Il moto di caduta viene così a essere descritto da una semplice relazione matematica:

$$x(t) = -\frac{1}{2} g t^2. \quad [2]$$

Una conoscenza completa del moto di caduta richiede a questo punto la conoscenza del valore di quella g che compare nella formula, e che chiamiamo *accelerazione di gravità*.

Come misurare g ? Nel libro di fisica potrete leggere che g vale grosso modo $9,81 \text{ m/s}^2$. Sembra un numero innocuo, facile da misurare... ma così non è! Usando la formula [2], possiamo costruire una tabella per vedere dove si trova il nostro grave a ogni secondo (è quella qui a destra). Già nel primo secondo di caduta, il nostro grave ha percorso quasi 5 m. Dopo 2 s si trova a quasi 20 m dal punto di partenza! Decisamente quel $9,81 \text{ m/s}^2$ non è un valore innocuo come sembrava a prima vista. Non possiamo pensare di misurarlo facilmente facendo

$t(\text{s})$	$x(\text{m})$
0	0
1	4.91
2	19.62
3	44.15
4	78.48

cadere dei gravi e misurando la loro posizione a ogni secondo.

I metodi più comuni di misura di g richiedono di rallentare in qualche modo la caduta del grave e di ricavare g dai valori misurati di altre grandezze più semplici da misurare. I metodi classici sono due (ma se ne possono ideare tanti altri):

a) si può usare un pendolo. In prima approssimazione, il periodo di oscillazione di un pendolo semplice è dato dalla relazione

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g}},$$

da cui si ricava g come:

$$g = 4\pi^2 \frac{1}{T^2}. \quad [3]$$

Un pendolo con un filo lungo circa 1 m oscilla con un periodo di circa 2 s. Si può misurare facilmente la lunghezza del filo con un metro a nastro e una precisione inferiore al millimetro, e con un cronometro si possono fare tante misure di N periodi (ad esempio 50 misure di 10 oscillazioni) ottenendo il valor medio del periodo con una precisione inferiore al centesimo di secondo.

b) Si può usare un piano inclinato. Se il piano inclinato ha un angolo di pendenza θ , l'accelerazione di caduta è $a = g \sin \theta$, da cui si ricava g come:

$$g = \frac{a}{\sin \theta}. \quad [4]$$

Occorre avere un piano inclinato con una scanalatura il più possibile liscia, lungo la quale far scivolare una sferetta di metallo. Sul bordo del piano inclinato si tracciano delle linee perpendicolari alla scanalatura, che distano dal punto di partenza come i quadrati dei numeri interi: ad esempio, la prima a 1 dm, la seconda a 4 dm, la terza a 9 dm, ecc. Ogni linea viene assegnata a uno studente con un cronometro. Quando si dà il via, la sferetta inizia a cadere, e tutti i cronometri vengono azionati; ogni studente poi ferma il proprio cronometro quando la sferetta tran-

sita per la linea corrispondente. Dai tempi misurati (in genere con la precisione del decimo di secondo) e dalle posizioni (al millimetro) si può determinare l'accelerazione di caduta α , e con questa, usando la [4], si calcola g .

Le misurazioni con il pendolo permettono risultati più precisi, per cui questo metodo è stato preferito nei secoli passati per la misura di g in varie località della Terra. Il valore di g non è lo stesso ovunque, ma dipende da dove ci troviamo. Due cause principali concorrono a variare il valore di g :

- 1) l'altitudine; più alta è la quota alla quale ci troviamo e più lontani siamo dal centro della Terra, per cui g avrà un valore minore che al livello del mare;
- 2) la latitudine; più alta è la latitudine (cioè quanto più ci avviciniamo ai poli) e più vicini siamo al centro della Terra, per cui g avrà un valore maggiore che all'equatore.

Proprio la variazione di g in relazione alla latitudine fu alla base di una grande discussione che divise la comunità scientifica all'inizio del Settecento. C'erano due modelli concorrenti di meccanica: la meccanica di Newton, che prevedeva che la Terra avesse una forma schiacciata ai poli, e la meccanica di Cartesio, che prevedeva che la Terra avesse una forma oblunga. Per dirimere la questione occorreva misurare la forma della Terra. L'Accademia delle Scienze di Parigi, con il sostegno di Luigi XV, organizzò, nel 1735, due spedizioni, una in Lapponia e una in Ecuador. La spedizione in Lapponia era guidata da Pierre-Louis de Maupertuis e da Anders Celsius, mentre la spedizione in Ecuador comprendeva scienziati francesi e spagnoli del calibro di Charles-Marie de la Condamine e Pierre Bouguer. La misura della differente curvatura della Terra nelle due regioni richiedeva anche la misura di g con pendoli. Dopo anni di misurazioni, nel 1739 si poté affermare che la Terra è effettivamente schiacciata ai poli e più rigonfia all'equatore, come descritto nell'opera fondamentale di Bouguer, *La figure de la Terre* del 1749. La meccanica di Newton aveva vinto sulla meccanica di Cartesio.

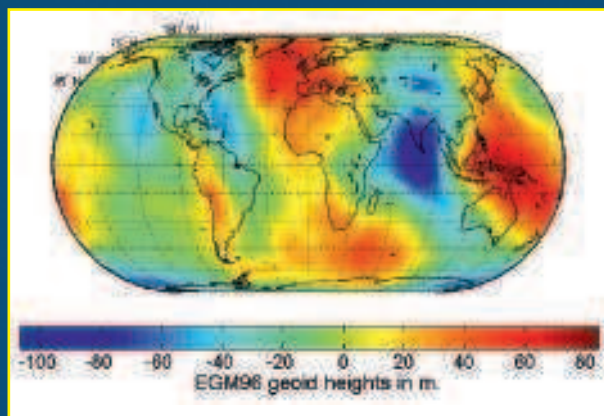
Nel corso del Settecento e dell'Ottocento si continuò a fare misurazioni di questo tipo per conoscere al meglio la forma della Terra (il cosiddetto *geoide*), anche nelle sue irregolarità. Soprattutto in Germania si svilupparono nuovi tipi di pendolo (come il *pendolo reversibile di Kater*) e i geofisici tedeschi riuscirono a migliorare la precisione nelle misure di g , portandola, alla fine dell'Ottocento, al valore di $0,001 \text{ cm/s}^2$. Il sistema di gravità di Potsdam divenne così quello di riferimento in tutto il mondo.

Restava però irrisolto un enorme problema. La Terra è per due terzi coperta da acqua. Su una nave soggetta a rollio, beccheggio e imbardata è difficile, se non impossibile (quando il mare è mosso), effettuare misurazioni con un pendolo o con un piano inclinato. La conoscenza della forma del geoide era quindi fortemente incompleta! Il grande geodeta tedesco Friedrich Helmert lo riconobbe nel 1894 alla conferenza di Innsbruck della Commissione permanente della misura internazionale della Terra: "Al giorno d'oggi siamo nell'ignoranza più completa riguardo l'intensità della gravità sulla superficie degli oceani. Solo



Il geoide

Ignorando l'infelice espressione "rotonda" – che non si sa mai se si riferisce a una sfera o a un piatto tondo – possiamo considerare in prima approssimazione la forma della Terra come sferica, essendo la sfera una forma geometrica ideale che risultò molto attraente per i filosofi della natura fin dall'antichità greca. Isaac Newton dedusse dalla sua meccanica che la Terra, a causa del moto di rotazione attorno al suo asse, doveva essere una sfera schiacciata ai poli, cioè uno sferoide oblato. Le misure fatte a partire dal 1738 hanno mostrato che effettivamente il raggio equatoriale è più lungo del raggio polare di ben 21 km. La Terra però non è proprio uno *sferoide oblato*: pensiamo solo a come è irregolare la superficie delle terre emerse dalle acque con valli, pianure e montagne! Decisamente non è una superficie approssimabile a quella di uno sferoide. Le cose vanno meglio se ignoriamo la superficie delle terre emerse per concentrarci sugli oceani che, in fin dei conti, costituiscono ben due terzi della superficie della Terra. Se la Terra fosse tutta sommersa dalle acque, la superficie di quest'unico oceano sarebbe quella di uno sferoide oblato? Ancora no! La materia che costituisce la Terra non è distribuita uniformemente. Di conseguenza, se ci mettessimo su un parallelo (cioè a latitudine costante) potremmo vedere che la distanza della superficie di quest'oceano dal centro della Terra sarebbe diversa a seconda della località – mentre con uno sferoide la distanza sarebbe sempre la stessa e varierebbe solo con la latitudine.



Si preferisce, pertanto, parlare di *geoide*.

Che cos'è quindi il geoide? È la superficie che avrebbe l'ipotetico oceano; i suoi punti si troverebbero tutti allo stesso potenziale gravitazionale.

La figura mostra la forma del geoide secondo l'Earth Geopotential Model 1996 (EGM96) elaborato dalla National Imagery and Mapping Agency in collaborazione con la NASA e la Ohio State University. Come si vede dalla figura, appena a sud dell'India il geoide si trova a 105 m sotto la superficie dello sferoide, mentre nell'Atlantico settentrionale il geoide è a una quota di 85 m sopra lo sferoide. Sono distanze più piccole dei 21 km di differenza tra raggio equatoriale e raggio polare, ma sono comunque importanti per la conoscenza del nostro pianeta e per il moto dei satelliti in orbita attorno ad esso.

quando saremo riusciti a procurarci dei dati dettagliati a tale proposito, potremo rendere conto in modo sufficiente delle irregolarità del geoide". Spinta da Helmert, la Commissione decise di dedicare più del 50% del suo budget a finanziare ricerche di strumenti per misurare la gravità a bordo di navi.

La soluzione era già stata proposta, ma poco sviluppata prima della conferenza di Innsbruck, e passava per uno strumento che si utilizzava per tutt'altre misure: il barometro. Il classico barometro di mercurio misura la pressione atmosferica. La posizione del mercurio nel barometro dipende anche dalla temperatura e dall'accelerazione di gravità, ma il loro contributo è coperto in modo preponderante da quello dalla pressione. Chiudendo però in modo opportuno un barometro a mercurio, questo non può più misurare la pressione e si limita a misurare la temperatura e l'accelerazione di gravità. Si può evitare l'effetto della temperatura immergendo questo barometro sigillato in un bagno termostatico. Confrontando le misure di pressione effettuate con barometri a mercurio, con quelle effettuate con barometri il cui funzionamento non dipende da g , si possono osservare piccole differenze che con un'opportuna analisi possono essere ricondot-

te al valore di g . Soprattutto l'assistente di Helmert, Oskar Hecker, compì nei primi anni del Novecento numerosi viaggi attraverso gli oceani per misurare g in numerose località, permettendo così la conoscenza di g anche sulla superficie degli oceani e insieme, la conoscenza della forma del geoide. Il problema di non poter utilizzare il pendolo sui due terzi della superficie terrestre fu così risolto.

La conoscenza del geoide è di fondamentale importanza per la navigazione aerea. Grazie alle misure fatte da satellite, il geoide è oggi conosciuto sempre meglio. Dal 1984 si usa il *sistema geodetico di coordinate geografiche WGS84*, utilizzato per il sistema GPS di navigazione satellitare. Attualmente il sistema WGS84 sfrutta un modello matematico, il *modello geopotenziale terrestre EGM96*. Entrambi sono stati rivisti nel 2004.

Leonardo Gariboldi

È ricercatore in Storia della fisica presso l'Università degli Studi di Milano e membro del consiglio direttivo della *European Society for the History of Science*. Si occupa di Storia della fisica del XX secolo e di Storia della strumentazione scientifica.
leonardo.gariboldi@unimi.it



popcorn e celluloidi

La creatività al servizio dei dati scientifici: le infografiche

a cura di ANTONELLA TESTA

Nei mesi scorsi ha suscitato enorme scalpore la colossale operazione di sorveglianza operata dalla National Security Agency degli USA per garantire la sicurezza nazionale. Colorate mappe mondiali, pubblicate dai giornali di mezzo mondo, hanno reso di pubblico dominio il grado di controllo su dati e informazioni che riguardano nazioni ad alto rischio di terrorismo, come Pakistan e Iran, ma anche tante altre nazioni, a minor rischio.

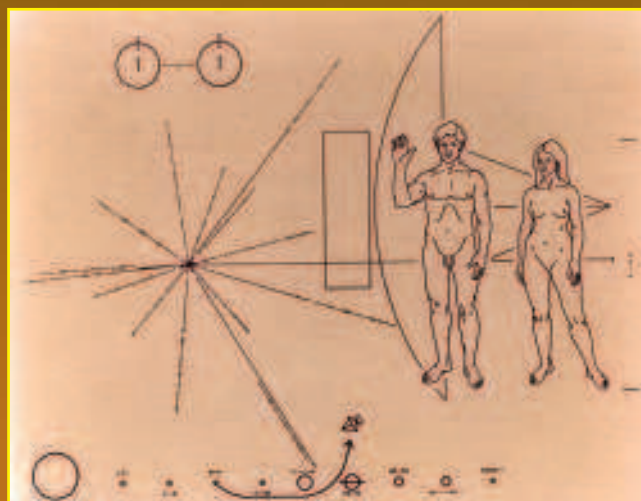
La strategia di vigilanza prevede l'uso di vari strumenti, tra cui il *Boundless Informant* che, alla stregua di un *Google Maps*, traduce centinaia di miliardi di dati sul traffico telefonico in mappe dinamiche in cui le gamme di colore rendono subito evidenti flussi di informazioni, traffici in ingresso/uscita da/verso un paese, *trend* di crescita/decrecita di una specifica area geografica. In rosso le aree più controllate, in verde quelle meno.

È un esempio eclatante di un fenomeno di più ampia portata degli ultimi anni, diffuso nei più diversi campi di applicazione. Stiamo parlando dell'*infografica*, ovvero della rappresentazione visuale di dati – statica (immagini) o dinamica (video, mappe interattive) – al fine di rendere rapidamente comprensibili informazioni complesse (per quantità e qualità), sia ai professionisti, sia ai non addetti ai lavori.

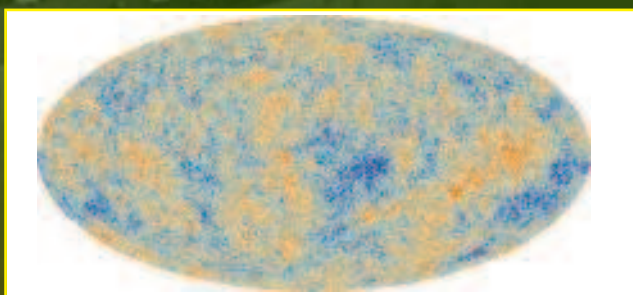
L'infografica non è certo un'invenzione dei nostri tempi; al contrario, la tentazione di tradurre visualmente delle informazioni risale a un lontano passato, difficile da precisare. Basti pensare che la stessa scrittura si è originata da simboli visuali.

Oggi, però, molti fattori la rendono protagonista di uno sviluppo formidabile: la crescente raffinatezza degli strumenti grafici e video; il diffuso utilizzo nell'editoria *web*, video e cartacea; la versatilità e l'usabilità di applicativi, alla portata di tutti. Non ultimo, l'uso comune, anche grazie ai *social network*.

Uno "storico" esempio di infografica è il celebre messaggio inciso su una placca lanciata con la sonda Pioneer 10 nel 1972



Messaggio a un'eventuale intelligenza extraterrestre



La mappa del fondo cosmico a microonde

verso le regioni più esterne del Sistema Solare: le immagini stilizzate di un uomo e una donna, con altri simboli, sarebbero valse come un tentativo di comunicazione del genere umano con un'eventuale intelligenza extraterrestre.

Ma è tutta la ricerca scientifica di frontiera che si serve dell'infografica. In astronomia e in fisica delle particelle elementari è strumento prezioso per simulare processi, come le interazioni tra galassie o le collisioni di particelle, altrimenti non visualizzabili. Una delle immagini scientificamente più significative, poi, viene dalla cosmologia: è la mappa del fondo cosmico a microonde ottenuta con i dati della missione Planck (http://spaceimages.esa.int/Images/2013/03/Planck_CMB), che mostrano l'universo quando aveva "solo" 380.000 anni ed era la culla delle future stelle e galassie che possiamo osservare. In biologia, tra gli infiniti esempi possibili, c'è un progressivo affinamento della rappresentazione dell'albero della vita, che esprime le relazioni evolutive tra tutti gli esseri viventi. Una versione, anche interattiva, si trova ad esempio sul sito dell'European Molecular Biology Laboratory (<http://itol.embl.de/itol.cgi>).

Se pensiamo che si stima che circa l'80% delle risorse del nostro cervello siano dedicate a processare informazioni visive, risulta subito chiaro il potenziale intrinseco dell'infografica come modalità di comunicazione, informazione, educazione. Ed è anche un'ottima occasione per le scienze tradizionalmente più ostiche, come la fisica e la matematica, per riscattarsi dall'accusa di essere asettiche e distanti: risponde al desiderio dei ricercatori di comunicare in modo creativo contenuti scientifici e risponde al desiderio dei non esperti di ricevere informazioni comprensibili e accattivanti.

Antonella Testa

Ha conseguito la laurea in Fisica e il dottorato in Storia della Fisica; si occupa di storia della scienza, storia della strumentazione fisico-astronomica e di comunicazione scientifica presso l'Università degli Studi di Milano. Cura e collabora a iniziative di diffusione di cultura scientifica tra cui, dal 1997, il festival del film e del documentario scientifico *Vedere la Scienza Festival*, di cui dirige il programma. antonella.testa@unimi.it



- un gioco nell'aria

Le suggestioni dell'infinito

a cura di GIULIANO SPIRITO

*“Sempre caro mi fu quest’ermo colle,
e questa siepe, che da tanta parte
dell’ultimo orizzonte il guardo esclude.
Ma sedendo e mirando, interminati
spazi di là da quella, e sovrumani
silenzi, e profondissima quiete
io nel pensier mi fingo...”*

Giacomo Leopardi
L'infinito

In qualche momento del suo corso universitario di Algebra, invariabilmente, Lucio Lombardo Radice citava questi versi leopardiani. La citazione era giustificata certamente dalla straordinaria bellezza e suggestione del componimento poetico; ma anche – in fondo la citazione avveniva pur sempre all’interno di una lezione di matematica! – dalla consapevolezza che la letteratura, oltre ad aiutarci (come sanno i lettori di *XlaTangente*) a “nominare” molteplici aspetti del far matematica, può anche consentirci di “rileggere” in modo penetrante e profondo alcune nozioni fondanti di questa disciplina.

In questo caso si tratta dell’infinito, con cui quasi ogni capitolo della matematica ha necessariamente a che fare (infiniti sono i più importanti insiemi numerici, anche i meno “numerosi”, infiniti sono i punti di una linea, sia pure i punti di un brevissimo segmento, ecc.). Ebbene, Leopardi ci segnala che l’infinito (e potremmo chiederli: “La



Con questa rubrica proviamo a tendere alcuni fili tra matematica e letteratura. Da una parte rintracciando momenti in cui la letteratura ci racconta – con uno sguardo esterno, ma acuto e penetrante – che cosa è la matematica, definendola in modo a volte insolito o paradossale, ma sempre istruttivo e spesso illuminante per chi di matematica si occupa abitualmente. Dall’altra andando alla scoperta di quella produzione letteraria che dalla matematica nutre, e rielabora in modo originale e imprevedibile, immagini, idee e suggestioni.

matematica intera?”) è una costruzione della nostra mente, qualcosa che “fingiamo”, immaginiamo, nel nostro pensiero; e questo, paradossalmente, avviene con particolare intensità proprio nel momento in cui percepiamo un confine, un limite sensoriale, la siepe “che da tanta parte... il guardo esclude”.

Diversamente descrive il nostro rapporto con l'infinito un altro grande poeta, Rainer Maria Rilke:

*“Noi non abbiamo davanti mai, non un solo giorno,
lo spazio puro dove si schiudono
a non finire i fiori. Sempre c'è mondo
e mai quel luogo-non luogo senza ne-
gazioni
puro, non sorvegliato, che si respira,
si sa infinito e non si brama.”*

Rainer Maria Rilke
ottava elegia delle *Elegie Duinesi*

Dunque, intrappolati nella concretezza del mondo, non è dato a noi umani – dice Rilke – di incontrare l'infinito. Ma se non è l'esperienza, non è neanche l'intelletto a consentirci la percezione dell'infinito (al contrario, l'infinito è semmai raggiungibile, come il poeta ci dice in un altro passo dell'elegia, solo dall'inconsapevolezza dell'animale o del bambino).

Eppure, anche la diversa declinazione dell'infinito della poesia di Rilke si colora di alcuni attributi (astratta purezza, assenza di contraddizioni) che entrano in qualche risonanza con i caratteri degli infiniti della matematica.

Riflessioni non banali e istruttive, quelle sollecitate dai versi leopardiani e rilkiani; ma ci sono altri preziosi e intriganti contributi all'esame delle molteplici sfaccettature del concetto di infinito, che provengono dalla letteratura (e, in particolare, dalla poesia). Osserviamo, ad esempio, con quanta finezza il dialogo a distanza tra Catullo e Marziale getta luce su quel particolare infinito che è il numerabile (l'infinito dei numeri naturali): a Catullo che, nel suo celeberrimo “Viviamo, mia Lesbia, e amiamo”, invoca dalla sua amata molte volte

mille baci, risponde sapientemente Marziale:

*“Dammi baci fitti, Diadumeno. “Quanti?” dici.
Mi costringi a contare i flutti dell'Oceano
e le conchiglie sparse sulle spiagge dell'Egeo
e le api che vagano sul monte Cecropio
e le voci e gli applausi di un teatro affollato,
quando d'un tratto il popolo vede il volto di Cesare.
Non ne voglio quanti Lesbia, supplicata, ne diede
all'arguto Catullo: pochi ne desidera
chi li può contare.”*

Marziale
A Diadumeno

Si potrebbe dire che Marziale, con grande acutezza, ci avvisa che non esiste un numero “grande” (nulla che si possa contare, nella fattispecie), da poter soddisfare il suo desiderio di baci.... E noi potremmo “blindare” la sua tesi, dandogli un'adeguata veste matematica: un qualsiasi numero naturale (fosse pure un miliardo di miliardi di miliardi...) è comunque poca e misera cosa, in quanto è maggiore solo di un numero finito di numeri naturali (i suoi predecessori) nello stesso momento in cui è invece inesorabilmente minore di un numero infinito di altri numeri (i suoi, appunto, infiniti successori)...

Per concludere lasciamo la parola a Borges, il poeta-scrittore che forse più di ogni altro, nelle sue costruzioni letterarie così sapienti e suggestive, ha elaborato immagini, metafore e paradossi che entrano in risonanza con idee, grovigli e azzardi del pensiero matematico.

*“Ringraziare voglio il divino
labirinto degli effetti e delle cause
per la diversità delle creature
che compongono questo singolare universo,
per la ragione, che non cesserà di sognare
un qualche disegno del labirinto,*



Lucio Lombardo-Radice (1916 – 1982) è stato una figura originale e preziosa nel panorama della cultura italiana della seconda metà del Novecento; ha pubblicato articoli e manuali di argomento matematico, ma anche saggi letterari e di ambito pedagogico, libri divulgativi e per ragazzi, ecc. Nel contempo, è stato un irrequieto e pensoso dirigente politico comunista. A lui si può dire che dobbiamo l'avvio nel nostro Paese della riflessione e della ricerca sulla didattica della matematica.

...
per l'algebra, palazzo dai precisi cristalli,
...”

Jorge Luis Borges
Un'altra poesia dei doni

Certo, qui non si parla esplicitamente dell'infinito della matematica, e neppure della matematica più in generale (a parte la splendida immagine relativa al cristallino edificio dell'algebra); ma come non vedere, nel tentativo della ragione di attribuire una trama dotata di senso al “divino labirinto degli effetti e delle cause”, la medesima tensione presente nelle problematiche più complesse e nelle costruzioni più ardite della matematica?

Giuliano Spirito

Insegnante di Matematica nella scuola superiore, ha collaborato con il Cidi (Centro di Iniziativa Democratica degli Insegnanti) di Roma e con l'Università di Milano-Bicocca. Ha scritto numerosi saggi sulla didattica della matematica. È autore di manuali scolastici piuttosto originali e di numerosi libri di divulgazione.
giuliano.spirito@gmail.com

Giacomo Leopardi
Canti
Mondadori 2004

Rainer Maria Rilke
Elegie Duinesi
Feltrinelli 2007

Valerio Marziale
Epigrammi
Garzanti Libri 2008

Jorge Luis Borges
L'altro, lo stesso
Adelphi 2002

 la Via delle Immagini

senza titolo





3 buoni motivi per
fermarsi a lungo sul
sito di *XlaTangente*

1

News, eventi, appuntamenti;
recensioni e approfondimenti

2

Gli articoli di *XlaTangente*
online e la raccolta di tutti
quelli passati

3

Immagini matematiche ai
confini dell'arte e animazioni
3D quasi da cinema



www.xlatangente.it

www.xlatangente.it

