

Come galleggia un cubo?

Se prendiamo un cubo e lo immergiamo in un liquido, in quanti modi diversi potrà stare a galla?

Liceo Scientifico "Leonardo Da Vinci" - Chiavenna (SO)

Classe II U

Insegnante di riferimento: prof.ssa Edi Lisignoli

Ricercatore: dott. Riccardo Moschetti

Partecipanti: Sofia Abbruzzese, Maria Belmonte, Angelica Bianchi, Luca Donato Biavaschi, Martina Clara, Jacqueline Colzada, Monica Colzada, Giulia de Merich, Anna De Stefano, Elena Del Giorgio, Cesare Della Bella, Elisabetta Dellamano, Marika Fascendini, Anna Gatti, Valeria Gianera, Cristina Giorgetta, Giulia Guidi, Natalia Lorenzini, Filippo Maraffio, Gianluca Martinoli, Debora Paggi, Leonardo Palomba, Marco Succetti, Pietro Tavasci, Paola Via, Beatrice Zoanni

La nostra classe ha aderito sin dall'inizio con entusiasmo e curiosità a questo progetto.

Il problema che ci è stato assegnato è sintetizzato nel titolo stesso: **"Come galleggia un cubo?"**



Poniamo immediatamente l'attenzione sul significato stesso della domanda:

"Come e non quando galleggia un cubo?"

L'obiettivo del nostro lavoro consiste quindi nell'individuare **le posizioni assunte da un cubo galleggiante.**

Per chiarire meglio le nostre conclusioni, analizziamo il caso di una sfera *omogenea* galleggiante.

Confronto sfera - cubo

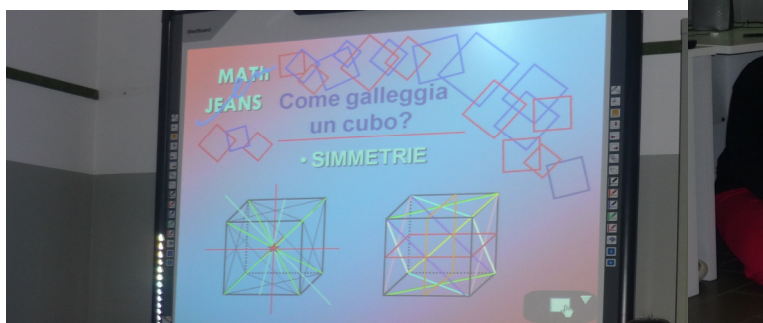
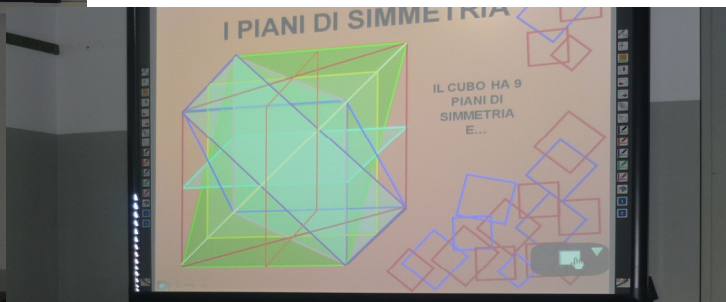
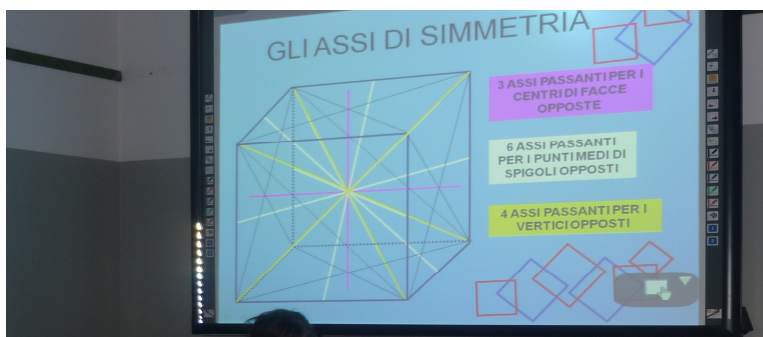
Se il galleggiante ha forma sferica, ogni posizione è di equilibrio e non esiste una condizione privilegiata rispetto alle altre.

Infatti, qualunque sia la sua posizione, forza peso e spinta idrostatica si trovano sulla verticale passante per il centro della sfera, la prima applicata al centro stesso, la seconda in un punto interno alla calotta sferica sommersa.

Quindi, nel caso della sfera, **ogni spostamento da una posizione porta ad una posizione equivalente**.

Per scoprire le possibili posizioni di un cubo galleggiante, abbiamo affrontato il problema da **due punti di vista diversi, uno matematico e uno fisico**:

1. **Approccio matematico**: abbiamo discusso collettivamente le posizioni di un cubo galleggiante, in relazioni alle **simmetrie di un cubo**.



Anna si è preoccupata di predisporre una presentazione *PowerPoint*, con animazioni alquanto efficaci. Abbiamo riassunto i risultati delle analisi effettuate durante il percorso, con la guida costante ed attenta di Riccardo, osservando che **le simmetrie del cubo sono 48**.

Come giustificare questo “misterioso” numero 48?

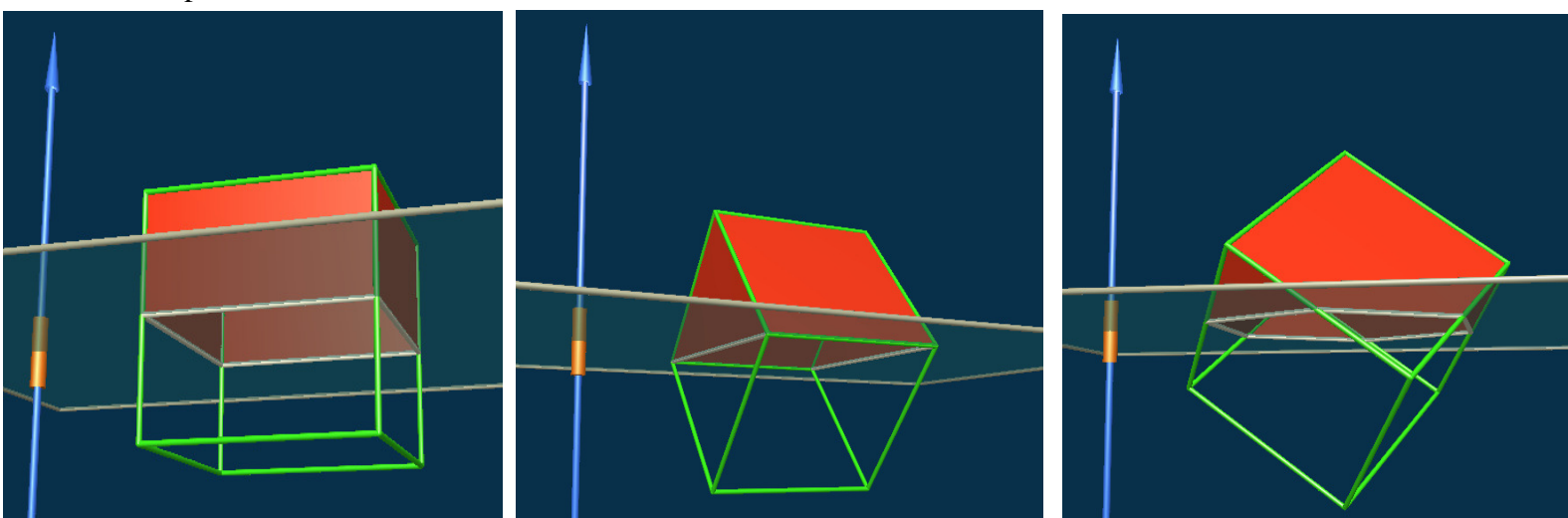
Le rotazioni possibili sono:

- l'**identità** (rotazione di 0° attorno ad un qualsiasi asse);
- i 3 assi passanti per i centri di facce opposte danno luogo a rotazioni di 90° . Quindi per ogni asse ci sono 4 **rotazioni possibili** ($4 \cdot 90 = 360$); ne contiamo solo 3 perché una è l'identità: $3 \cdot 3 = 9$;
- i 6 assi passanti per i punti medi di spigoli opposti danno luogo a **rotazioni di 180°** , quindi per ogni asse ci sono 2 rotazioni possibili ($2 \cdot 180 = 360$); ne contiamo solo una perché l'altra è l'identità: $1 \cdot 6 = 6$;
- i 4 assi passanti per i vertici opposti danno luogo a **rotazioni di 120°** , quindi per ogni asse ci sono 3 rotazioni possibili ($3 \cdot 120 = 360$); ne contiamo solo 2 perché una è l'identità: $2 \cdot 4 = 8$.

In totale abbiamo contato **$1+9+6+8=24$ rotazioni**.

Ma ogni rotazione può essere presa e "ribaltata" con una riflessione su un piano: $24 \cdot 2 = 48$.

Si può dimostrare che **non ci sono altre simmetrie** ed ecco svelato il mistero.



Abbiamo considerato il caso di un cubo galleggiante di materiale omogeneo, nel caso in cui le due forze, **peso** e **spinta verso l'alto**, appartengano alla stessa verticale.

Abbiamo notato che questa, però, non è l'unica posizione di galleggiamento in equilibrio.

Una condizione di equilibrio può essere:

- a) **indifferente**,
- b) **stabile**,
- c) **instabile**,

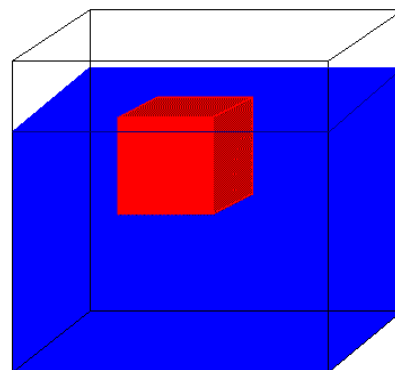
a seconda che ogni piccolo spostamento da quella posizione determini rispettivamente:

- a) **un'altra condizione di equilibrio,**
- b) **una condizione di equilibrio che tende a riportare il cubo galleggiante nella posizione iniziale,**
- c) **una condizione di equilibrio che tende ad allontanare il cubo dalla posizione iniziale.**

Analizzando il problema dal punto di vista matematico, siamo giunti alla conclusione che: **una posizione di simmetria riconduce ad una posizione di equilibrio.**

Abbiamo rappresentato un quadrato nel piano cartesiano, indicando le coordinate dei vertici. Analogamente, nello spazio abbiamo utilizzato le terne per indicare i vertici del cubo ed individuare la corrispondente posizione del cubo galleggiante.

Poniamo in rilievo il confronto fra quesito matematico e quesito fisico: in Fisica, il galleggiamento è giustificato con il **principio di Archimede**, mentre in Matematica la diversa posizione assunta da un cubo galleggiante si spiega facendo ricorso alle rispettive condizioni di equilibrio (relazione: simmetria – equilibrio).



2. Approccio fisico: Come già specificato, abbiamo tenuto presente anche l'approccio fisico al problema stesso, sia in termini teorici (Principio di Archimede), sia in termini pratici.

Abbiamo infatti effettuato numerosi esperimenti, facendo variare:

- il materiale (omogeneo) del cubo, utilizzato per l'esperimento;
- la natura del liquido in cui il cubo stesso si trovava immerso;
- le possibili condizioni atmosferiche (ci siamo divertiti, ad esempio, a simulare il vento, con l'utilizzo di un phon).

Per la realizzazione degli esperimenti, è stato fondamentale anche l'aiuto dei nostri genitori, che ci hanno pazientemente costruito vari modelli di cubi omogenei di materiale diverso.

Per consentire al nostro ricercatore, dottor Riccardo Moschetti, e alla classe gemellata di Castano Primo, di vedere la realizzazione degli esperimenti, abbiamo provveduto a produrre numerosi video che abbiamo postato in piattaforma, tramite collegamento a YouTube.

Riferimenti web ad alcuni nostri video di registrazione degli esperimenti:

Luca, Benza, Pippo e Bea

<http://www.youtube.com/watch?v=QQEPWh5XdMs>

Debo, Naty, Bea y Vale

<http://www.youtube.com/watch?v=OeuzAbx-diI>

<http://www.youtube.com/watch?v=gt-zE-ShU9c>

Angi e Sofi

<http://www.youtube.com/watch?v=M5pYFoFbEA8>

Betty, Paola e Anna

<http://www.youtube.com/watch?v=74-xU4KtiLM>

Non possiamo tralasciare di osservare che **Riccardo ci ha seguito con molta cura e dedizione** e ci ha fornito, passo passo, preziosi suggerimenti per perfezionare i nostri metodi di ricerca e scoperta.

Gradiamo farvi notare come sia stato importante, per noi

***“Affrontare un problema matematico
con il metodo della ricerca e della scoperta,
con il piacere di essere noi gli attori nella risoluzione del problema stesso
e non spettatori passivi nell'accogliere un bagaglio di nozione e di contenuti,
già opportunamente predisposti per noi.
Quante volte abbiamo pensato a Galileo
e al suo metodo sperimentale!”***

Abbiamo ritenuto indispensabile, durante il nostro percorso di lavoro, trovare anche l'occasione per incontrare la classe gemellata, e conoscere personalmente gli studenti che hanno condiviso il lavoro con noi.

Prontamente abbiamo organizzato un incontro congiunto fra le due classi a Chiavenna. Nell'Aula Magna del nostro Istituto, Riccardo ci ha piacevolmente coinvolto in un'attività di laboratorio con l'utilizzo della Lavagna Interattiva Multimediale.

Abbiamo anche colto l'occasione per unire, come si suole dire, “l'utile al dilettevole”, e abbiamo fatto amicizia con i nostri compagni di Castano in un accogliente ristorante di Chiavenna.

In preparazione del Convegno finale, il giorno 9 aprile, previa indicazione del nostro ricercatore, sono state suddivise fra le due classi le illustrazioni delle **principali tappe del percorso di soluzione del problema proposto**. La nostra classe ha preparato alcune presentazioni in *PowerPoint*, opportunamente illustrate e commentate dai dieci alunni, che hanno partecipato al Convegno finale: **Presentazione del problema, Analisi Simmetrie del cubo, Esposizione del problema dal punto di vista matematico, Esperimenti, Riferimenti al Principio di Archimede**. La classe gemellata ha concluso l'illustrazione della soluzione al problema, commentando le rimanenti tappe del percorso.