ISSN 1971-0445

X la Tangente

percorsi nella matematica

La geometria delle illusioni

Come ingannare anche i più convinti sostenitori del "Se non vedo, non credo!"

L'intelligenza dei trasporti

La matematica al servizio dell'automobilista

NUMERO 2 MARZO 2007

EULER, IL MAESTRO DI TUTTI I MATEMATICI

RITRATTI DI DONNE MATEMATICA AL FEMMINILE

Poste Italiane s.p.a. - Spedizione in Abbonamento Postale - 70% - DCB Milano

DIREZIONE
Barbara Amorese (Direttore Responsabile), **Emanuela Jacchetti**, **Stefano Papi**

COMITATO SCIENTIFICO
Anna Maria Cappelletti, **Livia Castelli**, **Marina Cazzola**, **Maria Dedò**, **Marco Liverani**, **Ana Millàn Gasca, Piergiorgio Odifreddi**, **Telmo Pievani**, **Chiara Rubino**, **Fausto Saleri**, **Giuliano Spirito**, **Italo Tamanini**, **Gian Marco Todesco**, **Pasquale Tucci**

EDITORE
POLE Italia
sede legale: Piazza della Repubblica 5 - 20121 Milano
sito web: www.poleitalia.com – e-mail: info@poleitalia.com

PROGETTO GRAFICO IMPAGINAZIONE
Studio Chiaramedia Milano

STAMPA
Arti Grafiche Bianca & Volta S.r.l. Trucazzano, Milano

SEGRETERIA DI REDAZIONE
Dipartimento di Matematica “F. Enriques”
Università degli Studi di Milano
Via Saldini 50, Milano
E-mail: redazione@perlatangente.it
Fax: 02 50316090
www.perlatangente.it

Autorizzazione del Tribunale di Milano del 22 settembre 2006
Registro di Stampa n. 594

Hanno collaborato a questo numero Lorenzo Figini, Giorgio Jacchetti, Ana Millán Gasca, Stefano Pallottino
Traduzioni di Paolo Ghinzani, Nadia Mantovani, Carla Romanò
Illustrazione della rubrica *punto fisso* di Felix Petruska
Foto della rubrica *Le avventure di un matematico* di Paoletta; foto della rubrica *senza parole* di Simonetta Gasparini

XlaTangente pubblica sia lavori su invito dei redattori sia materiale inviato alla redazione – che si riserva la decisione di pubblicarlo. La pubblicazione è subordinata a una revisione redazionale. La responsabilità del contenuto scientifico di ogni lavoro è esclusivamente degli autori. Potete inviare i lavori su cd-Rom (preferibilmente in WORD per Windows oppure in un formato testo universale) alla segreteria di redazione, accompagnati da una versione cartacea e indicando nella prima pagina titolo, nome e cognome del/degli autore/i (per esteso), eventuale Istituto di appartenenza, indirizzo, numero di telefono, numero di fax e indirizzo email a cui spedire le bozze e eventuali comunicazioni.

Abbonamenti
Volete abbonarvi a *XlaTangente*? Potete farlo con un versamento tramite bollettino postale sul conto corrente n. 75211508 intestato a POLE Italia srl, indicando come causale: abbonamento annuale a “*XlaTangente*”.
Il costo dell’abbonamento annuale è di 25 euro per sei numeri (mentre ogni singolo numero costa 4,90 euro).
Se vi abbonate in fretta potete usufruire di un’offerta speciale: entro giugno 2007 il costo è di soli 22 euro per 6 numeri.

A seguito del pagamento del bollettino è necessario inviare copia della ricevuta di pagamento per fax al numero 02 50316090, all’attenzione di “Segreteria di Redazione di *XlaTangente*”, indicando anche un recapito (e-mail o telefonico) a cui la segreteria possa segnalare il ricevimento del fax e quindi la conferma dell’avvenuta attivazione dell’abbonamento.

Per informazioni su prezzi e modalità di abbonamento potete scrivere a: abbonamenti@perlatangente.it

XlaTangente è l’edizione italiana di *Tangente. L’aventure mathématique*

matematita
Centro interuniversitario di ricerca per la comunicazione e l’apprendimento informale della matematica

POLE Italia

Tangente L’aventure mathématique

editoriale

Barbara Amorese
Emanuela Jacchetti
Stefano Papi

Niuna cosa ad habitar nel palagio dell'intelletto che passata non sia per la porta necessaria dei sensi

Così scriveva Manfredo Settala, matematico milanese, nel lontano 1666. È vero, però, che spesso questa porta necessaria può ingannarci, facendoci vedere quel che in realtà non c'è o, se c'è, è diverso da quanto il nostro occhio vede: basta osservare le immagini del dossier sulle illusioni ottiche a p. 15 per convincersene.
E allora? Se non possiamo fidarci dei nostri sensi, come riusciamo a conoscere il mondo? In realtà potremmo rigirare la frase di Settala: ogni informazione che ci viene fornita dalle nostre percezioni deve comunque passare il vaglio della ragione per essere considerata reale. Ecco il vero "sesto senso". Niente a che vedere con certe assurdità proposte da medium e sensitivi, ma un filtro, la ragione, attraverso cui passare al vaglio tutto ciò che ci arriva dai rimanenti cinque sensi.
E la scienza, quale espressione massima della ragione, si pone come strumento di indagine e verifica delle nostre sensazioni. Allora, per esempio, la geometria può mostrarci come sia facilmente ingannabile l'occhio umano, ma allo stesso tempo, grazie ai suoi risultati e alle sue proprietà e tecniche (la prospettiva, per esempio) può aiutarci a dipingere su una tela o su un muro (evidentemente oggetti bidimensionali) soggetti tridimensionali tipici della realtà che ci circonda, riuscendo a creare un'illusione perfetta per i nostri sensi (curiosi? sfogliate allora qualche pagina fino ad arrivare al dossier!).

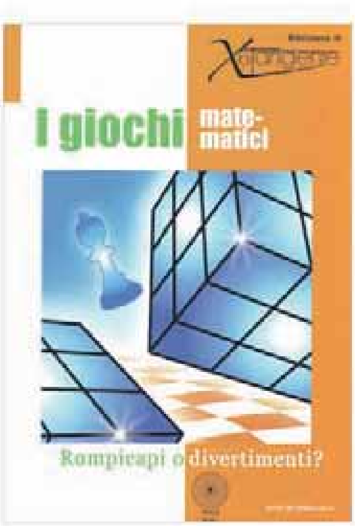
Abbiamo occhi, nasi, orecchie, lingue e mani per conoscere il mondo, ma soprattutto abbiamo un cervello, che ci permette di capire quando questi meccanismi, solitamente così precisi, ci traggono in inganno con illusioni tanto incredibili quanto perfette… all'apparenza.

SAI RACCOGLIERE LA SFIDA?

Sempre sbalorditivi, i giochi matematici sono sfide che gli uomini si lanciano dalla notte dei tempi.

Geniali inventori si succedono per offrire ciò che alcuni considerano rompicapo, altri piacevoli divertimenti!

Grandi dilemmi storici, giochi di cifre e lettere, sorprese aritmetiche, sfide geometriche.



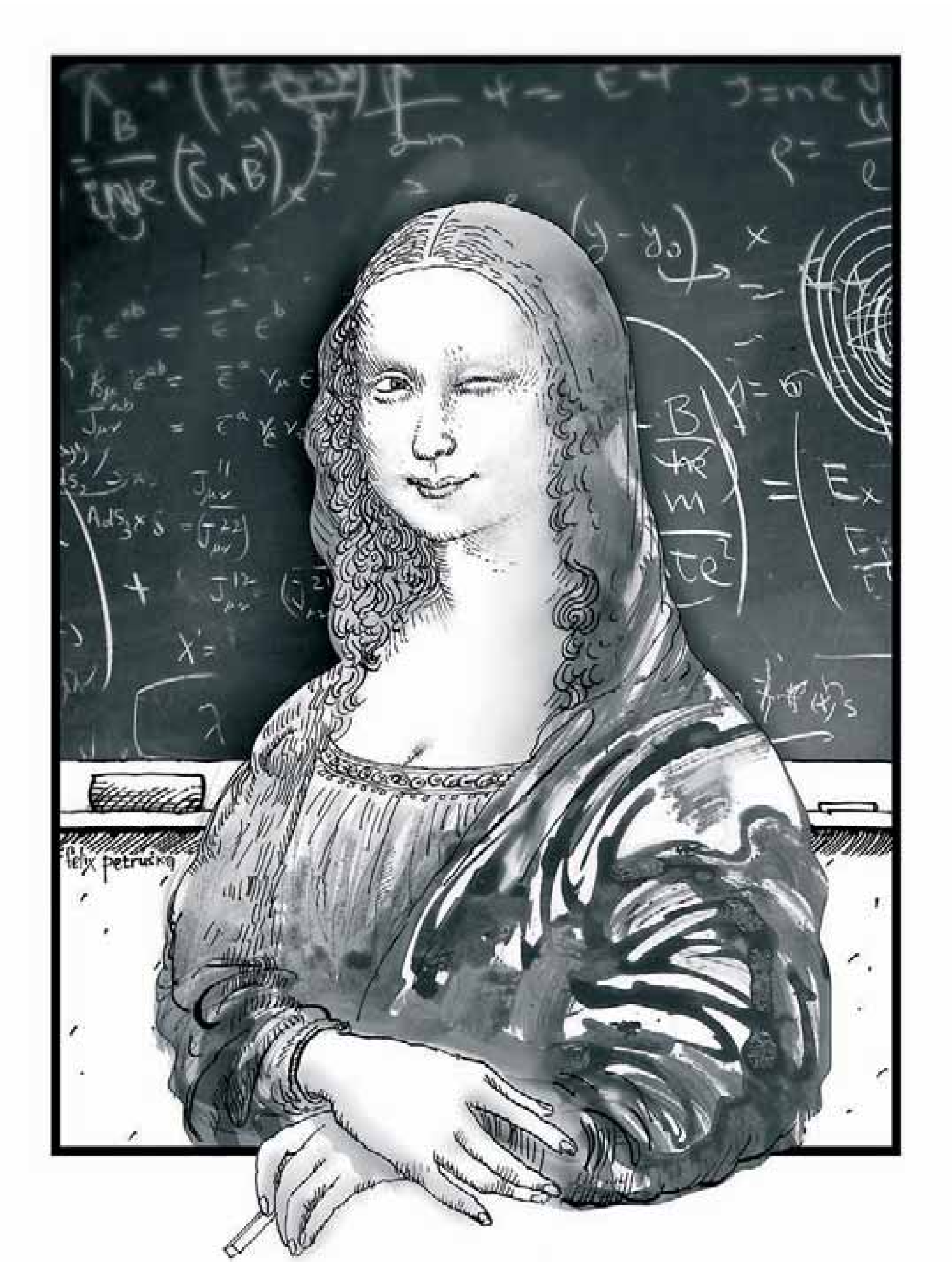
Ogni situazione può suggerire un enigma, un problema, un gioco!

Diffusione: Mimesis - PDE   Prezzo: 18 euro

punto fisso

a cura di **Felix Petruska**

LE DONNE CHE CONTANO



Felix Petruska è disegnatore e animatore, lavora da alcuni anni
per Diario della settimana e ISBN Edizioni

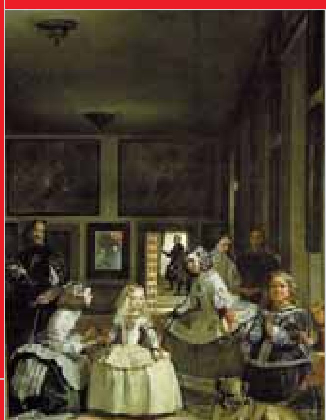
sommario

Immagine di copertina: B. Cardiff
A Droplet of Time, 2005

22

35

NUMERO 2
MARZO 2007



26

47

50

56

IL PRIMO CAFÉ SCIENTIFIQUE A MILANO

Ma... cosa si sono inventati questa volta?

Happy Hour Evoluzionistici

Le pensano proprio tutte! Adesso posso addirittura andare a sentire una conferenza senza stare seduta su una sedia scomoda in mezzo a gente impettita e posso anche bere qualcosa!
Aspetta... cosa c'è scritto?

Ingresso gratuito, consumazione € 6.00

Beh, dai, è come andare in un locale... tutto sommato direi che è un'iniziativa molto interessante, ma di cosa vogliono parlare?
Mhmm... c'è proprio un po' di tutto; il tema centrale è l'evoluzionismo, però gli argomenti sono davvero i più svariati: ci sono dibattiti sull'energia, considerata sia dal punto di vista economico che come oggetto della moderna ricerca scientifica e tecnologica (in effetti l'energia negli ultimi anni è proprio un argomento di punta), la storia di una scoperta scientifica raccontata attraverso i taccuini privati di Darwin (ah, il grande naturalista!)
E poi?
Evoluzione dell'Universo, epistemologia, biologia, divulgazione...
Chi è che parla?
Direi proprio che ce ne è per tutti i gusti... Guarda qua... Enrico Banfi, il direttore del Museo di Storia Naturale di Milano, e poi Giulio Giorello, Telmo Pievani e Luca Sciortino e ce ne sono molti altri!
Allora, facciamo mente locale sulle cose importanti da ricordare:

Dall'11 gennaio, ogni secondo e quarto giovedì del mese, ore 18.30, presso *Le Jardin d'Histoire*, Museo di Storia Naturale, Corso Venezia 55, Milano

C'è altro? Ah, sì:

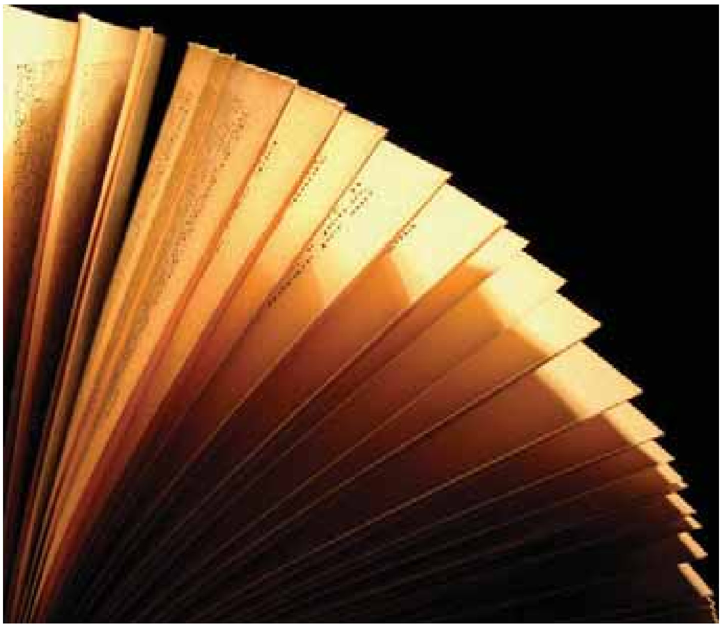
Prenotazione obbligatoria entro il giorno precedente

Ma quanta gente partecipa a questi incontri? Ok, allora mi segno anche questo:

**per informazioni http://www.comune.milano.it/museostorianaturale/index.html
e per prenotare rivolgersi al Museo di Storia Naturale di Milano, tel. 02 - 884.63.337**

...mi sa proprio che ci vado!

E.J.



SCIENZA DA SFOGLIARE

Si inaugura a Trieste, dal 17 al 20 maggio 2007, la prima Fiera Internazionale dell'Editoria Scientifica, organizzata dalla Scuola Internazionale Superiore di Studi Avanzati (SISSA), un'occasione per conoscere la scienza in maniera innovativa e coinvolgente attraverso tutti i mezzi di comunicazione, ma soprattutto grazie al libro, protagonista indiscusso di questa grande manifestazione.
Se vi piace sfogliare un libro in un ambiente tranquillo e accogliente, se vi incuriosisce il mondo della scienza e vi interessa conoscerlo in un modo nuovo, se vi piace capire quali sono le realtà della ricerca moderna, chi sono e cosa pensano gli scienziati di oggi, in Italia e all'estero, allora FEST è l'occasione che fa per voi: all'interno di uno spazio organizzato come una grande libreria, potrete leggere libri, ascoltarli e visualizzarli su un computer, assistere a spettacoli che parlano di scienza o godervi un bel film. Il tutto prendendo un caffè o ascoltando della musica, partecipando a dibattiti sulle ultime scoperte e le frontiere della scienza o visitando esposizioni interattive. L'intera città farà da sfondo, per quattro giorni, ai numerosi eventi che caratterizzano il calendario della Fiera: cinema, teatri, musei, librerie e caffè storici di Trieste ospiteranno la manifestazione, mescolando, nelle forme più varie, intrattenimento e approfondimento scientifico, permettendo di conoscere dal vivo ricercatori e comunicatori, editori e scrittori provenienti da varie parti del mondo.
E non sono stati dimenticati, ovviamente, i più giovani, per i quali è stato creato un vero e proprio percorso di avvicinamento ai grandi temi della scienza attraverso laboratori didattici, exhibit *hands on* e una mostra del libro per ragazzi.

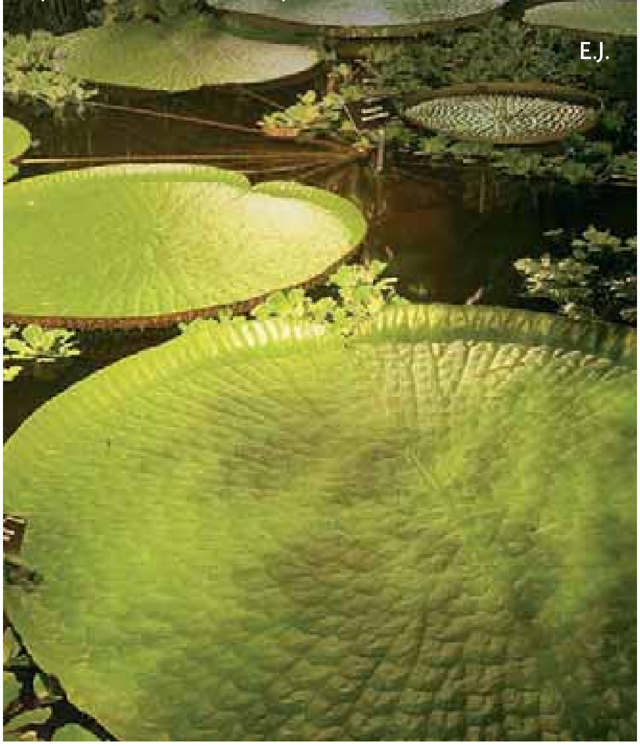
Scienza da vedere. Scienza da ascoltare. Scienza da assaporare. Scienza da toccare... ma soprattutto, scienza da leggere e da sfogliare.

B. A.

NON SOLO ITALIA!

È imperdibile la sedicesima edizione dell'*Edimburgh International Science Festival*, il luogo ideale per unire, nel vostro viaggio, un po' di scienza alla classica gita per la città.
Tra il 2 e il 15 aprile 2007, Edimburgo vi invita a partecipare ad uno dei più importanti festival internazionali, il cui scopo è la divulgazione scientifica su "tutti i livelli"di conoscenza.
In questa occasione, grandi e piccini, potrete trovare numerose attività interessanti, a partire da giochi, mostre, dibattiti, spettacoli teatrali e... molto altro ancora!
Tra i temi proposti quest'anno troviamo un'area dedicata alla botanica e una, più in generale, al nostro pianeta (in cui si affronterà anche il tema delle energie alternative, oggi diventato fondamentale); un'area rivolta alle scoperte scientifiche e all'applicazione di tali scoperte su macchine create dall'uomo, e ancora, uno spazio dedicato a qualcosa di immensamente grande, che ci circonda e affascina, ma che è tuttora per noi misterioso... l'universo!
Per partecipare al festival potrete trovare tutte le informazioni online sul sito http://www.sciencefestival.co.uk, (che è anche il sito ufficiale del festival, su cui potrete cercare le risposte a mille vostre curiosità e un programma dettagliato di tutti gli eventi!) oppure provate a telefonare dal lunedì al sabato – dalle 9.30 alle 17 – al numero 0131 557 5588 per prenotare i biglietti. In alternativa, se preferite non portarvi avanti con gli acquisti, presso la sede del festival – 4 Gayfield Place Lane, Edinburgh, EH1 3NZ – troverete una biglietteria aperta anche la domenica dalle 12 alle 17; ma vi avvisiamo ... essendo un evento internazionale è spesso difficile trovare posto all'ultimo momento!

E.J.



ESAGEK IL GIOCO IN CUI ANCHE LA SCACCHIERA FA LA SUA PARTE

Quando si parla di “scacchiera” l’unico gioco che vi viene in mente sono “gli scacchi”? Allora è il momento di ricredervi! Arriva infatti Esagek, un innovativo gioco di strategia che sfruttando la particolare forma geometrica del suo tavoliere rivoluziona il modo di affrontare le “battaglie da tavolo”.
Il campo da gioco di Esagek, infatti, è sì una scacchiera, ma è costituita da ben sette esagoni regolari disposti a “fiore”, uno centrale e gli altri adiacenti ad esso lungo ciascuno dei suoi sei lati.
Ciascuno dei sette esagoni poggia su un meccanismo a molla che, con la semplice pressione di un dito, gli consente di ruotare su se stesso senza modificare la posizione degli altri sei. Grazie a questa trovata, il tavoliere diventa quindi parte attiva della strategia, poiché ogni giocatore deve prendere in considerazione sia il movimento di una singola pedina che lo spostamento contemporaneo di tutte le pedine che si trovano sopra uno stesso esagono. Ed è appunto questa seconda situazione che rende il gioco estremamente interessante e tiene i giocatori in sospeso fino all’ultima mossa, concedendo ampie possibilità di vittoria anche a chi si trova in apparente situazione di inferiorità.
Nato dalla fantasia dell’italiano Claudio Gelosa, che lo definisce “semplice come la dama, strategico come gli scacchi”, Esagek si è guadagnato durante lo scorso anno numerosi premi e riconoscimenti, partecipando alle più importanti manifestazioni ludiche italiane.
Tradizione e innovazione si sposano in questo nuovo gioco da tavolo, dove oltre alle classiche abilità strategiche, entrano in campo anche la geometria e le rotazioni, creando un nuovo modo di giocare e divertirsi. Provare per credere!

B. A.

DEBAT LA CIÈNCIA!

foto: Giorgio Jacchetti

La Pedreira - Barcellona

Alla Spagna non è bastato il 2005, l’anno della Fisica a 100 anni dalla nascita della Teoria della relatività ristretta di Einstein, e quest’anno raddoppia dichiarando il 2007 **Anno della Scienza**, in memoria di ben tre centenari: quello del CISC – il Consell Superior d’Investigacions Cientifiques (che corrisponde al CNR italiano), quello dell’IEC – l’Istitut d’Estudis Catalans – e, infine, quello dell’assegnazione del premio Nobel per la medicina a Santiago Ramón y Cajal, per i suoi studi e le sue scoperte sul funzionamento delle cellule nervose.
A Barcellona, per festeggiare l’evento, la comunità scientifica e numerosi personaggi del mondo dell’arte, del cinema e del teatro organizzano per tutto l’anno svariate iniziative: caffè scientifici nelle biblioteche, spettacoli di danza (per esempio, sul tema delle scienze cognitive e sulla memoria e le emozioni) e teatrali (andrà in scena, tra l’altro, una commedia sul tema della clonazione). Per i giovani verranno allestiti numerosi concerti in piazza dedicati tutti alla scienza e, per chi ama l’arte, all’interno della più nota e strabiliante casa di Barcellona, la Pedreira, sarà aperta una sezione dedicata alla “matematica nascosta” nelle opere del suo architetto: Gaudì.
Per avvicinare anche il pubblico “meno vicino” alla scienza, è stato ideato il programma *Escolab* di visite ai principali centri di ricerca spagnoli, per mostrare cos’è la ricerca scientifica, quali sono i diversi modi e le diverse forme di fare ricerca oggi: c’è chi sta in laboratorio, chi passa le giornata seduto davanti a un pc... ma c’è anche chi scala le montagne o attraversa i mari, per studiarne flora e fauna.
Quindi, se quest’anno vi capiterà di passeggiare per le vie di Barcellona, fate attenzione: potreste scoprire di essere entrati, senza accorgervene, nel mondo della scienza!
Curiosi? Allora date un’occhiata al programma: http://www.seudigital.cat/ciencia/

E.J.

AAA: BALLERINI MATEMATICI CERCANSI!!!

Avete capito bene: danza e scienza si sposano! Nasce a Milano il primo progetto italiano di *mathdance*, che si propone l'obiettivo di far conoscere la matematica attraverso un linguaggio assolutamente originale: quello del corpo. Come? Chiediamolo a Simone Piuri, studente di matematica all'Università degli Studi di Milano e ballerino da oltre sette anni, ideatore di questo progetto:

Simone, da dove nasce l'idea di uno spettacolo di danza-matematica?

Beh, prima di tutto, dalla mia esperienza in questi due mondi così diversi e allo stesso tempo -per molti aspetti- simili. Come matematico, ho sempre cercato di rendere quanto più possibile concreti alcuni concetti che studio e ho scoperto che la danza può fornire uno strumento per raggiungere questa concretezza. Matematica e danza sono, secondo me, strettamente legate: entrambe esprimono, anche se in modi diversi, armonia, bellezza, precisione e rigore. Perciò mi sono chiesto: perché non realizzare qualcosa che esprima questo forte legame? Ed ecco l'idea: uno spettacolo di danza matematica.

In Italia si tratta di una vera e propria innovazione, ma non è così all'estero, giusto?

Esatto! Se da noi *mathdance* è ancora una parola sconosciuta, in Germania e in America, per esempio, la situazione è ben diversa: lì ormai si tratta addirittura di una vera e propria materia di studio e di insegnamento a tutti i livelli scolastici (dalle elementari all'università), oltre che un utile supporto didattico per introdurre concetti matematici in modo nuovo e coinvolgente (in particolare con i bambini, che attraverso il linguaggio del corpo si avvicinano ad argomenti e nozioni astratte non sempre facili da trasmettere e assimilare).

Ma quali sono, di preciso, questi legami? Che cosa della matematica si può esprimere attraverso la danza?

Da matematico vedo nella danza uno strumento nuovo per comunicare, e addirittura insegnare, che permette di introdurre e stimolare il pubblico su alcuni concetti propriamente matematici. La danza rappresenta un vero e proprio linguaggio: sostituiamo al linguaggio letterale quello del corpo, e con esso, possiamo comunicare in un modo completamente nuovo. Possiamo, per esempio, rappresentare e dare forma a oggetti e concetti geometrici (e le coreografie, in questo, sono di grande effetto comunicativo!) oppure anche descrivere nozioni proprie della teoria degli insiemi.
Insomma, i legami, secondo me, sono diversi e quello che ci proponiamo di fare con questo spettacolo è proprio farne scoprire alcuni e far capire quanto forti essi siano.

Veniamo allora allo spettacolo che state preparando. Sono ancora in corso provini per formare il gruppo definitivo che si esibirà a Milano. Ma chi state cercando? Quali requisiti dovrebbe avere un aspirante ballerino-matematico?

In realtà non si tratta propriamente di provini; sono piuttosto colloqui, in cui valutiamo soprattutto la motivazione e l'entusiasmo. Ma niente paura: non sono interrogazioni di matematica! Siamo alla ricerca di ragazze e ragazzi incuriositi e intrigati dalla matematica e dalla scienza, senza essere per forza dei "matematici". Lo spettacolo sarà strutturato in tre parti: ci sarà una prima parte di balletto, quindi un musical centrale, al quale seguirà un'ultima parte esclusivamente danzata. Cerchiamo, perciò, ballerini di danza classica, jazz e danza del ventre, ma anche attori e cantanti; quindi, chi vuole partecipare dovrà avere un minimo di esperienza in almeno uno di questi mondi. Ma anche qui non è assolutamente necessario essere dei professionisti! Quello che per noi è fondamentale è il carattere delle persone, la loro curiosità, l'interesse per le novità e la capacità di lavorare in gruppo, impegnandosi e divertendosi allo stesso tempo.

E quando pensate di andare in scena?

Lo spettacolo verrà rappresentato a metà ottobre in alcuni teatri di Milano, ma già da marzo cominceremo a lavorare intensamente e fino a settembre verranno organizzati, due volte al mese, degli incontri/seminari tenuti da insegnanti e professionisti delle diverse discipline, proprio in preparazione dello spettacolo. Infine, a ottobre, ci sarà una settimana di vera e propria *full immersion* prima di andare in scena. Inoltre, durante tutto il periodo di preparazione, avremo sempre il supporto scientifico centro *matematita*, che ci garantirà il rigore e la correttezza scientifica dei concetti che svilupperemo e rappresenteremo nello spettacolo.

Un programma davvero intenso e interessante! Ma vogliamo dire ai nostri lettori che desiderano provare a mettersi in gioco, a chi devono rivolgersi per saperne di più?

Certo: possono rivolgersi direttamente a me. Per domande, curiosità o se desiderano prendere parte allo spettacolo basta che mi scrivano all'indirizzo spiuri@tin.it e prometto che cercherò di rispondere a tutti!

Bene, allora l'appuntamento, che aspettiamo con molta curiosità, è per ottobre; intanto... in bocca al lupo!

Crepi il lupo!

B.A.

officina della matematica

La fabbrica delle immagini

a cura di Gian Marco Todesco

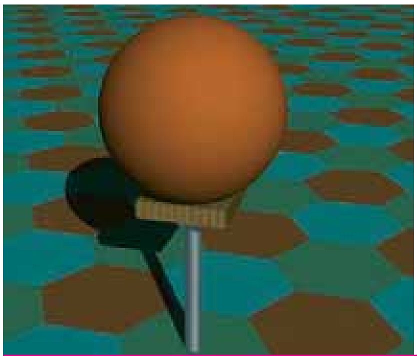
Il mondo della matematica è ricco di oggetti interessanti che vogliamo esplorare in questa rubrica. Nel numero scorso abbiamo presentato un "servizio fotografico" virtuale dedicato a un bel solido formato da cinque cubi intrecciati insieme. In questo numero ci occuperemo della "macchina fotografica" che è stata utilizzata per le riprese. In realtà si tratta di un programma per computer, con il quale è possibile creare in maniera relativamente semplice delle immagini affascinanti

Il programma si chiama Persistence of Vision Ray Tracer o, più brevemente POV-Ray. È *open source* (ovvero è possibile accedere ai suoi codici sorgenti), gratuito e liberamente scaricabile dall'indirizzo: http://www.povray.org.
Serve a creare immagini fotorealistiche a partire da una descrizione testuale di una scena, costituita da un insieme di oggetti geometrici. Il sito http://www.irtc.org ospita, dal 1996, una gara internazionale per le più belle immagini realizzate con POV-Ray o con programmi simili. La maggior parte di queste immagini imita in maniera sorprendentemente convincente il mondo reale (paesaggi naturali, corsi d'acqua, alberi, esseri umani, ecc.) come potete vedere dall'immagine che fa da sfondo a questa pagina (realizzata con POV-Ray da Rafi Ben-Aharn). Noi invece utilizzeremo POV-Ray come macchina fotografica virtuale durante le nostre esplorazioni nel mondo della matematica.

La macchina prospettica.
Albert Dürer (1471-1528)

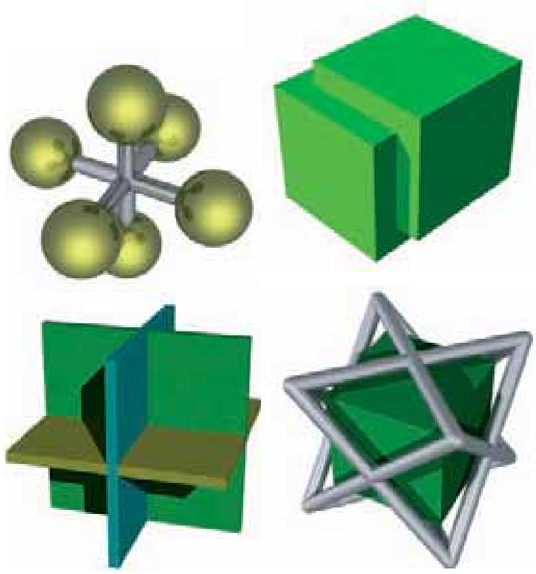
L'algoritmo usato da POV-Ray per creare le immagini è molto simile ai sistemi utilizzati dai pittori del quindicesimo secolo. Costoro, applicando i risultati degli studi teorici sulla prospettiva, elaborati proprio in quegli anni, avevano costruito dei meccanismi che permettevano di riportare il soggetto sulla tela con gran verisimiglianza.
In maniera non troppo diversa, anche i programmi di *ray-tracing* come POV-Ray sfruttano le leggi dell'ottica e della prospettiva per generare le immagini. Definito un punto di vista (dove è collocato l'occhio del pittore oppure l'obiettivo della macchina fotografica) e un piano su cui comporre l'immagine, si tracciano idealmente i raggi che uniscono il punto di vista con i punti del soggetto da ritrarre. Questi raggi intersecheranno il piano in altrettanti punti che andranno a formare il disegno.
Il computer, per motivi di efficienza, non parte dal soggetto, ma dai punti dell'immagine da comporre: i *pixel*. Per ogni pixel traccia una semiretta con l'origine nel punto di vista: questa rappresenta il raggio di luce che, provenendo da qualche punto della scena, attraversa il pixel e finisce nell'occhio dell'osservatore.
Bisogna calcolare le intersezioni fra questa semiretta e tutti gli oggetti che costituiscono la scena. L'oggetto

con l'intersezione più vicina al punto di vista determina il colore del raggio di luce e quindi del pixel.
In realtà le cose sono un po' più complicate: dal punto di intersezione vengono propagati altri raggi verso le sorgenti di luce per determinare le eventuali ombre e la sfumatura derivante dall'interazione fra il colore dell'oggetto e la direzione della luce incidente (una palla rossa non appare dello stesso rosso in tutte le sue parti, ed è proprio questa differenza di colore che ci permette di percepirne la rotondità).
Inoltre può essere necessario propagare altri raggi a partire dal punto di intersezione, nel caso in cui, per esempio, la superficie sia riflettente oppure l'oggetto considerato sia trasparente come il vetro o l'acqua. Di questi effetti parleremo meglio in qualche prossimo numero.
POV-Ray provvede a fare tutti i calcoli per noi. Basta "spiegargli" come è fatta la scena e lui genera l'immagine corrispondente. Per descrivere la scena a POV-Ray dobbiamo utilizzare un linguaggio inventato appositamente. Come tutti i linguaggi artificiali non è più difficile da imparare rispetto a una lingua "naturale" come l'inglese o il cinese: non ci sono eccezioni o verbi irregolari e il vocabolario è molto ristretto. Bisogna solamente stare un po' attenti a grammatica e ortografia, data la proverbiale scarsa elasticità dei computer.



```
#include "colors.inc"
#include "textures.inc"

camera {
  location <2,3,-7>
  look_at 0
  angle 40
}

light_source { <90,100,-150> color 1 }

plane {
  y,-2
  pigment { hexagon Aquamarine Cyan Gold }
}

cylinder {
  <0,-2,0>,<0,0,0>,0.1
  texture {Silver_Metal}
}

box {
  <-0.5,-0.1,-0.5>,<0.5,0.1,0.5>
  texture {Yellow_Pine}
}

sphere {
  <0,1,0>, 1
  pigment {Orange}
}
```

Vediamo subito un esempio. A sinistra c'è un'immagine creata con POV-Ray e subito sotto il testo necessario a descriverla.
Gli `#include` fanno sì che POV-Ray legga i file indicati fra virgolette. Nell'esempio vengono letti "colors.inc" e "textures.inc" che contengono una serie di utili definizioni (per esempio i colori più comuni).
Il comando `camera {...}` definisce il punto di vista (*location*) e la direzione dello sguardo (*look_at*, cioè "guarda verso"). I punti sono indicati specificando le tre coordinate x,y e z. Il parametro `angle` controlla l'angolo visuale: valori grandi (>100) corrispondono a un obiettivo virtuale con una focale piccola (per l'appunto un "grandangolo").
Con `light_source {}` definiamo posizione e colore (`color 1` significa bianco) di una sorgente di luce (una scena senza luci è tristemente nera).
Infine popoliamo la scena di oggetti: un piano infinito, perpendicolare all'asse y (l'asse verticale) che passa 2 unità sotto l'origine, un cilindro di raggio 2 il cui asse collega i punti <0,-2,0> e <0,0,0>, un parallelepipedo con le facce parallele ai piani cartesiani e in cui due vertici opposti sono <-0.5,-0.1,-0.5> e <0.5,0.1,0.5> e infine una sfera di centro <0,1,0> e di raggio 1.
Con `pigment {}` e `texture {}` possiamo controllare il colore degli oggetti. Come vedete è possibile specificare un semplice colore (per esempio, la sfera arancio), ma anche dei motivi più complicati (come il pavimento a esagoni o il parallelepipedo color legno). Le immagini qui sotto sono piccole variazioni di questo programma. Nei prossimi numeri vedremo dei modelli un po' più complicati.



Ma prima di salutarci, dobbiamo saldare un piccolo debito: avevamo chiuso il numero scorso chiedendovi se i dodici pentagoni multicolori del nostro modello esaurissero tutte le possibili combinazioni con 5 colori. Cioè quante sono le colorazioni possibili del nostro pentagono a 5 spicchi? Posso sempre ruotare i pentagoni in modo che un colore, per esempio il giallo, sia in basso. Andando in senso orario ho 4 scelte per colorare lo spicchio successivo, 3 scelte per quello dopo e così via fino al quinto spicchio. In totale $4\times3\times2\times1 = 24$ possibilità*. Quindi i nostri 12 pentagoni rappresentavano solo la metà delle colorazioni possibili. Infatti se ne prendo uno e scambio fra loro due spicchi qualsiasi ottengo una nuova colorazione diversa dalle altre dodici.

G.M.T

* Quest'operazione si chiama fattoriale e si scrive così: $4! = 1\times2\times3\times4$

LINK
- Friedrich A. Lohnweller ha realizzato un ottimo corso introduttivo su POV-Ray:
http://www.f-lohnweller.de/pov_tut/pov_ita.htm
- Un gruppo di ardimentosi volontari ha tradotto il manuale di POV-Ray (v 3.01) in italiano:
http://www.liberliber.it/biblioteca/p/pov_ray_team/manuale_pov_ray_v3_01/html/index.htm.html

Ritratti di *donne*

di Élisabeth Busser

Donne eccezionali, le matematiche nella storia lo sono state per più di un motivo: eccezionali per il loro numero, per la loro determinazione a farsi sentire, eccezionali per la loro cultura fuori dal comune. XlaTangente ricorda alcune grandi matematiche della storia in occasione della festa della donna

Da Ipazia di Alessandria a Emmy Noether, le "donne sapienti" hanno sempre dovuto battersi per sconfiggere i pregiudizi dei loro contemporanei e per affermare il proprio diritto a esistere, visto che, in generale, non hanno potuto contare su alcun sostegno. Trovare ascolto e attenzione era una vera e propria impresa. Così, solo le più eccezionali sono riuscite a raggiungere la notorietà. E fra di loro ci sono personalità molto eclettiche che, attirate dalla letteratura, dalla poesia, dalla filosofia, hanno pubblicato lavori negli ambiti più disparati.

Non è facile per una donna essere una matematica. Dopo duemila anni di storia tormentata, l'emancipazione femminile è ancora lontana dall'essere raggiunta nell'universo della regina delle scienze

Ipazia, vittima del proprio sapere

Bella e intelligente, **Ipazia** (370-415), la figlia di Teone di Alessandria, che con il padre aveva imparato la matematica, "pretendeva" anche di insegnarla, e lo faceva in maniera splendida. Le sue lezioni al Museo, la scuola fondata da Tolomeo I, attiravano moltissimi studenti da tutti i paesi del Mediterraneo. Vi commentava, si dice, il trattato sulle coniche di Apollonio, l'*Aritmetica* di Diofanto, l'*Almagesto* di Tolomeo e la *Misura del cerchio* di Archimede e aveva fama di essere molto chiara.
Ma a conferma di quello che di lei si racconta, non ci restano altro che il disegno di un astrolabio (strumento che serve a misurare l'altezza degli astri) e il progetto di un idroscopio (per vedere in lontananza gli oggetti al di sotto della superficie dell'acqua), che lei stessa avrebbe ideato. Fu anche l'ispiratrice di una edizione critica degli *Elementi* di Euclide.

Ipazia di Alessandria (370-415).
Ritratto apocrifo di Gasparo

Di spirito indipendente, a suo agio nell'esegesi di Aristotele e Platone, intorno al 400 era a capo della scuola neoplatonica di Alessandria. Ma ciò diede presto fastidio agli esponenti più integralisti del cristianesimo e le tensioni politiche tra cristiani e non cristiani si focalizzarono in breve sulla sua figura. Accusata d'essere una pericolosa sostenitrice del pensiero pagano, Ipazia finì assassinata dai cristiani, incitati da San Cirillo, vescovo di Alessandria dal 412. Tale fu il destino tragico della prima martire del pensiero scientifico.
Nei dieci secoli successivi non si trova traccia di altre matematiche di grande fama (così come, del resto, nello stesso periodo, in Occidente, non si trovano neppure molti matematici uomini). Molte donne ricominciarono ad appassionarsi alle scienze grazie ai salotti letterari e scientifici del Seicento, ma bisognerà aspettare il XVIII secolo per incontrare nuove matematiche di fama riconosciuta.

Colei che si fece passare per un uomo

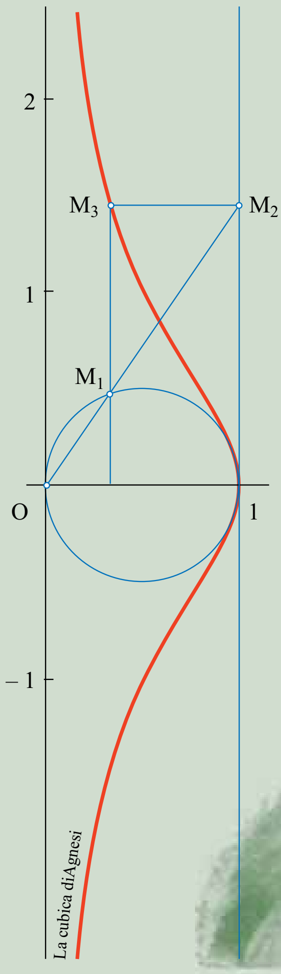
È la *Storia della matematica* di E. Montucla, divorata di nascosto dai genitori, all'origine della passione di **Sophie Germain** (1776 – 1831) per la matematica. Si dice che, fra tutto, a impressionarla sia stato il racconto della morte di Archimede, ucciso da un soldato romano durante l'assedio di Siracusa (vedi *XlaTangente* n. 1, gennaio 2007). Con grande dispiacere dei suoi genitori, Sophie impara il latino per poter leggere Eulero e Newton, e si mette seriamente a studiare la matematica. Ed è ancora di nascosto che, con lo pseudonimo di "Le

Il teorema di Sophie Germain

Se esiste un numero primo p tale che l'equazione
$x^n + y^n = z^n \pmod{p}$
non abbia altre soluzioni che (0,0,0), e tale che
$x^n = n \pmod{p}$
sia impossibile, allora l'equazione $x^n + y^n = z^n$ (in cui nessuno dei tre numeri x,y,z è divisibile né per n né per p) non ammette soluzioni diverse da (0,0,0).

Blanc, allievo dell'École Polytechnique", intrattiene una fitta corrispondenza con Lagrange prima e con Gauss poi: il timore, lo dice lei stessa, è quello di vedersi affibbiata la "ridicola etichetta di donna sapiente". Scoperto lo stratagemma, il suo nome si diffonde nella comunità scientifica dell'epoca: Sophie Germain viene invitata, matematica fra i matematici a diversi incontri, presenta delle Memorie all'Académie des Sciences e, nel 1816, vince un premio per i suoi lavori sull'equazione dell'equilibrio di una superficie elastica sottoposta all'azione di forze generiche.
Di formazione scientifica eclettica, Sophie si occupa anche di teoria dei numeri, ed è in quest'ambito che ottiene il suo risultato più importante: il teorema… *di Sophie Germain*, che consente di dimostrare il teorema di Fermat in un caso particolare.
Per tutta la vita Sophie Germain si rifiuta di sostenere con il proprio prestigio l'idea di una scienza "per le donne", idea che si stava allora diffondendo nei salotti a colpi di riviste di divulgazione, scritte apposta per la metà femminile del mondo…

Un'altra studiosa autodidatta, contemporanea di Sophie Germain, fu costretta durante la sua giovinezza a leggere le opere matematiche a lume di candela, di notte: solo dopo il suo secondo matrimonio, la matematica scozzese **Mary Fairfax Somerville** (1780 – 1872) riuscì a conquistare il diritto a studiare. Tradusse allora in inglese il trattato di meccanica celeste di Laplace, accompagnandolo con note personali molto ricche. E nel 1835 fu, con l'astronoma Caroline Herschel, la prima donna a essere premiata dalla Royal Astronomical Society inglese.



La cubica di Agnesi

Nota sotto il nome di "versiera", questa curva di terzo grado, che ha equazione cartesiana
$y^2x = a^2(a - x)$
è uno dei grandi contributi di Maria Fontana Agnesi allo studio delle cubiche.

Di padre in figlia

Altre donne hanno avuto più fortuna nel mondo scientifico: diventate matematiche perché lo era il padre, hanno potuto studiare liberamente la loro scienza preferita, beneficiando di condizioni sociali e culturali privilegiate.
Maria Gaetana Agnesi (1718 – 1799), per esempio, che scrive all'età di nove anni un discorso sul diritto delle ragazze a un'istruzione superiore e impara, in seguito, il greco, l'ebraico, il francese, lo spagnolo e il tedesco, è nata sotto una buona stella. Suo padre, professore di matematica all'Università di Bologna, le dà la possibilità di entrare in contatto con alcuni uomini di cultura dell'epoca. Così, rispetto ad altre donne, per lei è più facile studiare matematica, pubblicare nel 1748 un'opera di geometria analitica e diventare la prima insegnante universitaria di matematica. Ed è lo stesso papa Benedetto XIV, a chiamarla all'Università di Bologna, città allora dello Stato Vaticano!

Sofja Kovalevskaya (1850 – 1891), nata in una famiglia aristocratica della profonda Russia, può godere dei vantaggi dell'avere un precettore, ma impara la matematica soprattutto leggendo sui muri della propria stanza tappezzata di scritti del matematico russo Ostrogradsky. In quanto donna, non può studiare in Russia, e così va prima ad

Heidelberg, a seguire i corsi di Kirchoff, poi a Berlino, per lezioni private di Weirestrass, fino a conseguire il dottorato a Gottinga nel 1874. La sua fama è già largamente diffusa, i suoi risultati sulle equazioni differenziali alle derivate parziali sono celebri: Kovalevskaya chiuderà le sua carriera come professoressa all'Università di Stoccolma, dopo aver ricevuto il Premio Bordin dell'Accademia delle Scienze di Parigi per i suoi lavori sulla rotazione di un corpo solido attorno a un punto fisso. I suoi contributi sono così importanti che la dotazione economica assegnata insieme al premio viene addirittura raddoppiata. Il suo talento non si limita alla matematica: personalità luminosa, Sofja Kovalevskaya ci ha lasciato anche un'opera letteraria: *Ricordi d'infanzia*, e qualche romanzo, come *Vera Vorontsov*.

Sophia Kovalesvkaya. Conosciuta anche con il nome di Sonia Kovalevsky fu la prima donna matematica russa di fama, studentessa di Karl Weierstrass. Nel 1884 fu nominata professoressa presso l'Università di Stoccolma, la terza donna in tutta Europa ad assumere la carica di professore universitario.

Non avendo potuto compiere gli studi di medicina per l'opposizione di sua madre, **Grace Chisholm Young** (1868 – 1944), nata in una famiglia aristocratica londinese, studia matematica in un collegio femminile a Cambridge e, in seguito, all'Università di Gottinga, dove nel 1895 diventa la prima donna a ottenere ufficialmente, secondo regole che sarebbero diventate definitive, un dottorato di ricerca in Germania. Insieme a suo marito William Young, pubblica più di 200 articoli e libri, dei quali la maggior parte firmati dal marito (anche se si tratta per gran parte di lavori suoi). Tuttavia pubblica, firmandola con il proprio nome, una *Teoria di insiemi di punti*, applicazione della teoria degli insiemi all'analisi matematica.

Emmy Noether (1882 – 1935), anche se è figlia di un matematico dell'Università di Erlangen, può seguire solo come uditrice i corsi universitari. Dopo aver studiato a Gottinga, torna a Erlangen, dove riesce finalmente a iscriversi ufficialmente (dato che, nel frattempo, in Baviera è stato concesso alle donne l'accesso all'università) e dove nel 1907 presenta una tesi sulla teoria degli invarianti algebrici. In seguito, viene ammessa a Gottinga solo come professore associato, e soltanto nel 1921. La sua "forza" in matematica risiede nella sua straordinaria capacità di costruire legami tra diversi ambiti disciplinari, per esempio tra algebra e geometria. Dobbiamo a lei, tra le altre cose, un'edizione della corrispondenza tra Cantor e Dedekind, pubblicata in collaborazione con il filosofo Cavaillès, che ricostruisce la storia della teoria degli insiemi.

Grace Young (1868 - 1944), matematica inglese, cominciò i suoi studi presso il Girton College, in Inghilterra, e proseguì quindi in Germania all'Università di Göttingen, dove, nel 1895, divenne la prima donna a ricevere un dottorato in Germania. I suoi primi articoli furono pubblicati con il nome del marito, William Henry Young.

Donne influenti

Molte altre donne, nel corso della storia, hanno frequentato l'ambiente matematico e contribuito alla diffusione di nuove teorie. Donne di lettere e di scienza, queste mogli o figlie di uomini importanti, hanno usato la loro influenza per promuovere la scienza.

Emilie Le Tonnelier de Breteuil marchesa di Châtelet (1706 – 1749) è una di loro: amica di Voltaire, la prima a tradurre in francese l'opera di Newton, ha largamente contribuito a divulgarla. **Ada Byron**, contessa Lovelace (1815 – 1852), introdotta alla matematica da Mary Sommerville, si distinse subito in questa disciplina, stringendo legami di amicizia con Charles Babbage, l'inventore della "macchina alle differenze", antenata dei calcolatori elettronici. Musicista dotata, Ada Lovelace, immaginò che si potesse fare della musica con le macchine. Con il suo sostegno a Babbage, ha contribuito alla nascita del calcolo informatico; è per renderle omaggio che nel 1979 il Dipartimento alla Difesa americano chiamò ADA il proprio linguaggio di programmazione.

L'influenza di queste donne, amiche della matematica e delle scienze, benché discreta, è stata molto importante.

Dunque, essere donne e matematiche non è stato sempre una *sine cura*: la storia lo dimostra. Ma essere matematiche oggi è più facile?

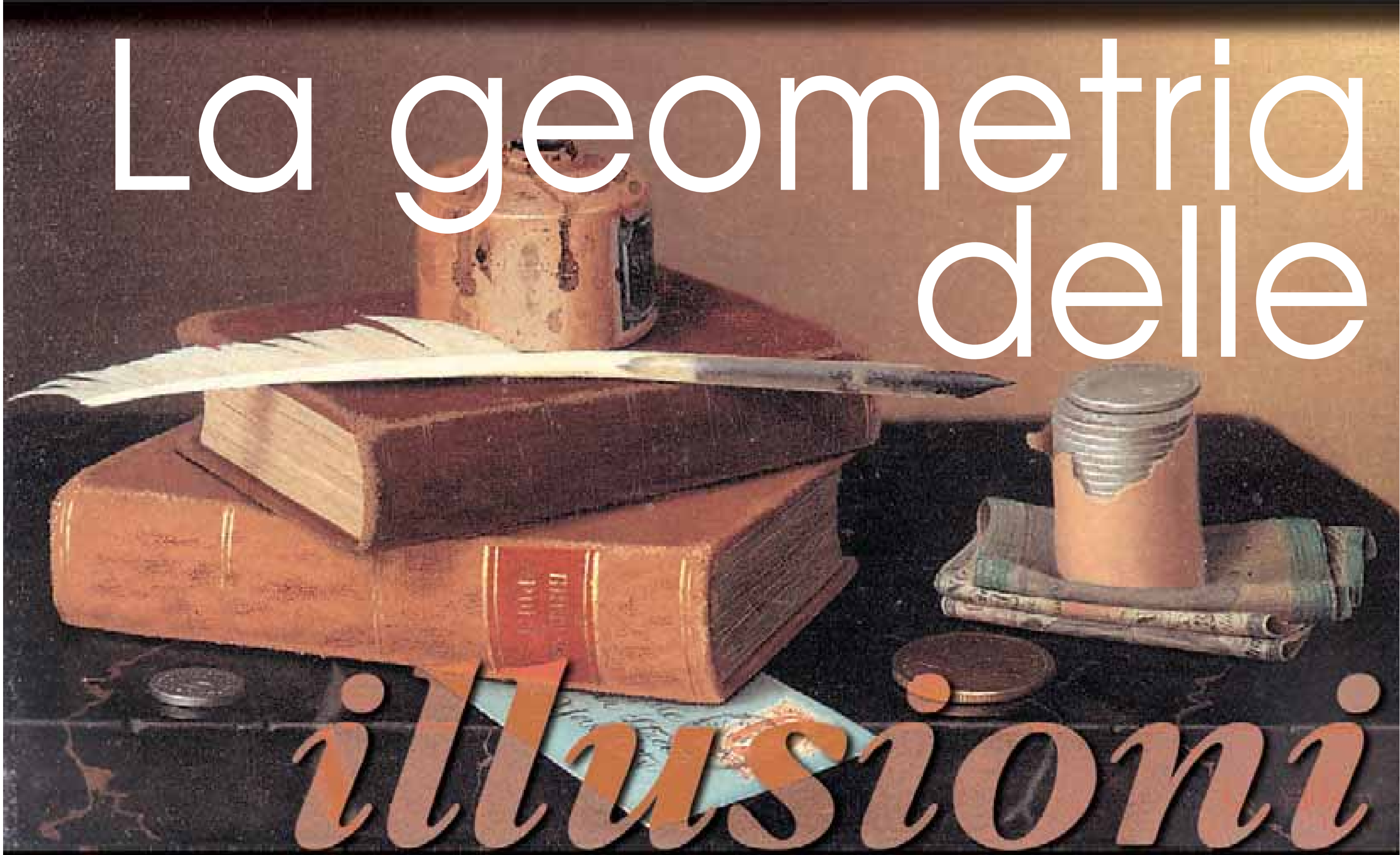
Se siete curiosi di sapere qual è la situazione ai nostri giorni, provate a dare un'occhiata al sito dell'Associazione Europea delle donne matematiche (http://www.math.helsinki.fi/EWM) per scoprire... quali sono le matematiche del momento!

E.B.

Emmy Noether (1882 - 1935) fu una matematica tedesca figlia d'arte: il padre era il matematico Max Noether. Studiò a Erlangen e Göttingen come uditrice (le donne non potevano essere ammesse come studentesse). Tenne ufficiosamente alcuni corsi a Göttingen, sotto il patrocinio di David Hilbert, entrando in contatto con i più grandi matematici del tempo. Nel 1933 i nazisti la costrinsero ad abbandonare l'insegnamento, perchè ebrea. Come molti altri, si rifugiò negli Stati Uniti.

NUMERO 2
MARZO 2007
XlaTangente

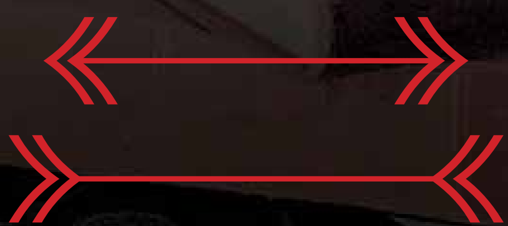
La geometria delle illusioni



La scrivania del banchiere, trompe l'oeil di William M. Harnett, 1877

COME COGLIERE IN FALLO IL CERVELLO

Le figure geometriche simbolizzano ancora oggi il rigore e l'oggettività, estranee a ogni considerazione soggettiva. L'osservatore può tuttavia giocare un ruolo importante, come nel caso della rappresentazione prospettica, che costituisce, in un certo senso, una delle illusioni ottiche più frequenti (e certo la più utile!). Provate, se ci riuscite, a vedere qualcosa di diverso da un cubo in rilievo nel disegno qui a fianco: eppure il disegno è tanto bidimensionale quanto la pagina di "*XlaTangente*" sulla quale esso è raffigurato!



Qual è il segmento più lungo?

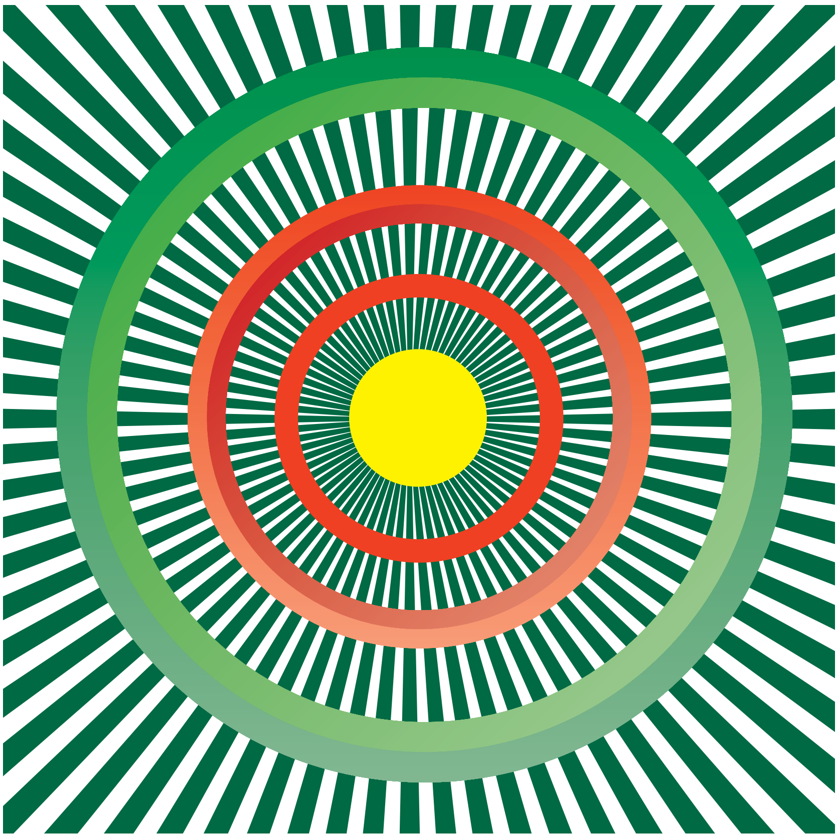
Le illusioni ottiche, nel senso in cui le si considera normalmente, possiedono delle ulteriori proprietà che le rendono affascinanti: la sola geometria non permette di spiegarle. Molte di esse suscitano ancora dibattiti e discussioni, come quella qui sotto.

Un insegnamento che possiamo trarre dallo studio delle illusioni geometriche è che l'organo principale della nostra visione non è quello che registra e trasmette i dati che gli pervengono dal mondo esterno, bensì quello che analizza, interpreta e ricompone queste informazioni. Non il nostro occhio, dunque, ma il nostro cervello.

Immagini *reali* e *illusioni* ottiche

di GIANNI SARCONE

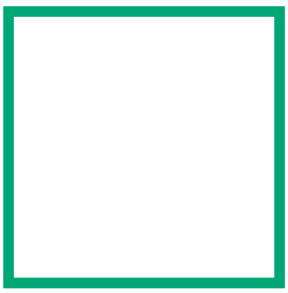
Da un lato il mondo e dall'altro una scatola nera, il nostro cervello, che interpreta le informazioni trasmesse dall'occhio. Per ragioni ben lontane dall'essere totalmente comprese, l'immagine ricostruita dalla nostra mente non sempre risulta essere conforme alla realtà. Un universo affascinante si svela davanti a noi: quello delle illusioni ottiche



***Enigma*, di Isia Leviant (1981)**

"Non credo ai miei occhi!". Espressione spesso davvero pertinente. Ovunque si guardi, l'illusione ci aspetta al varco. Non è tanto l'occhio che dobbiamo accusare di queste deformazioni visive, quanto piuttosto il "computer" presente nella nostra rete neurale e che presiede al riconoscimento della forma, computer che spesso viene colto in fallo. Nel dipinto *Enigma* di Isia Leviant si vedono, dopo aver fissato per qualche secondo il centro della tela, degli anelli colorati che ruotano. Siamo ben consci di cogliere un movimento che in realtà non esiste, eppure l'illusione è perfetta!

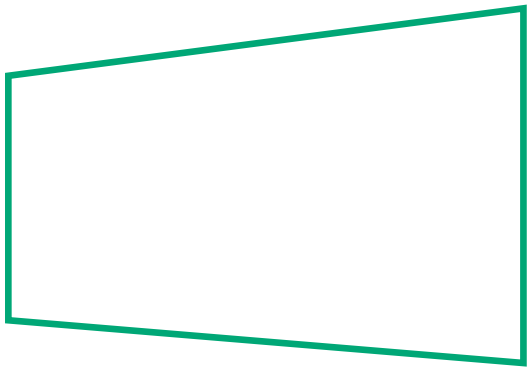
Ecco allora una carrellata di illusioni ottiche, dove la geometria diventa protagonista!



L'INGANNO GEOMETRICO

Una delle più sorprendenti illusioni ottiche la viviamo tutti i giorni: per quale motivo non vediamo i "bordi" del nostro campo visivo? Paradosso? La nostra visione è limitata, ma non ne vediamo i limiti. Ecco un motivo di stupore, che, come spesso accade, nasce da argomenti semplici, ma che si rivelano a volte i più ardui da spiegare… Anche per le illusioni che qui illustreremo prendiamo spunto proprio da una delle figure geometriche più semplici e conosciute: il quadrato.
Se vi dicessero che il quadrato qui accanto non è un quadrato, rispondereste senza alcun dubbio che la persona che avanza una tale asserzione ha seri problemi di astigmatismo.

E pur tuttavia, noi insistiamo e sottoscriviamo quanto detto, affermando che il quadrato verde è in realtà un trapezio, osservato in condizioni particolari. Provate ad appoggiare sulla punta del vostro naso questa pagina di *XlaTangente* e ad inclinarla leggermente fissando il trapezio qui di fianco. Ecco che, ben presto, vedrete il trapezio trasformarsi... in un rettangolo! E se questa illusione può apparire sorprendente, quella contraria è invece accettata molto più facilmente dal nostro cervello: se guardate l'immagine del tavolo qui sotto (evidentemente con una forma "apparentemente" trapezoidale), non fate fatica a credere che in realtà esso sia rettangolare o addirittura quadrato.

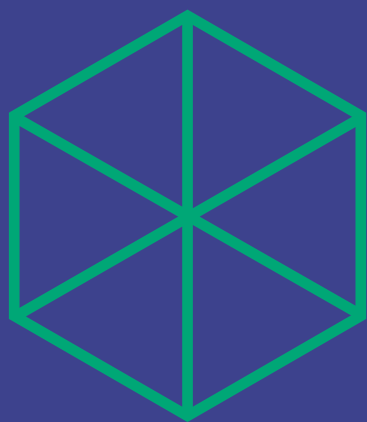


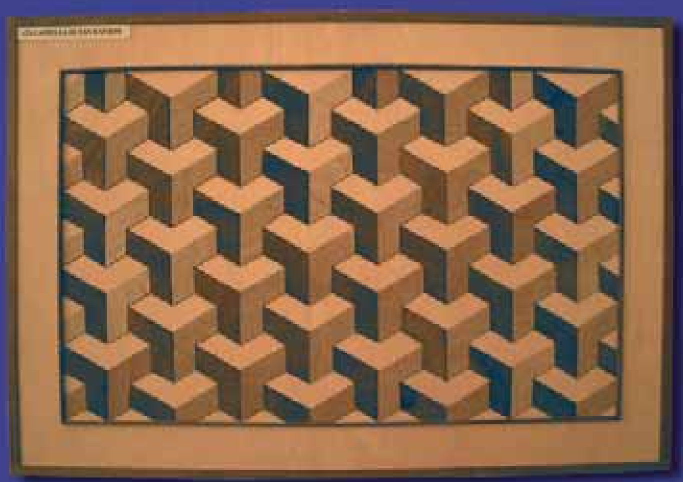
Quando anche il colore fa la sua parte

Sfumando linearmente in grigio una superficie quadrata e assemblandola poi con degli altri quadrati identici, si ottiene una figura come questa: dove possiamo constatare subito che qualcosa "stona": benché siano colorati in modo identico, i quadrati superiori sembrano più chiari dei quadrati inferiori. Qualunque cosa si faccia, anche cambiando l'orientazione generale del motivo, l'illusione persiste.

Le figure impossibili

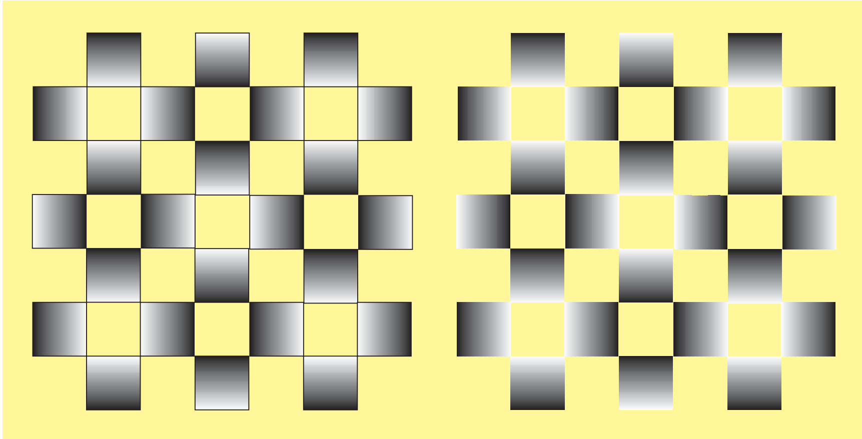
L'immagine qui a lato è un esagono o, riflettendoci meglio, un cubo? Benché l'immagine sia composta solo da triangoli, il nostro cervello scopre in essa le facce di un cubo. Visualizzare la forma in due e poi in tre dimensioni richiede magari un po' di tempo e una certa concentrazione, ma l'effetto visivo, una volta acquisito, persisterà nel tempo.





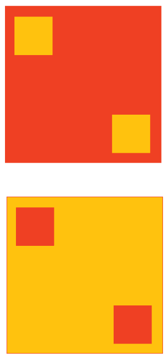
Questo pannello di legno, realizzato dagli studenti dell'Istituto d'Arte "Russoli" di Pisa, riproduce uno dei pavimenti della Cerosa di Calci (Pisa), mostrando un forte effetto tridimensionale. Se in questa foto si vede più facilmente l'effetto convesso, provate a capovolgere la pagina di XlaTangente e vedrete come lo stesso mosaico dia l'illusione di una tridimensionalità concava!

E questo non è certo il solo esempio di illusioni: tutta un gamma di illusioni fondate sulle tonalità e le intensità di colore possono essere studiate con dei quadrati sfumati. Solo per fare un altro esempio, provate a dare un'occhiata qui a fianco.
Il secondo motivo (a destra) dà l'impressione di essere più brillante e in rilievo rispetto a quello di sinistra e una leggera ombreggiatura sembra inoltre comparire negli spazi vuoti… ma ovviamente è tutta un'illusione!



Distorsioni visive

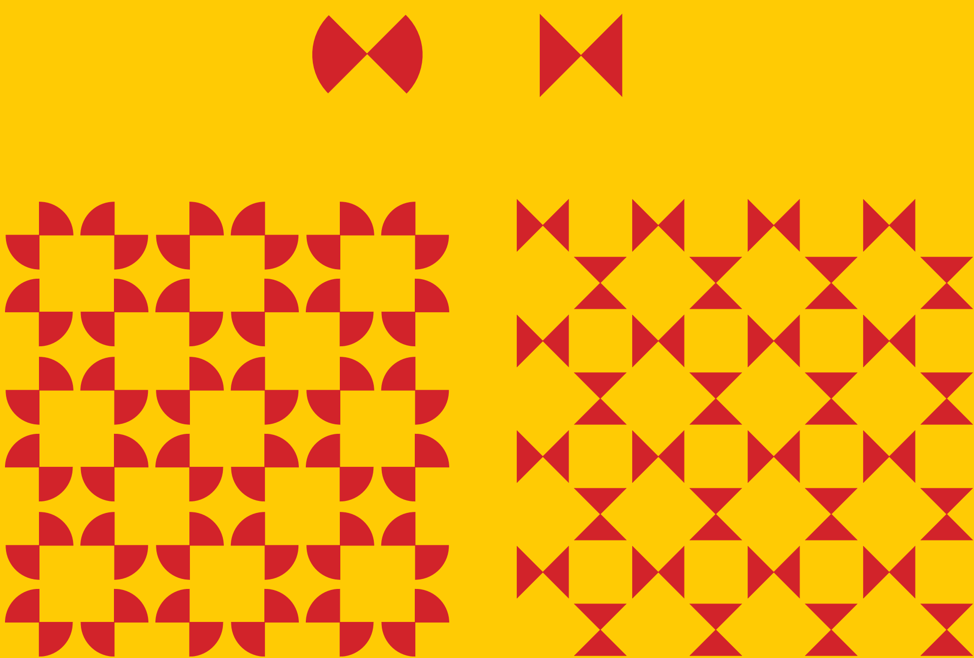
Il quadrato, con quei suoi lati ben diritti e quelle sue arie da primo della classe, potrebbe farci credere di essere totalmente inoffensivo… Ma aprite gli occhi: un quadrato è chiaramente ingannatore! Sono proprio le sue regolarità e rigidità a farci cadere nell'errore tanto facilmente e tanto spesso. Tagliate dei quadrati uguali usando due cartoncini di colori diversi, uno rosso e uno arancione; bucate quindi i quadrati rossi (e quelli arancioni) realizzando due fori, di forma quadrata anch'essi, in prossimità di due vertici opposti del quadrato e, infine, disponete allo stesso modo sui quadrati arancioni i quadrati rossi e viceversa, come mostrato nella figura.



Otterrete così due forme simili, una il negativo dell'altra.
E guardate cosa possiamo farne!

Reale e virtuale

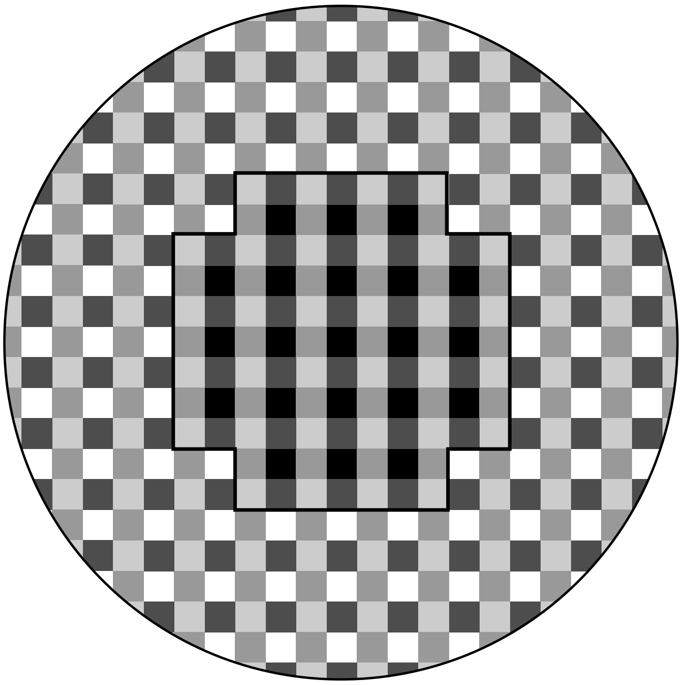
Le figure illusorie giocano un ruolo importante nel repertorio delle illusioni ottiche. La più conosciuta è il triangolo di Kanisza. Vi proponiamo di sperimentare questo divertente fenomeno in questo modo: ingrandite con la fotocopiatrice le immagini in alto.
Quindi distribuitele regolarmente su un piano sino a far comparire dei quadrati (esistono moltissimi modi di procedere che potrete voi stessi scoprire; noi ve ne mostriamo due).
Un'ultima raccomandazione: le figure non devono toccarsi! Per osservare sino a dove persiste l'effetto, potete anche aumentare la distanza tra le figure di base.

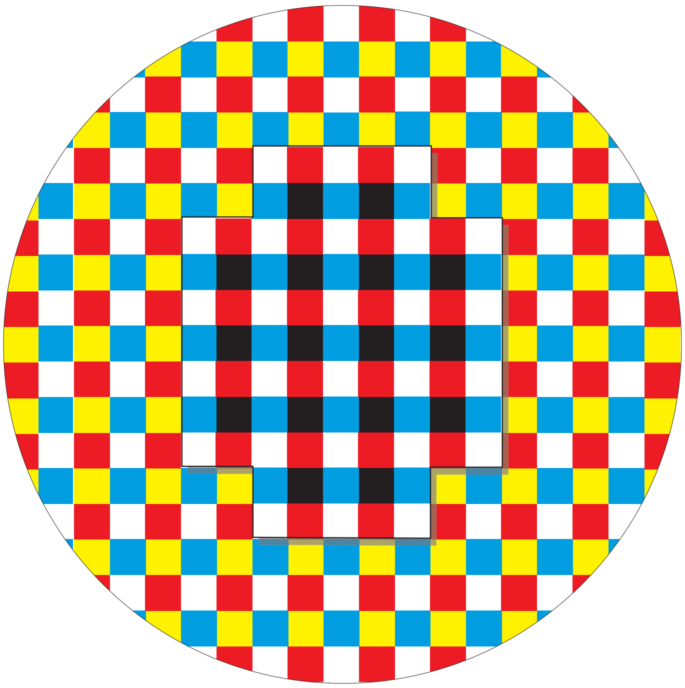


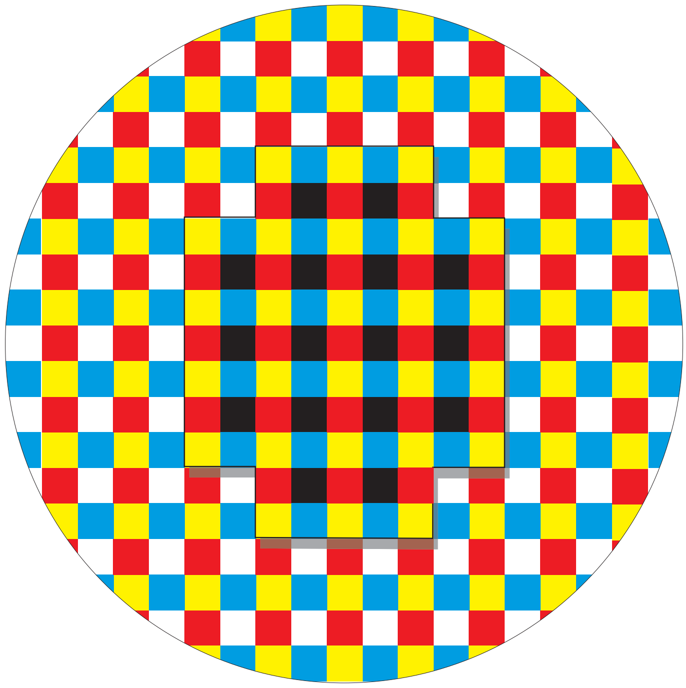
I quadrati gialli sono visibili, ma "non esistono"!

I QUADRATI FLUTTUANTI

Grazie a dei quadrati di colore o toni di grigio diversi, è possibile ottenere la sensazione di un ondeggiamento. Certo, l'effetto non è immediatamente percepibile, ma è pur sempre interessante. L'illusione è costituita da un disco e da una croce centrale, riempita da piccoli quadrati. Prendendo come esempio le figure che vi proponiamo qui, potrete realizzare la vostra personale illusione ottica modificando, per esempio, l'intensità dei grigi o giocando con i bianchi e con i neri. Potete anche divertirvi intervenendo su particolari forme, oltre alla croce centrale, oppure usando diversi colori per distinguere i quadrati.







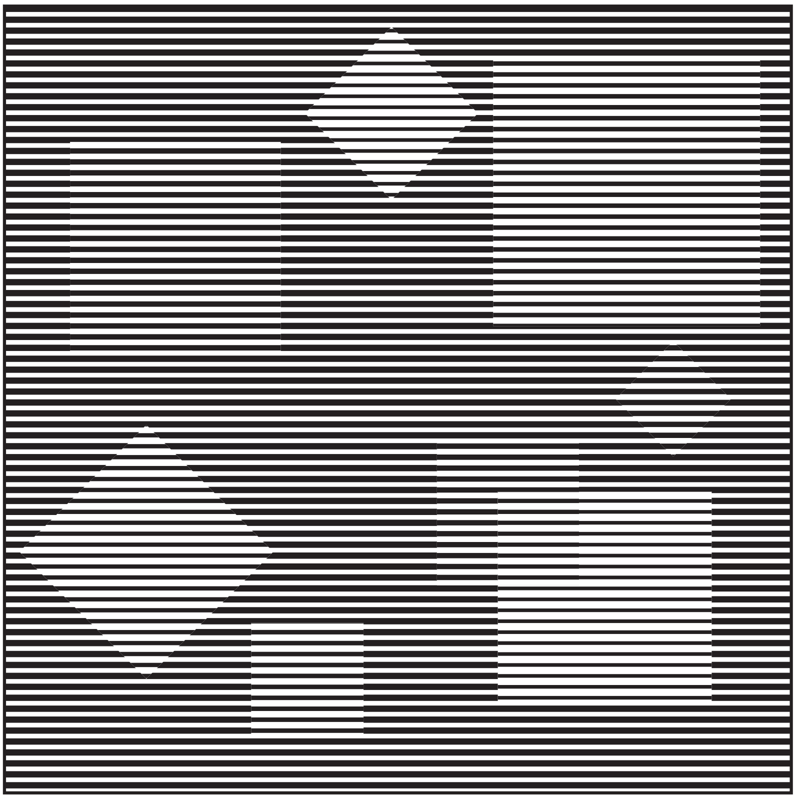
Fissate uno dei dischi colorati, vedrete i quadrati galleggiare dentro la croce

Vicino e lontano

Prendiamo dei quadrati costituiti da linee nere di diverso spessore e orientati in modi differenti rispetto al riquadro, come questi:

Se li poniamo su uno sfondo tratteggiato, possiamo ottenere un'illusione ottica sorprendente:

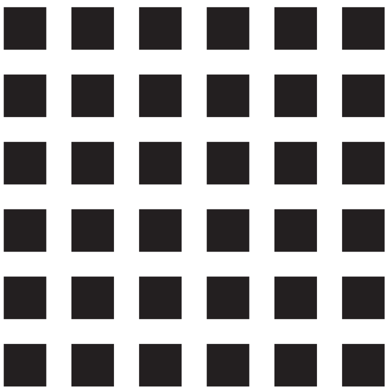
Ci sono quadrati più lontani e quadrati più vicini?



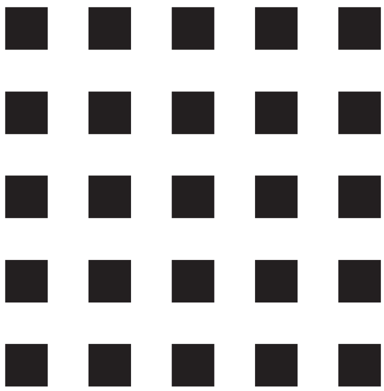
Effettivamente sembrerà che i quadrati siano in uno spazio a tre dimensioni e, sebbene non abbiano alcun contorno, le linee nere di diverso spessore ne suggeriscono la presenza, simulando un effetto di allontanamento rispetto all'osservatore.

Macchie fenomenali

L'assemblaggio regolare su di un piano di quadrati neri crea una rete di linee bianche. Più questa rete è fine e più potremo constatare un fenomeno di luccichio, dato dall'apparizione di punti luminosi grigi all'intersezione delle linee.
Quando lo spazio tra i quadrati neri è uguale o superiore alla lunghezza dei loro lati, basta fissarli per un po' di tempo perché ai nostri occhi sia visibile un illusorio fenomeno di luminosità.
In effetti, un alone più bianco del fondo della pagina sembra avvolgere i quadrati osservati.
Ecco cosa succede: l'effetto di brillantezza aumenta man mano che si riduce lo spazio tra i quadrati. Spostando il vostro sguardo sull'immagine quadrettata, appariranno, in alternanza, dei puntini grigi all'interno di piccoli dischi bianchi. Se fissate un punto preciso, l'effetto ottico scomparirà.

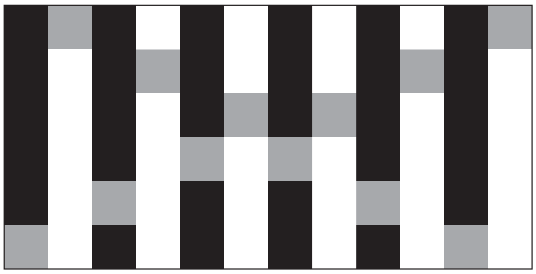


Delle macchie grigie appaiono quando guardiamo l'immagine

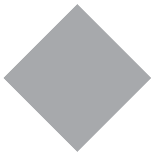


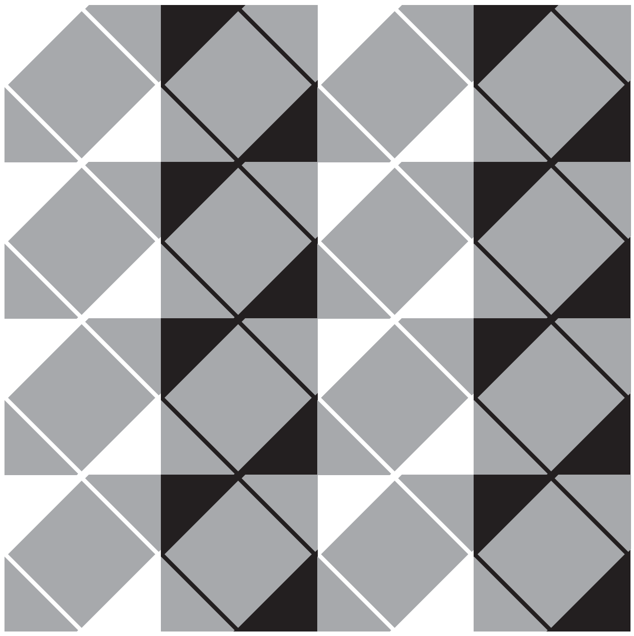
Fissando la composizione appaiono degli aloni bianchi

Potete anche provare a realizzare le seguenti esperienze: distribuite su di un fondo nero dei quadrati bianchi oppure sostituite i quadrati degli esempi descritti con dei dischi neri. In quale delle due esperienze il fenomeno delle macchie grigie è sempre osservabile?
Un quadrato di un tono grigio uniforme non manterrà la stessa tonalità se messo sopra uno sfondo chiaro o scuro. Ecco qui accanto, per esempio, dei piccoli quadrati identici aventi la stessa intensità di grigio. Tuttavia, i quadrati su fondo bianco ci appaiono più scuri.



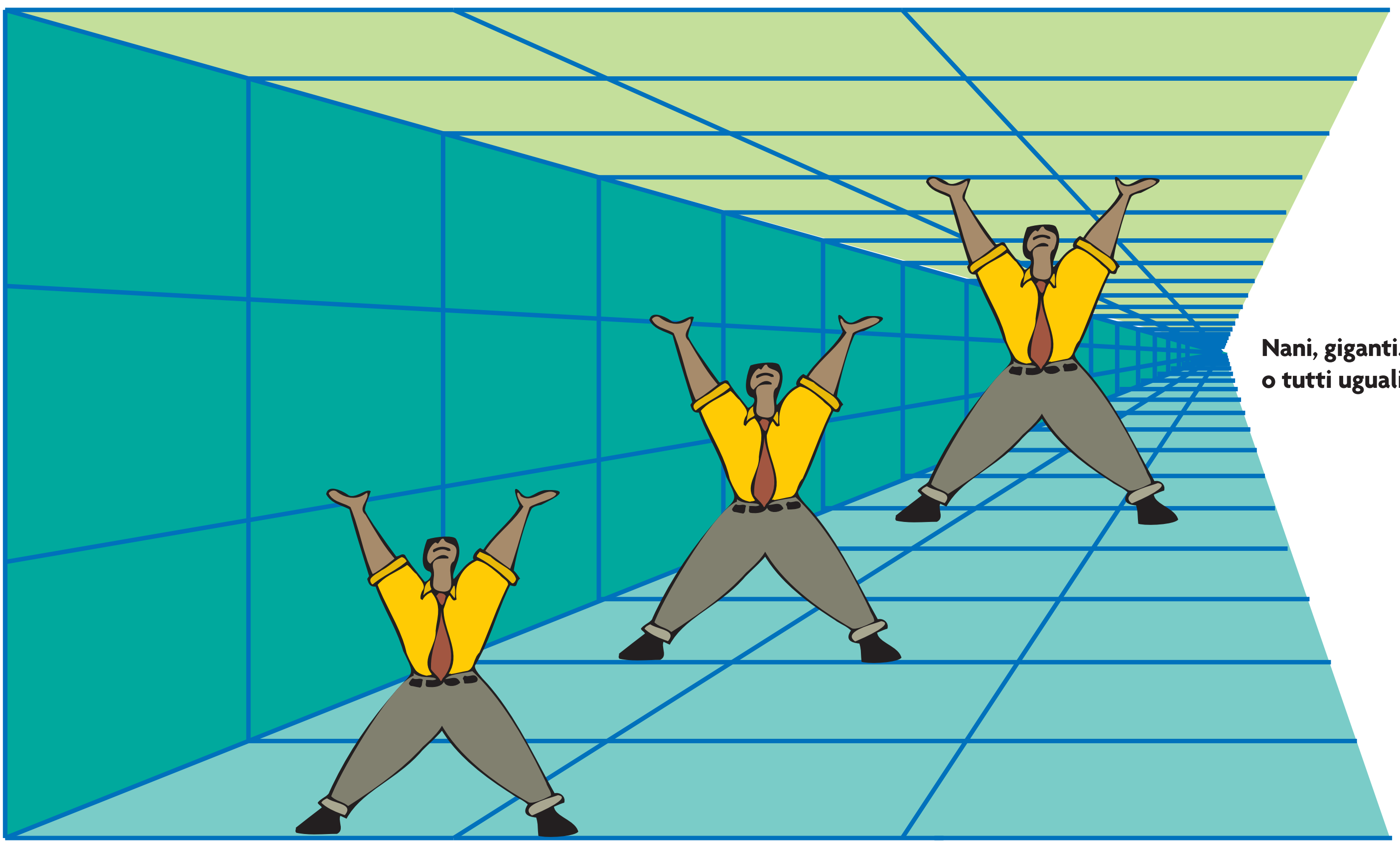
In quest'ultimo esempio, poi, l'effetto è notevolmente rinforzato sino a dare veramente l'impressione che l'immagine comporti due toni diversi di grigio, mentre in realtà, oltre al nero e al bianco, non c'è che un solo tono di grigio, quello del quadrato qui di fianco.





Cercate voi stessi di trovare delle altre varianti sul tema dei contrasti. Da Goethe a Itten, sono state realizzate diverse esperienze sull'argomento, arricchendo la nostra visione (è proprio il caso di dirlo!) con il colore. Sappiate che la televisione, che non ha il nero (ve ne eravate mai accorti? osservate lo schermo quando è spento, noterete che è grigio…), utilizza questo effetto di contrasto per creare le zone nere di un film o del vostro programma preferito.

G.S.



Nani, giganti... o tutti uguali?

Più *reale* del *reale*

di **Marie-José Pestel**

Il nostro cervello può percepire la differenza tra un oggetto reale e l'immagine che esso riproduce? Ecco il delicato dibattito che l'esistenza dei trompe-l'oeil, disegni più reali della realtà stessa, non contribuisce certo a semplificare


False finestre (av. Matignon, Parigi VIII arrondissement), Opera di F. Rieti

Secondo George Perec, noto scrittore francese, "un trompe-l'oeil è un modo di dipingere un determinato oggetto cosicché questo abbia l'aria di essere vero e non certo dipinto". I primi trompe-l'oeil conosciuti sono stati ritrovati su alcuni affreschi di Pompei datati I secolo a. C.: possiamo già ammirare falsi marmi, false modanature, false finestre, in breve tutto ciò che caratterizza un vero trompe-l'oeil. Tradizionalmente, queste tecniche si applicavano solo agli oggetti inanimati. Oggi, però, i grandi nomi del trompe-l'oeil e delle pitture su muro disegnano anche oggetti vivi. *Des chrysanthèmes* di Jacques Poirier, il *Piéton des Halles* di Fabio Rieti, *La déchirure* e *Mona Lisa* di Henri Cadiou e altre sculture vegetali di Ernest Pignon-Ernest; è il vissuto che ci fa interpretare l'illusione, ma non una qualunque. Citiamo ancora George Perec: "Vi è spesso nel trompe-l'oeil qualcosa di stranamente pacifico, delle immagini da domenica pomeriggio…".


Monna Lisa. Henri Cadiou, 1981


Cesto di fichi, Villa Oplontis, Pompei

Un gioco e una trappola

È solo l'illusione che conferisce al trompe-l'oeil la sua realtà: non è un'opera sulla quale lo sguardo indugia, ma una sfida. Il trompe-l'oeil funziona un po' come le "parole crociate": pone una domanda, regala la voglia di discorrere, chiacchierare, permette allo sguardo di fermarsi su di una porta o su una scala che non avremmo forse neppure visto se fossero state vere! Il trompe-l'oeil è sia un gioco che una trappola, tesa a colui che guarda e che si lascia ingannare, poi si riprende, per poi nuovamente lasciarsi travolgere dall'illusione.

La funzione decorativa dei trompe-l'oeil si ritrova già negli esempi più antichi, come quelli di Pompei, ma anche nei più recenti, quali quelli che fioriscono sui muri delle case dove abitiamo, quando, per esempio, sono destinati a mascherare dei lavori di restauro. Passeggiate nelle vie della vostra città e farete sicuramente delle sorprendenti scoperte. Poiché il trompe-l'oeil funziona meglio della realtà, regala una sensazione di bellezza e arriva a superare quella che è la sua funzione primaria, cioè il nascondere le brutture, per finire con l'apparire come un segno di ricchezza.

"Come riuscire a fare un buon trompe-l'oeil?" Abbiamo rivolto questa domanda a Léonor Rieti, figlia di Fabio Rieti. Léonor lavora in collaborazione con suo padre, partecipando al restauro di numerosi trompe-l'oeil.

Siamo stati ricevuti in modo molto caloroso nel suo appartamento parigino dove i muri sono coperti di disegni, bozzetti, decori realizzati con la tecnica del trompe-l'oeil: qui ci ha svelato alcuni suoi segreti.

Il primo è banale nella sua semplicità: per riuscire in questo contesto, come del resto in tutti gli altri, bisogna… lavorare!

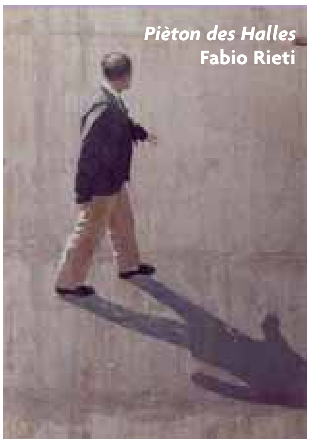
Dare profondità

Le nostre domande si sono poi fatte sempre più precise, così come le sue risposte. Il segreto della profondità? I pittori hanno elaborato delle prospettive in grado di lasciare lo spettatore libero di far vagare lo sguardo sul dipinto, proprio come nella realtà. Nel trompe-l'oeil la convergenza delle linee verso un unico punto di fuga dà l'impressione della profondità.
Pavimentazioni, scalinate, scale e rampe guidano lo sguardo verso il fondo del dipinto.
In una pittura che utilizza questa tecnica, sono presenti molteplici piani e, se in primo piano c'è, per esempio, una cornice, è possibile accentuare l'effetto ponendo un oggetto sulla cornice stessa. Arcate e archi realizzati accuratamente aumentano gli effetti di prospettiva. Il dipinto di Raffaello *Il matrimonio della Vergine* ne è un bell'esempio.
Finestre e porte socchiuse su un po' di mistero, verso un lontano orizzonte, danno profondità e significato all'opera.

È solo l'illusione che conferisce al *trompe-l'oeil* il suo senso di realtà

Quello che noi vediamo, lo dobbiamo alla luce che rivela i volumi, i rilievi, i materiali e le ombre. È fondamentale definire con rigore le ombre, tanto l'ombra dell'oggetto quanto la sua ombra proiettata. Dice Fabio Rieti: "Un'ombra proiettata dipinta è essa stessa un trompe-l'oeil: può dare l'illusione di una rientranza laddove non c'è". Nel suo *Piéton des Halles*, l'importanza dell'ombra è evidente.
Certi artisti rendono invece il senso della profondità sfruttando le proprietà dei colori: quelli caldi producono l'illusione che l'oggetto si avvicini all'occhio. Contrastare e scurire i colori in primo piano o attenuare e schiarire quelli di piani più lontani, rafforza l'idea della profondità.

Il matrimonio della vergine
Raffaello



Pièton des Halles
Fabio Rieti

Far credere che sia vero

L'iperrealismo: più vero del vero, più vero di una foto, ecco la regola del trompe-l'oeil. Léonor Rieti ci spiega che quello che differenzia un trompe-l'oeil da una natura morta è che in primo piano gli oggetti sono rappresentati a grandezza naturale e con una cura per i dettagli spinta all'estremo. I dipinti di Jacques Poirier sono da questo punto di vista impressionanti: le carte, i nastri, le puntine da disegno, la carta strappata, le viti, sono visti come attraverso una lente tanto i dettagli ci appaiono precisi.
"E la matematica in tutto questo?" Ecco la domanda che tocca sul vivo Léonor Rieti: suo padre lavora con un rigore tutto matematico e non lascia nulla al caso. Bozzetti, abbozzi in scala, tutto è calcolato, misurato… Delle conoscenze in ottica, in calcolo, in geometria prospettica sono a dir poco indispensabili. Quelli che, come lei, lavorano sull'intuizione, possono fare degli errori fatali. Le leggi della prospettiva sono spietate!

M.J.P.

foto: Massimo Galloni

Un *trompe-l'oeil* in un bar di Milano: illusione e realtà quotidiana

Prospettiva architettonica, Francesco di Giorgio Martini. Berlino, Staaliche Musee. D.R.

Rappresentare il rilievo in un piano: la *prospettiva*

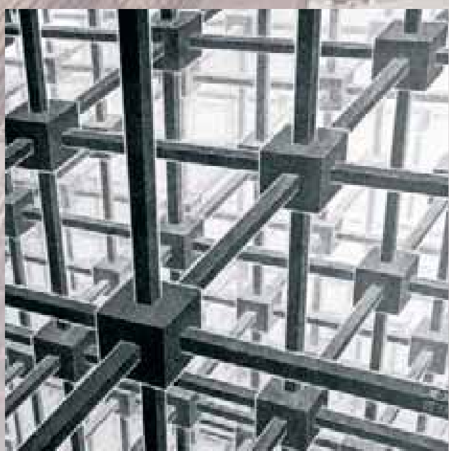
di **Benoît Rittaud**

La prospettiva si basa su una disciplina fondamentale: la geometria proiettiva. Stranamente, i suoi iniziatori non furono dei matematici, ma degli artisti. La posta in gioco era rappresentare su un piano una situazione tridimensionale

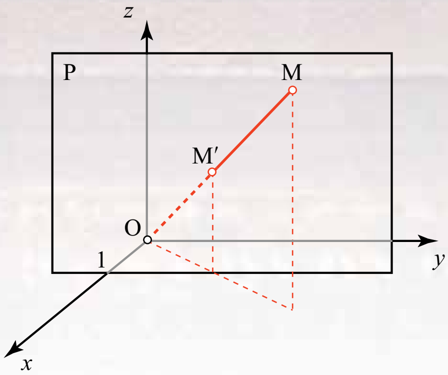
Come rappresentare fedelmente in un dipinto l'opera della natura? Gli artisti si sono posti questa domanda solo alla fine dell'epoca medioevale, non certo perché incompetenti, ma se mai perché le loro preoccupazioni principali erano ben altre. Se prima del Rinascimento si dipingeva una tela vista frontalmente, con i bordi laterali che si allontanavano andando verso il retro del dipinto (invece di avvicinarsi, come del resto noi lo percepiamo nella realtà), era perché i dipinti dell'epoca non si ponevano l'obiettivo di assomigliare a una fotografia. Gli spettatori si relazionavano con l'immagine in un modo differente dal nostro, così come era differente la loro "cultura visiva".

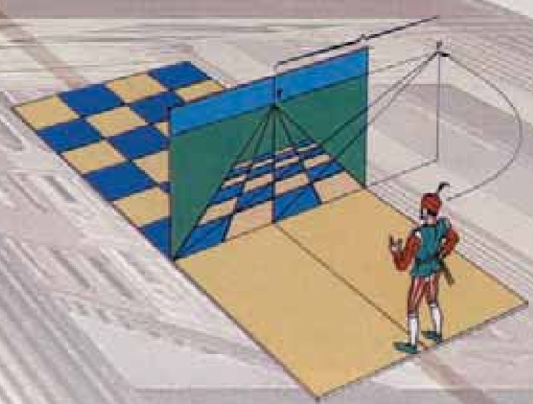
Una nuova cultura visiva

Nel Rinascimento, dunque, c'è stato il giro di boa e si è aperto il problema della fedeltà al modello originale. L'artista francese Girard Desargues, per esempio, elabora una matematizzazione della prospettiva centrale che permette una rappresentazione conforme a quella che l'occhio dello spettatore percepirebbe se si trovasse effettivamente davanti alla scena rappresentata. L'idea della costruzione è relativamente semplice, anche se ha rappresentato una rivoluzione nel modo di concepire la geometria. Sia O il punto dove si trova l'occhio del pittore, sia P il piano contenente la sua tela. Il punto M di una data situazione che si deve rappresentare sul dipinto corrisponderà al punto M', intersezione della retta OM con il piano P. Possiamo anche dare un'espressione analitica di questa operazione, detta prospettiva centrale, che proietta lo spazio sul piano. Se però una tale espressione matematica è utile in informatica (per i videogiochi, per esempio), non lo è forse altrettanto per un pittore che dipinge un quadro. Egli, infatti, utilizza quelle proprietà che permettono di disegnare usando solamente la riga e il compasso.

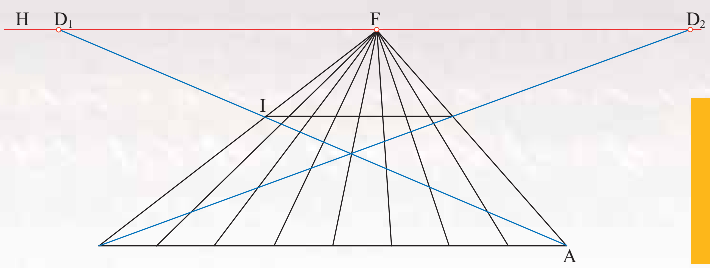


Divisione spaziale cubica di M. C. Escher



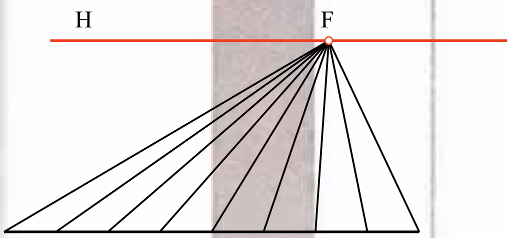


Interessiamoci, per esempio, alla rappresentazione di una scacchiera, così come uno dei giocatori la vede. Si tratta di determinare l'immagine di due serie di segmenti paralleli.
Una proprietà essenziale della prospettiva centrale è che essa invia un insieme di segmenti paralleli in un insieme di segmenti concorrenti in un punto, detto *punto di fuga*. La sola eccezione si presenta quando le rette da rappresentare sono parallele al piano P: in questo caso, esse vengono proiettate su P in un insieme di rette parallele.



Punto di fuga

La serie di segmenti della scacchiera che si allontanano sullo sfondo si rappresenta dunque attraverso un insieme di segmenti che "convergono" in un punto F. D'altro canto, i punti dei segmenti più prossimi all'osservatore sono a uguale distanza gli uni dagli altri, e ciò permette di fissare la distanza tra i vari segmenti. L'inizio del disegno assomiglia pertanto al seguente:

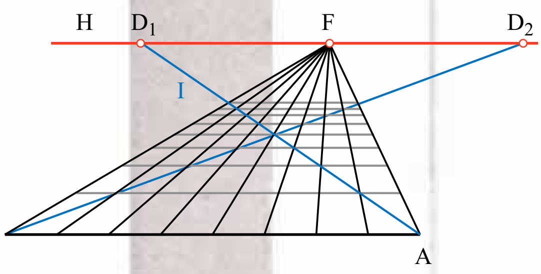


Il punto F è il punto di fuga principale: è il luogo verso il quale si indirizza lo sguardo dell'osservatore posizionato in O quando osserva il dipinto "frontalmente" (in altre parole, la retta (OF) è la perpendicolare al piano P). La retta H è la linea dell'orizzonte, il confine tra la terra e il cielo.

Ritorniamo alla nostra scacchiera, della quale ci rimangono da rappresentare gli altri segmenti, perpendicolari ai precedenti. Il primo tra essi, il più vicino all'osservatore, può essere posto in un qualsiasi punto sulla figura: più è vicino alla linea dell'orizzonte e più la scacchiera sembrerà lontana dall'osservatore.
Per disegnare gli altri segmenti, abbiamo bisogno di considerare un ulteriore parametro: la distanza dalla quale l'osservatore guarda il disegno.

Nel Rinascimento gli spettatori si relazionavano con l'immagine in un modo differente dal nostro

Fissata questa distanza, chiamiamo punti di distanza D_1 e D_2 i punti della linea dell'orizzonte H, posti a distanza d dal punto di fuga principale F. Si può dimostrare che le diagonali delle caselle della scacchiera (che costituiscono due serie di segmenti paralleli) si proiettano su P secondo dei segmenti che convergono verso D_1 e D_2. In breve, il segmento ausiliario I qui sotto, costruito unendo i punti A e D_1, coincide con una diagonale della scacchiera. Quindi I taglia ciascuno dei segmenti già noti della scacchiera in punti che sono i vertici dei quadratini. Se ne deduce la costruzione finale:



Il punto F non è il solo punto di fuga possibile: sul disegno, se ne possono trovare tanti quanti le direzioni da rappresentare.

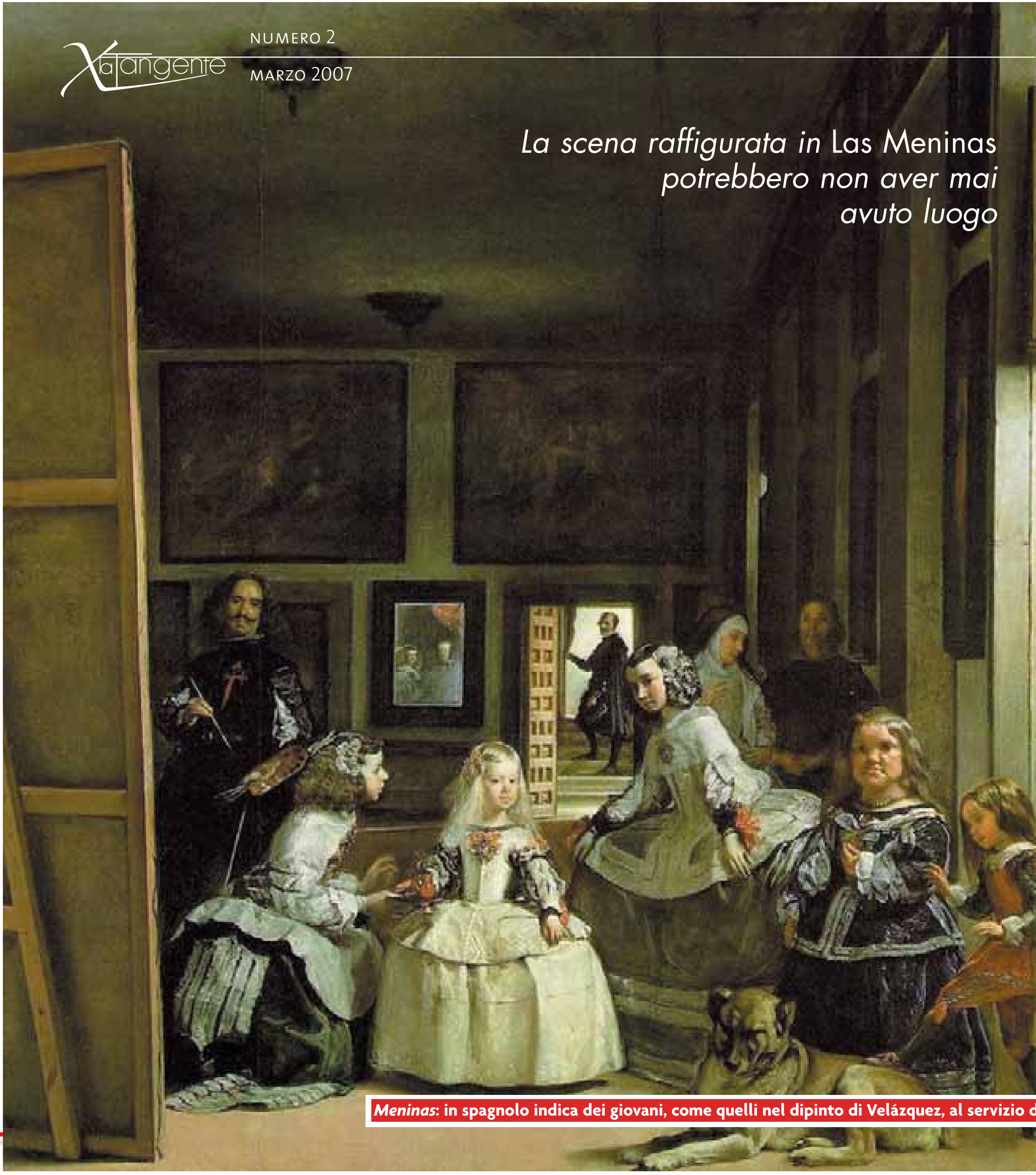
Un cubo, per esempio, contiene delle linee che si dirigono in tre differenti direzioni: se è visto di sbieco, le tre direzioni corrispondono a tre differenti punti di fuga.

Per dei modelli più complicati, come una scala a chiocciola, i punti di fuga possono essere molto numerosi. Per realizzare tali opere, artisti come Escher sono portati a dare ampio spazio alla geometria, sola garante della fedeltà alla situazione reale… o della coerenza di ciò che il pittore immagina.

B.R.

Nel prossimo numero andremo alla scoperta della prospettiva attraverso alcune mostre e laboratori matematici in giro per l'Italia.

La scena raffigurata in Las Meninas *potrebbero non aver mai avuto luogo*



***Meninas*: in spagnolo indica dei giovani, come quelli nel dipinto di Velázquez, al servizio dei figli della coppia reale**

Inchiesta geometrica

Specchi, prospettiva e simmetria: l'analisi di un capolavoro può presentare molte difficoltà. Andando alla ricerca degli indizi, proviamo a ricostruire insieme la genesi di una tela

Il dipinto qui riprodotto, *Las Meninas*, è il capolavoro di Diego Velázquez: lo si può ammirare al Museo del Prado a Madrid. È stato oggetto di numerosi studi e molti libri gli sono stati dedicati.

Il visitatore che si ritrova ad ammirare questo dipinto rimane quasi scioccato dal pittore che lo guarda, così come dallo specchio sul fondo, che riflette l'immagine del re Filippo IV e della regina di Spagna. Se un osservatore si posiziona nel punto giusto, sente quasi di essere parte della scena rappresentata; più precisamente, di

un pittore mancino?

I suoi altri dipinti lo confermano: il pittore rappresentato in Las Meninas è lo stesso Velázquez. La decorazione sul suo petto corrisponde a un'alta onorificenza attribuitagli dal re. La tecnica per realizzare un autoritratto richiede che il pittore lavori davanti a uno specchio, dove egli si osserva "al rovescio" (cioè con la destra e la sinistra scambiate). Ora, nel dipinto, il pittore tiene il pennello con la mano destra: Velázquez era dunque mancino? È poco probabile. Velázquez ha senza alcun dubbio raffigurato la sua *silhouette* da destrorso, ripristinando la realtà rovesciata dallo specchio.

su un *dipinto* sospetto

di ANDRÉ ODRU

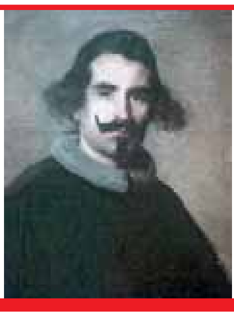
essere nel punto occupato dalla coppia reale che vediamo poi riflessa nello specchio.
La parete che si osserva di fronte è visibile nella sua totalità, come indica la disposizione assolutamente simmetrica dei quadri e delle porte. Lo specchio è sistemato al centro del muro, in corrispondenza dell'asse della sala. Le linee di fuga orizzontali della prospettiva della sala sono visibili da diverse angolazioni: la linea di incontro tra il soffitto e la parete destra, l'allineamento, sia dall'alto che dal basso, dei dipinti della parete destra, quello delle modanature dei lampadari sul soffitto… tutto converge verso un punto di fuga posto sull'avambraccio destro della figura incorniciata dalla porta sullo sfondo.
È in quel punto, per chi guarda la scena, che passa la perpendicolare alla parete sul fondo. È solamente là

che uno specchio parallelo al muro potrebbe mostrare agli osservatori la propria figura riflessa.
Nello specchio, dall'angolo destro della sala gli osservatori dovrebbero vedere l'angolo sinistro della stanza e non la loro immagine (a meno che, ipotesi poco realista, non fosse stato inserito lateralmente dietro lo specchio uno spessore, per inclinarlo leggermente rispetto al muro).

Un riflesso da spiegare

Una spiegazione potrebbe essere la seguente: il re e la regina vedono in realtà il riflesso del loro ritratto sulla tela a cui il pittore sta lavorando. Ciò spiegherebbe anche perché la loro immagine nello specchio sia così grande: se lo specchio stesse riflettendo loro e non la tela, le loro immagini dovrebbero vedersi a una distanza pari al doppio della lunghezza della sala e, dunque, nettamente più piccole. Al contrario, se il ritratto sulla tela fosse di dimensioni superiori rispetto a quelle reali, le immagini nello specchio sarebbero della grandezza giusta. Un'obiezione a questa spiegazione potrebbe essere che la sagoma del pittore rischierebbe di frapporsi fra lo specchio e la tela, ma in realtà, essendosi spostato alla sua sinistra, l'artista permette ai sovrani di non vedere altri che se stessi.
La linea dell'orizzonte dell'osservatore passa dalle spalle del pittore, attraversa gli occhi dei due sovrani riflessi nello specchio, tocca l'avambraccio della figura sulla porta e prosegue seguendo la linea che congiunge il bordo inferiore delle cornici dei dipinti appesi sulla parete destra della stanza. Se ipotizziamo che la porta di fronte sia alta 1,90 m, i capelli del re che si vedono nello specchio saranno a una altezza di circa 1,60 m dal suolo. Di conseguenza, il re e la regina posano in piedi se sono di bassa statura o, più probabilmente, sono seduti su delle poltrone situate su un palchetto.
Il dipinto è la riproduzione di ciò che il re e la regina vedono mentre sono in posa nel momento che Velázquez fa loro il ritratto: così, i personaggi principali dell'opera sono invisibili ai nostri occhi. Se, per ipotesi, il dipinto continuasse verso il basso, vedremmo l'abito della regina all'altezza delle ginocchia e, forse, le sue mani.
I sovrani hanno permesso che la loro figlia venisse a vederli, con il suo seguito di damigelle, mentori e giullari. Se avessero avuto una macchina fotografica con un grandangolo, avrebbero potuto catturare la scena che si sta svolgendo davanti ai loro occhi e che il pittore vuole rappresentare. L'espressione dell'infanta tradisce sorpresa: "Cosa ci fanno là, tutti e due, immobili, con i loro abiti di gala?".

Il dipinto Las Meninas misura più di tre metri di altezza e quasi tre di larghezza: devono essere le stesse dimensioni del quadro sul quale il pittore sta lavorando. Tuttavia, se il pittore desiderasse ritrarre il re e la regina l'uno a fianco all'altra, non avrebbe bisogno di un quadro così



Grande pittore spagnolo del XVII secolo, Diego Velázquez fu anche un cortigiano e un artista tra i favoriti da re Filippo IV. La sua opera è composta da un centinaio di tele, numero abbastanza esiguo. L'artista era anche molto ambizioso: i suoi molteplici incarichi hanno probabilmente limitato la sua produzione artistica. Tra le sue opere principali, che si trovano per la maggior parte al museo del Prado a Madrid, si possono citare *Il trionfo di Bacco, La lezione di equitazione, La tentazione di San Tommaso, Veduta del giardino di Villa Medici.*

grande. Tanto più che non si conoscono dipinti di Velázquez raffiguranti il re e la regina insieme. D'altro canto, un quadro di queste dimensioni è indispensabile se il pittore lavora a Las Meninas, dove il cane, in primo piano, è disegnato a grandezza naturale e dove il dipinto raffigurato anch'esso in primo piano, occupa quasi tutta l'altezza della tela.

Era necessario mostrare all'osservatore tutto questo spazio affinché egli potesse "entrare" nel dipinto

Ma allora la tela rappresenta davvero Velázquez mentre dipinge *Las Meninas*? all'interno dello specchio sul fondo del quadro è rappresentato l'artista mentre sta abbozzando lo schizzo dei ritratti che dipinge sulla sua tela, guardando il re e la regina? Impossibile, perché lo specchio disegnato sarebbe troppo piccolo per essere visto nello specchio reale dalla regina!

Un pittore che dipinge il quadro che sta dipingendo

L'infanta non guarda il re e la regina, ma guarda il pittore nel momento in cui, venuto a sistemarsi sulla poltrona della regina, dipinge i personaggi davanti a lui, facendoli posare, tutti insieme o uno per volta, e spostandosi dalla poltrona alla tela. Cosa che potrebbe spiegare come, nel ritratto del Prado, nessun personaggio sembri mostrare interesse alla realizzazione del dipinto.

Prima o dopo aver dipinto i personaggi, il pittore avrà lavorato al proprio autoritratto. Avrà tenuto conto della propria altezza, superiore alla media o in ogni caso largamente al di sopra del 1,60 m della linea dell'orizzonte.

Un autoritratto richiede uno specchio, cosa che potrebbe suggerire un'altra ricostruzione dell'elaborazione del dipinto. In effetti, si può considerare la presenza del re e della regina durante la scena come praticamente inutile. Al loro posto virtuale, immaginiamo di sistemare uno specchio molto grande. Il pittore riproduce così ciò che egli vede: la sala, se stesso, l'infanta e tutti i personaggi che non guardano né il re né la regina, né il pittore ma essi stessi. Uno schizzo nello specchio disegnato sul fondo completerà l'illusione: si crederà alla presenza invisibile della coppia reale.

La difficoltà maggiore di questa spiegazione è quella di sapere se le tecniche dell'epoca permettevano la costruzione di uno specchio delle dimensioni necessarie. Inoltre, in questo caso destra e sinistra dovrebbero essere scambiate.

Infine, è molto probabile che Velázquez abbia prima di tutto immaginato la scena, ne abbia fatto uno schizzo ponendosi là dove sarebbe stata la regina, abbia poi riportato lo schizzo su una grande tela per far posare quindi i personaggi uno dopo l'altro, compreso se stesso. Così, la scena raffigurata in Las Meninas non avrebbe mai avuto luogo.

Al centro del dipinto, si trova un triangolo equilatero i cui vertici sono il punto di fuga principale della prospettiva, nel vano della porta, il viso della regina nello specchio e il viso dell'infanta. Nella realtà il punto di fuga corrisponde al pittore e alla sua opera; lo specchio corrisponde alla coppia reale e il viso dell'infanta è il fulcro dell'interesse dello spettatore.

Rimane da interrogarsi sull'utilità di questo vasto spazio nella penombra, al di sopra della scena. In realtà, questo spazio è imposto dalla forma quasi quadrata del quadro, più vicino a quanto vede l'occhio rispetto all'abituale forma rettangolare di un dipinto. L'occhio vede un disco dai bordi sfumati, tanto esteso in altezza quanto in larghezza. Era necessario quindi mostrare all'osservatore tutto questo spazio affinché egli potesse avere l'impressione di entrare nel dipinto.

Lo spettatore entra in scena

Che cosa succede nel momento in cui un visitatore arriva al Museo del Prado per contemplare questo dipinto appeso al muro, e si posiziona di fronte, all'altezza della linea dell'orizzonte, a una distanza tale che lo sguardo abbracci tutta la tela? Il visitatore è osservato dai diversi personaggi con attenzione e curiosità. Egli si trova nel dipinto. Forse prova il desiderio di voltarsi per verificare se è proprio lui o qualcun altro ad essere osservato (si dice che al Prado ci sia uno specchio posto sulla parete di fronte al dipinto). È proprio lo spettatore ad essere il re, è proprio la spettatrice ad essere la regina.

Sul dipinto, lo sguardo del pittore è sereno, indulgente e un po' triste. Egli guarda lo spettatore senza sorpresa. È l'artefice del gioco.

Da trecentocinquanta anni, e sarà così per sempre, Velázquez guarda negli occhi colui che ama l'arte, e sorride, sempre molto incuriosito.

A.O.


La regina Mariana


L'infanta


Il re Filippo

ludoteca

Alcuni dei giochi presentati in questa rubrica sono tratti o ispirati da quesiti proposti in passato nell'ambito del gioco-concorso **Kangourou dalla Matematica**. L'ottava edizione italiana di questa competizione si svolgerà **giovedì 15 marzo 2007**. Regolamento, premi, modulo di iscrizione e informazioni dettagliate sono reperibili alla pagina web www.kangourou.it

ACQUA IN BOCCA

Se disponete duemila pesciolini come nel disegno di fianco cioè, con un pesciolino in più ogni volta che scendete di una riga:

allora da quante righe sarà formata questa piramide? E quanti pesciolini vi sono sull'ultima riga?

UN BICCHIERE DI TROPPO

Se tre bottiglie e un bicchiere pesano come una bottiglia e quattro bicchieri, allora quanti bicchieri pesano come due bottiglie?

CALENDARIO ALLA MANO

DURANTE UN CERTO MESE, TRE DOMENICHE SONO CAPITATE TUTTE IN GIORNI PARI. IN QUALE GIORNO DELLA SETTIMANA È CAPITATO IL 20 DI QUEL MESE?

AVETE FRETTA

Un veliero parte un lunedì a mezzogiorno per una traversata che deve durare esattamente 100 ore.

In che giorno e a che ora arriverà a destinazione?

IL CAMACERONTE

Lo zoo di Humpcity è specializzato nei camelidi: vi possiamo trovare esclusivamente i lama che non hanno gobbe, i dromedari che ne hanno una ciascuno, i cammelli che hanno due gobbe ed un camaceronte, animale straordinario e unico. In questo zoo vi sono tanti lama quanti cammelli, ma più cammelli che dromedari; il numero totale di animali (dromedari, cammelli, lama ed il camaceronte) è 17; Il numero totale delle gobbe di tutti gli animali è 21.

Quante gobbe ha il camaceronte?

I GRATTACIELI

Due quartieri di New York sono stati rappresentati con una griglia 4x4: ogni casella della griglia contiene un grattacielo di 10, 20, 30 o 40 piani.
Gli edifici di una stessa riga o colonna sono tutti di altezze differenti. Ogni informazione fornita sui bordi della griglia indica il numero di grattacieli visibili a un osservatore posto nella posizione in cui si trova l'informazione.
Provate a trovare l'altezza dei grattacieli, aiutandovi con gli indizi posizionati sul bordo della griglia.

	3	1	2	2	
2					2
2					2
4					1
1					4
	1	2	3	2	

	1	2	3	2	
1					3
2					1
3					2
2					3
	3	1	2	3	

ARSENIO LUPIN INSEGNA

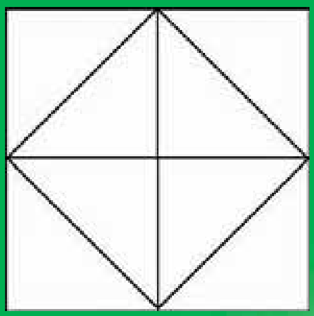
CINQUE INDIVIDUI, UNO DEI QUALI HA COMMESSO UN FURTO, SONO ARRESTATI DALLA POLIZIA E FANNO LE SEGUENTI DICHIARAZIONI:

ALBERTO: "IL COLPEVOLE È BERNARDO"
BERNARDO: "IL COLPEVOLE È DANIELE"
CARLO: "IO NON SONO COLPEVOLE"
DANIELE: "BERNARDO MENTE QUANDO DICE CHE IL COLPEVOLE SONO IO"
ERNESTO: "IL QUADRATO DI 5 È 22"

SAPENDO CHE UNA SOLA DI QUESTE DICHIARAZIONI È VERA, SAPRESTE INDICARE IL COLPEVOLE?

INQUADRIAMOCI

QUANTI QUADRATI VEDI NELLA FIGURA QUI SOTTO?



LA PASSEGGIATA

Un testimone oculare fa alla polizia il seguente racconto:

"Stavo passeggiando lungo il marciapiede quando sono stato sorpassato dall'auto dei rapinatori. L'auto ha percorso la via fino al primo incrocio, dove ha voltato a destra, scomparendo dalla mia vista. Ho osservato che, dal momento in cui l'auto mi ha sorpassato a quello in cui è scomparsa alla mia vista, ho fatto 5 passi, mentre per raggiungere l'incrocio mi ci sono voluti altri 135 passi".

Supponendo che il testimone camminasse con passi tutti uguali fra loro e a una velocità di 4 Km/h, sapreste dire a che velocità viaggiava l'auto dei rapinatori?

AAA... PALLINA CERCASI

Ci sono tre scatole: la prima contiene due palline bianche, la seconda due palline nere e la terza una bianca e una nera. Sui rispettivi coperchi ci sono le scritte BB, NN e BN, ma nell'apporre le etichette è stata fatta confusione e i coperchi risultano in disordine, in modo tale che quello che c'è scritto sul coperchio, sicuramente non coincide con quanto è contenuto all'interno della scatola.

Senza guardare all'interno di ogni scatola, quante palline è necessario estrarre, come minimo, per determinare l'esatto contenuto delle tre scatole?

HITORI

Dal Giappone ecco il gioco che sfida il successo del sudoku: è Hitori! Ma come si gioca? Semplice, dovete annerire alcune caselle di ogni griglia, in modo che:

1. **le lettere presenti su ogni riga e ogni colonna siano tutte diverse;**
2. **non vengano mai annerite due caselle adiacenti;**
3. **partendo da una qualsiasi delle caselle non annerite sia possibile raggiungere qualsiasi altra casella non annerita, muovendosi in orizzontale, verticale o diagonale e senza attraversarne mai una nera.**

Tutto chiaro? E allora cosa aspettiamo, mettiamoci in gioco!

E	E	B	I	E	D	G	E	E	E
E	I	B	G	F	F	H	H	D	J
E	A	C	C	E	H	J	E	J	I
A	G	E	G	J	F	A	D	I	B
H	A	G	F	H	I	E	I	B	A
I	H	J	E	C	G	E	F	J	C
D	D	F	C	E	B	I	C	C	H
B	B	C	A	H	J	D	I	D	G
J	B	H	C	I	C	F	H	A	E
H	F	I	B	H	J	A	H	C	C

MEDIO/DIFFICILE

G	G	C	F	D	A	B	B
E	B	H	A	D	E	G	F
A	E	D	H	A	F	D	H
G	H	E	D	F	B	C	C
D	H	A	D	F	E	C	B
E	C	H	E	B	A	H	F
F	C	C	B	A	D	E	H
B	D	G	G	E	H	F	C

MEDIO

F	F	G	G	D	H	C	D
G	H	A	B	B	A	E	D
C	H	D	B	F	F	H	C
D	A	E	H	G	B	B	C
D	B	B	C	C	D	G	F
B	D	F	A	C	H	D	A
F	D	C	G	H	A	E	G
H	F	G	D	B	E	A	B

MEDIO

Soluzioni di

MATEMATICA DEL WEST

L'intuizione di mio nonno fu capire che i suoi due avversari prima si sarebbero sparati a vicenda, interessandosi solo in un secondo tempo del pistolero meno capace. Egli infatti sparò in aria (!) lasciando che i due se la vedessero tra loro; poi fece fuoco contro chi era rimasto in piedi e, per sua fortuna, centrò il bersaglio. Questo stratagemma era vincente a prescindere da chi sarebbe stato estratto per primo: se fosse uscito uno dei due pistoleri professionisti, questi si sarebbe comunque occupato prima dell'avversario più pericoloso, favorendo mio nonno. Nel caso, invece, fosse stato estratto il mio antenato, sparando in aria sarebbe ricaduto in uno degli altri 2 casi. Con questa tecnica, la sua percentuale di sopravvivenza era di 47 su 90 (più del 50%!), quella di Jacques di 8 su 45 e quella dell'infallibile Will solo di 3 su 10. Ve l'avevo detto che mio nonno era un abile giocatore d'azzardo...

Le avventure di un matematico
A cura di Stefano Pepi

Al mercato arabo

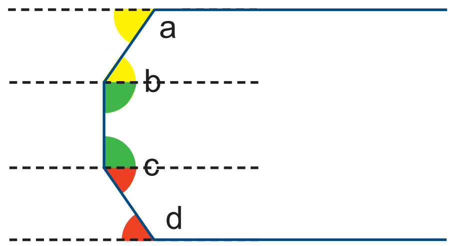
Alla redazione di
XlaTangente
via Saldini 50, Milano

Quante volte l'avidità può renderti cieco! Mi trovavo in un mercato di Marrakesch quando fui avvicinato da uno strano mercante: "Ehi, straniero! Lo vedi questo amuleto? È magico! Se esegui l'esatto rituale è in grado di raddoppiare i soldi che hai in tasca". "Stai scherzando!" risposi. "Prova, se vuoi, ma sappi che in questo mercato tutto ha un prezzo: se vuoi usarlo mi devi dare 10 denari". Incuriosito, pagai il mercante e provai: incredibile! I soldi nelle mie tasche erano magicamente raddoppiati. "Ancora!" esclamai. E il mercante, con aria furbetta: "Certo! Altri 10 denari." Pagai e ripetei la magia. Ormai ero completamente rapito, non riuscivo più a smettere, finché, dopo la quarta volta mi ritrovai senza un soldo in tasca, mentre l'arabo se ne andava con un largo sorriso. E dire che, prima di questo incontro, in tasca avevo un bel gruzzolo! Sapreste dirmi a quanto ammontava?

[la soluzione nel numero 3]

Inviateci la risposta a redazione@perlatangente.it

SOMMA DI ANGOLI

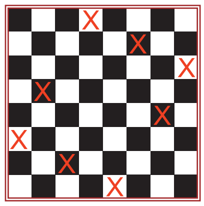


Nella figura a lato la somma degli angoli $a + b + c + d$ è sicuramente maggiore di 360°, perché tutti e quattro gli angoli sono ottusi (cioè maggiori di 90°). Rimane da decidere se la risposta corretta è la D o la E. Dal disegno si può notare che le coppie di angoli segnati in giallo, sono alterni interni e quindi uguali tra loro (lo stesso vale per la coppia di angoli indicati in rosso). Allora, l'angolo b è dato dalla somma di un angolo retto (quello verde) e di un angolo giallo; analogamente l'angolo c è dato da un angolo retto più un angolo rosso.

Quindi si ha che: $a + b + c + d = a + (\textit{angolo giallo} + 90°) + (90° + \textit{angolo rosso}) + d$

A questo punto, osservando che $a + \textit{angolo giallo} = 180°$ e che $\textit{angolo rosso} + d = 180°$, si ha che: $a + b + c + d = 180° + 180° + 180° = 540°$.

PROBLEMA DELLE OTTO REGINE



Nella figura di fianco vi mostriamo una delle 20 possibili soluzioni di questo gioco (in cui ad ogni X corrisponde la posizione esatta di una delle otto regine!); provate voi a trovare le altre possibili 19 soluzioni e verificate se sono quelle giuste sul nostro sito. Questo gioco, che si dice sia stato proposto per la prima volta dal matematico Gauss, può essere risolto per tentativi, oppure utilizzando, per esempio, la tecnica del *backtracking* ("tornare indietro"), che consiste nel riempire, finché possibile, le caselle con le regine e, nell'impossibilità di proseguire, nel cambiare (tornare indietro appunto) l'ultima scelta fatta, eventualmente ripetendo il ragionamento a ritroso quante volte è necessario.

CALCIO ALL'ITALIANA

SQUADRA	VITTORIE	PAREGGI	SCONFITTE
A	0	3	1
B	1	2	1
C	1	3	0

APPUNTAMENTO A TRE

Il luogo migliore dove fissare l'appuntamento per incontrarsi il più in fretta possibile è a 7 Km di distanza in senso antiorario dalla casa di Anna , per cui gli altri due amici si sposteranno entrambi in senso orario, Carlo di 1 Km e Francesco di 7 Km dalle rispettive case.

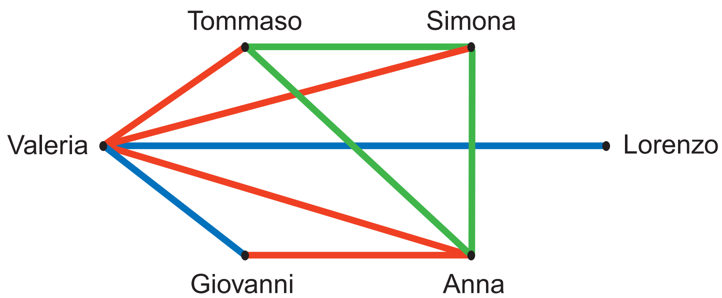
L'OROLOGIO BATTE L'UNA

Per sapere che ore sono occorre aspettare al massimo 60 minuti.

Infatti l'orologio del campanile batte un singolo rintocco ogni quarto d'ora, mezz'ora, tre quarti d'ora o, infine, allo scoccare dell'una; quindi, per qualsiasi ora diversa dalle 12.15 e dall'1, al massimo dopo tre quarti d'ora, si sentirà un numero di rintocchi che corrisponde al valore numerico dell'ora stessa e capirà che ore sono.

Se il primo rintocco suona alle 12.15 sarà necessario aspettare altri quattro rintocchi singoli, cioè 60 minuti, per sapere che sono la 1.15; se invece il primo rintocco che si sente è quello dell'1, si dovranno ancora attendere tre rintocchi singoli (saranno quindi passati 45 minuti!) più un ulteriore quarto d'ora per scoprire che sono le 2. In totale, di nuovo, saranno passati 60 minuti!

CI CONOSCIAMO?



Supponiamo che i sei passeggeri del nostro scompartimento si chiamino Valeria, Tommaso, Giovanni, Anna, Lorenzo e Simona. Un metodo per risolvere questo gioco consiste nell'utilizzare un grafo colorato per rappresentare la situazione proposta. Se i vertici del grafo corrispondono alle sei persone dello scompartimento, se due passeggeri si conoscono allora coloreremo di rosso lo spigolo che collega i due vertici corrispondenti ai due passeggeri, altrimenti tale spigolo sarà colorato di blu. A questo punto, allora, il problema equivale a dimostrare che nel grafo c'è sempre o un triangolo tutto rosso oppure ce n'è uno tutto blu. Consideriamo allora i cinque spigoli uscenti dal vertice di Valeria e osserviamo che almeno tre di questi spigoli hanno necessariamente lo stesso colore (supponiamo sia il rosso). Se questi tre spigoli rossi sono quelli che collegano Valeria a Tommaso, a Simona e ad Anna, possiamo considerare allora i tre spigoli che collegano Tommaso a Simona, Simona ad Anna e Anna a Tommaso, che connettono tra loro i tre estremi degli spigoli rossi diversi da Valeria.

Se tutti e tre questi spigoli sono blu abbiamo trovato un triangolo blu e abbiamo finito; se almeno uno di questi spigoli è invece rosso, possiamo allora completare un triangolo rosso con Valeria e, ancora una volta, abbiamo risolto la questione.

HITORI

C		H		F	D	G	E
E	G	B	F	D	H		C
B		E	H	G		D	F
	B		C		E	F	
G	H	F	A	C		E	D
F		A		E	C		B
	F		E		G	C	
H	E	C	D	A	F	B	G

MEDIO/DIFFICILE

A		C		B	D
B	D	F	E	C	
	A		B	F	C
F		A	F	E	
D	B	E	C	A	F
C		B		D	

MEDIO

E	D		B	C	
F		B	A		C
C	F		D	B	A
D		F	C		E
A	C	D	E	F	B
B		C		E	

MEDIO

A	C		D
	B	D	A
D	A		B
B		A	C

FACILE

dossier

Che si tratti di trasporti stradali, ferroviari marittimi o aerei, l'importanza dei mezzi di trasporto non smette di crescere nella società moderna. La soluzione dei problemi legati a questa espansione (fluidità della circolazione, segnali, impatti sull'ambiente ecc.) si appoggia, il più delle volte, su una modellizzazione matematica

L'intelligenza dei *trasporti*

Scacco agli ingorghi

di HERVÉ LEHNING

Da qualche tempo, in prossimità delle grandi città e lungo le autostrade, hanno fatto la loro comparsa dei pannelli stradali luminosi, in grado di informare sui tempi di percorrenza o sulla situazione del traffico di determinati tratti. Le loro indicazioni sono in genere affidabili. Vediamo quale matematica si nasconde dietro a questi messaggi salva-ingorghi

Partenze intelligenti. Ecco un'espressione che in certi periodi dell'anno è diventata di gran moda. Per garantirle, Onda Verde, il celebre servizio radiofonico, riassume agli automobilisti le principali informazioni del CCISS (Centro di Coordinamento Informazioni sulla Sicurezza Stradale) a proposito della situazione del traffico sulle principali strade italiane, segnalando dove potrebbero verificarsi ingorghi.

Non è una faccenda troppo complicata. Un piccolo sondaggio e si sa chi va dove, quando e come. Un confronto con le situazioni passate e si possono prevedere le difficoltà future. Ovviamente, c'è un baco. Onda Verde non tiene conto del proprio potere persuasivo: gli automobilisti, se seguissero alla lettera le sue indicazioni, potrebbero trovarsi tutti in coda sulla stessa strada! Inoltre non può tener conto degli immancabili avvenimenti imprevisti, come incidenti o condizioni climatiche avverse e improvvise.

Alcuni studi puntano a simulare la circolazione dei veicoli in tempo reale per aiutare gli automobilisti a uscire dagli ingorghi. Altri si occupano invece di progettare strade in cui gli ingorghi siano sempre meno frequenti. Questo articolo è dedicato ai primi, che riguardano l'automobilista alla guida, cioè è dedicato ai metodi in tempo reale.

UN FIUME DI VEICOLI

Un metodo che si può adottare, usato per le tangenziali di Parigi, per esempio, "appartiene" alla meccanica dei fluidi. Il principio è semplice: sul fondo stradale, ogni 500 metri, vengono sistemati dei sensori elettromagnetici appena visibili. Sono collegati con fibre ottiche a un computer centrale e rilevano il numero di veicoli che passano e la loro velocità media. Questi dati vengono trattati come se fossero relativi a un fluido. Immaginate infatti l'arteria stradale come il letto di un fiume all'interno del quale "scorre" un fluido le cui particelle sono le automobili. Se vi fosse un numero sufficientemente grande di queste particelle, questo fluido "discreto" potrebbe essere considerato come un "continuo" e il flusso di veicoli potrebbe essere descritto con modelli molti simili a quelli che si usano per descrivere il moto dell'acqua in un canale. In termini matematici, il mondo "discreto" delle vetture viene così trasformato in un mondo "continuo".

In questi modelli continui, la circolazione è descritta attraverso tre diversi parametri (densità, portata e velocità in ogni punto e in ogni istante), che soddisfano un particolare sistema di equazioni alle derivate parziali, cioè di equazioni in cui intervengono le derivate delle variabili introdotte. In un certo senso, nulla di sorprendente, visto che la velocità stessa è una derivata. Il fatto sorprendente, invece (ma qui sta la forza del potere dell'astrazione della matematica), è che il sistema di equazioni che si trova è analogo a quello che si usa per le previsioni meteorologiche...

Bisogna essere "discreti"!

Come avviene spesso in matematica, le equazioni trovate non possono essere risolte in modo esatto. Tuttavia, se ne può ottenere una soluzione approssimata ricorrendo ai metodi numerici. L'idea essenziale è quella di descrivere, seppur in modo approssimato, le grandezze incognite attraverso i valori assunti in un numero finito N di punti, per esempio in corrispondenza delle posizioni dei sensori annegati nell'asfalto. In matematica questo processo è detto di *discretizzazione*, di passaggio, cioè, al discreto (al finito). Analogamente, possiamo approssimare le derivate delle incognite in gioco, che compaiono nelle equazioni, a partire dai valori delle incognite stesse nei nodi di discretizzazione. In tal modo, linearizzando opportunamente le equazioni (le equazioni alle derivate parziali che intervengono non sono infatti, in generale, lineari) riduciamo il problema di determinare le incognite nei nodi di discretizzazione, alla risoluzione di un sistema lineare di N equazioni (una per ogni nodo) della forma

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1N}x_N &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2N}x_N &= b_2 \\ a_{N1}x_1 + a_{N2}x_2 + \ldots + a_{NN}x_N &= b_N \end{aligned}$$

dove $x_1, x_n, \ldots, x_N$ indicano le grandezze incognite, senza distinguere tra valori della velocità o della densità, mentre i coefficienti a_{ij} ci dicono come l'evoluzione nel nodo di posto i è influenzata dal nodo di posto j e i coefficienti b_i descrivono l'influenza che hanno, sul sistema, i fattori esterni come, per esempio, un acquazzone improvviso in un certo tratto di strada. Nei modelli discreti si usano delle approssimazioni delle incognite e delle loro derivate, che limitano questo tipo di interazione diretta. Di conseguenza, i coefficienti a_{ij} sono in larga misura nulli. Detto in altre parole, se gli ingorghi al chilometro 215 dipendono da quelli del chilometro 210, si tratta del risultato di una reazione a catena e non di una diretta conseguenza.

Risolvere sistemi lineari di grandi dimensioni

Resta quindi *solo* da risolvere in tempo reale – per esempio, ogni dieci minuti – un sistema di N equazioni e N incognite, dove però N può essere enorme (dell'ordine delle migliaia, non delle decine!). Se il risultato arrivasse dopo qualche ora di calcoli non servirebbe a granché! Per questo tipo di prodezze, la potenza della tecnica matematica è importante almeno quanto lo è quella dei computer utilizzati. Si possono usare sia procedimenti diretti, basati sul metodo di eliminazione di Gauss (una versione sistematica del metodo di riduzione introdotto a scuola), sia metodi iterativi, nei quali la soluzione del sistema si trova come limite di approssimazioni successive. Senza entrare qui nei particolari, possiamo affermare che l'eliminazione di Gauss è molto efficiente, ma può essere assai esigente in termini di occupazione di memoria. Nei casi in cui la memoria è insufficiente, si

Il discreto e il continuo

In matematica si distinguono due tipi di quantità. Le quantità *discrete* vengono descritte tramite i numeri interi. Per esempio, gli individui di una popolazione o le automobili presenti su una via sono quantità discrete. Le quantità *continue* sono solitamente descritte tramite i numeri reali: per esempio, le lunghezze, le aree, i volumi, ma anche il tempo. L'operazione di passaggio dal discreto al continuo (e viceversa) descritta in questo articolo, è frequente quando si vogliono affrontare certi studi. Per esempio, se nello studio dell'evoluzione di una popolazione di batteri siamo interessati alla sua evoluzione nel tempo, abbiamo ben chiaro che la funzione che caratterizza il numero degli individui assume solo valori interi. Ma trattandosi di una popolazione con un gran numero di individui, si possono ottenere informazioni utili sostituendo a tale funzione una funzione $p(t)$, che assume tutti i possibili valori (positivi) reali (e che è continua con derivata continua). Allora la crescita della popolazione fra l'istante t e l'istante $t+dt$ è proporzionale a $p(t)$, cioè è della forma $dp = a \cdot p \cdot dt$. La popolazione verifica dunque l'equazione differenziale

$$dp/dt = a\,p.$$

E quindi, la popolazione all'istante t si esprime in funzione di quella all'istante iniziale t_0 secondo la legge

$$p(t) = p_0\, e^{at}.$$

In questo caso, visto il gran numero di individui identici coinvolti, non è stato troppo sorprendente usare i numeri reali. Viceversa, nell'articolo abbiamo visto come la risoluzione di certe equazioni possa passare attraverso la loro discretizzazione (vedi "Lotta per la sopravvivenza", *XlaTangente*, numero 1, gennaio 2007).

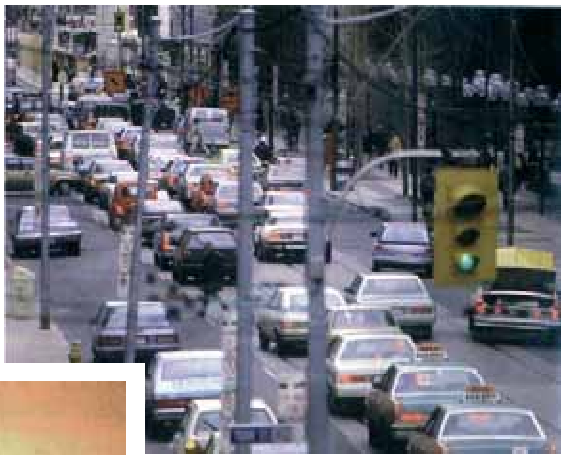
può ricorrere alla seconda strategia, quella dei metodi iterativi. Queste tecniche si basano sulla possibilità di riscrivere il sistema nella forma

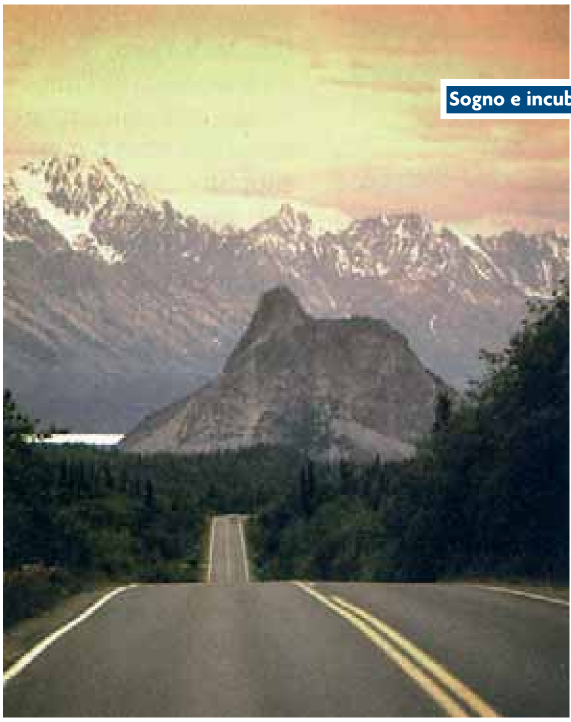
$$F(X) = X,$$

dove X è la N-upla (il vettore) $(x_1,x_2, \ldots,x_N)$ delle variabili e F è una opportuna funzione, che a una N-upla ne associa un'altra. Se scriviamo in maniera compatta il sistema come

$$AX = B$$

dove A è la matrice dei coefficienti a_{ij} e B è la N-upla dei coefficienti b_i, una possibile F potrebbe essere $F(X)=AX-B+X$ in modo da garantire che se X soddisfa al sistema di partenza (cioè, se vale $AX=B$ e, quindi, X è la soluzione che cerchiamo), allora vale anche $F(X)=X$ e viceversa. Naturalmente esistono infinite funzioni F che godono di questa proprietà: dalla loro espressione dipenderanno le proprietà numeriche (la convergenza) del metodo iterativo che si va costruendo. Scelta F, a partire da un vettore iniziale che chiamiamo X_0 (potrebbe, per esempio essere il vettore delle velocità, portate e densità appena misurate), si calcola una prima approssimazione X_1 ponendo $X_1 = F(X_0)$. Poi si calcola X_2 come $X_2=F(X_1)$ e così via. Se F è stata scelta opportunamente (e qui sta la difficoltà!), si può dimostrare che la successione delle X_k, per k che tende all'infinito, tende alla soluzione esatta X (siamo cioè in presenza di un metodo convergente). In pratica, ci si ferma quando la differenza fra due valori successivi della successione è al di sotto di una tolleranza prefissata. Se il metodo iterativo raggiunge questo obiettivo in poche iterazioni (cioè per valori piccoli di k), indipendentemente dalla dimensione del sistema, il gioco è fatto! Ogni iterazione richiede, infatti, operazioni (come il prodotto di una matrice per un vettore) meno costose di quelle richieste per la risoluzione diretta del sistema con il metodo di eliminazione di Gauss, e non richiede, in generale, un'importante occupazione di memoria.





Sogno e incubo degli automobilisti

Sorge spontanea una domanda

Da un punto di vista metodologico, il metodo precedente può stupire. Perché passare attraverso il continuo per poi discretizzare?

Una critica più profonda della modellizzazione della circolazione attraverso un fluido è che essa lo suppone omogeneo. Ora, questo nel nostro caso non è affatto vero, poiché il traffico automobilistico è composto da almeno tre elementi distinti: le automobili, gli automezzi pesanti e le moto. È sufficiente osservare il flusso di queste ultime tra le file nelle ore di punta per convincersi delle grandi differenze del flusso tra i diversi veicoli.

Modelliziamo

La ricerca attuale si dirige dunque verso dei modelli discreti. In essi, la rete stradale è scomposta in tronchi, aventi ciascuno le proprie caratteristiche, un inizio e una fine. Beninteso, il passaggio da una strada a tre corsie a una a due corsie definisce un cambio di tronco. Avviene lo stesso con gli incroci, le curve impegnative, le forti pendenze ecc. In ogni tronco si tiene conto dei comportamenti degli utenti, delle diversità dei veicoli e così via. La realtà (cambio di corsia, reazioni varie degli automobilisti ecc.) è simulata in modo probabilistico e la media ottenuta fornisce un'immagine del traffico sul tronco e quindi su tutta la rete.

Si ottiene così una visione molto più realistica della circolazione, ma al prezzo di un deciso incremento in termini di costo computazionale (cioè il numero di operazioni necessarie per completare il programma). Una strategia per ridurre tale costo consiste nel distribuire i calcoli su diversi calcolatori, che elaborano le informazioni in parallelo. Ciascuno di essi si occupa solo di una parte della rete viaria (una sotto-rete), mentre un'unità centrale si preoccupa di coordinare fra loro le elaborazioni, permettendo lo scambio delle informazioni fra le diverse sotto-reti. Si entra così nell'ambito del calcolo parallelo (o distribuito), che pone dei problemi estremamente importanti come ad esempio la sincronizzazione nell'elaborazione dei dati o la coerenza dei dati distribuiti fra i vari elaboratori.

In conclusione, i problemi che vengono posti dalla simulazione del traffico sono ben lungi dall'essere risolti, anche se i primi risultati interessanti da un punto di vista applicativo risalgono già ad alcuni anni fa e fanno ben sperare che la ricerca possa fornire, a breve termine, ulteriori strumenti utili a diminuire code fastidiose e interminabili tempi d'attesa ai caselli.

Curve da brivido

di E. Janvresse e T. de la Rue

Per migliorare la sicurezza stradale, non bisogna trascurare nulla. In particolare, il tracciato della strada non deve essere lasciato al caso. Una parola d'ordine: facilitare il passaggio tra rettilineo e curva

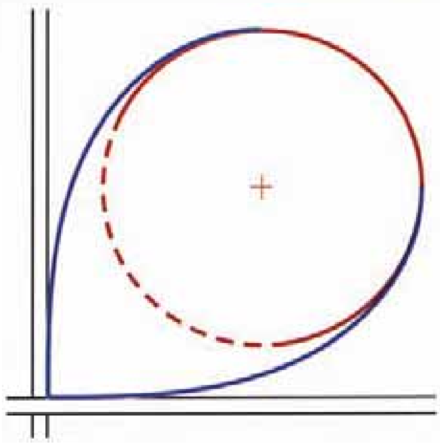
Quando si guida un veicolo lanciato a grande velocità, il passaggio troppo brusco da un tratto rettilineo a uno curvo può essere molto pericoloso: il rischio principale è quello di non avere il tempo di girare a sufficienza il volante e, quindi, di deviare dalla traiettoria prevista.

Svincoli ben disegnati per tenere la strada

Allo scopo di permettere ai guidatori di seguire con facilità la strada, i tracciati delle autostrade o delle linee dei treni ad alta velocità devono essere il più possibile dei percorsi nei quali i passaggi tra rettilineo e curva siano "regolari". Per questo si ricorre alla *clotoide*, una particolare curva, di cui sono rappresentate due parti (in blu) nella figura qui di fianco, raffiguranti la bretella di raccordo tra due autostrade.

La clotoide, questa sconosciuta

Se la clotoide costituisce un comodo passaggio tra le linee rette e il segmento circolare di una curva, il motivo sta in una proprietà geometrica, che riguarda la sua **curvatura**. Grosso modo, la curvatura di una curva in un dato punto indica "quanto si sta girando" nel momento in cui si passa da quel punto. In modo più concreto, possiamo considerare la curvatura di una traiettoria come una funzione dell'angolo formato dalle ruote anteriori dell'auto (o dal volante) rispetto all'auto stessa.



La clotoide è una spirale la cui curvatura è, in ogni punto, proporzionale alla lunghezza percorsa. Una porzione di clotoide permette dunque di raccordare dolcemente una linea retta (di curvatura nulla) a un arco di cerchio (di curvatura costante, non nulla): per seguire a velocità costante una bretella d'autostrada a forma di clotoide, è sufficiente girare il volante a velocità costante fino al tratto di strada circolare, di mantenerlo bloccato durante il passaggio sulla porzione di cerchio e poi di lasciarlo ritornare progressivamente alla sua posizione iniziale nel momento del passaggio sulla seconda bretella, di nuovo con un movimento di rotazione a velocità costante.
Sebbene non sia possibile costruirla con riga e compasso, la clotoide è stata studiata fin dal XVIII secolo da Jacques Bernoulli. Tuttavia, possiamo tranquillamente dubitare che egli prevedesse, all'epoca, l'uso che ne avrebbero fatto i lavori pubblici ai nostri giorni!

IL CERCHIO "MIGLIORE"

Per approssimare il grafico di una curva nell'intorno di un suo punto M, si ricorre spesso alla tangente alla curva stessa nel punto.

Se questa approssimazione rende conto molto bene della direzione seguita nel momento del passaggio nel punto di contatto, essa non permette, però, di stimare la curvatura della traiettoria vicino a M. Un modo più fine di approssimare la traiettoria con una curva semplice è allora quello di sostituire la retta tangente con un cerchio.

A priori, diversi cerchi sono candidati ad essere buone approssimazioni della curva: indichiamo con D la retta perpendicolare alla tangente che passa per il punto di contatto M. Qualsiasi cerchio il cui centro O si trova su D e il cui raggio sia OM, può aspirare al titolo di cerchio tangente alla curva.

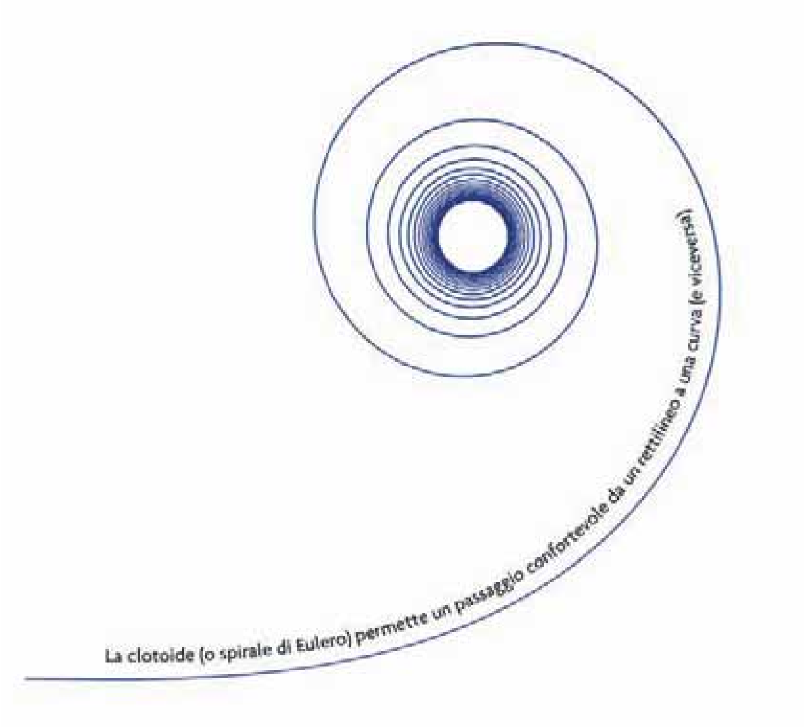
Per scegliere il cerchio migliore, conviene quindi essere più esigenti.

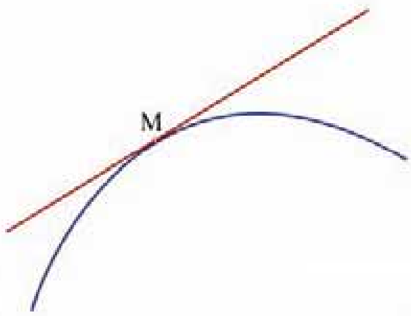
Consideriamo due punti P e Q, vicini a M sulla curva, e tracciamo il cerchio circoscritto al triangolo MPQ. Prendiamo P e Q sempre più vicini a M: a parte curve molto irregolari, il centro del cerchio ammette in generale una posizione limite C, chiamata *centro di curvatura* in M alla traiettoria (si può verificare che C appartiene alla retta D). Il cerchio di centro C che passa per M è chiamato il *cerchio osculatore* in M ed è il cerchio che rende conto al meglio della traiettoria nella vicinanze del punto M.

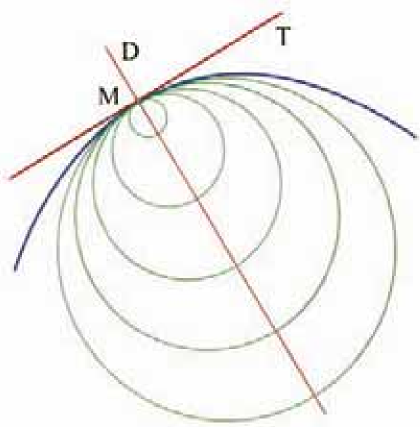
La lunghezza CM è detta *raggio di curvatura* in M. La *curvatura* in M è allora il valore 1/CM.

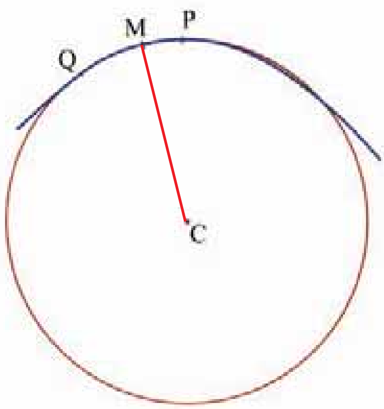
A differenza di ciò che accade con la tangente, il cerchio osculatore in M "attraversa" quasi sempre la curva in M (fanno eccezione certi punti isolati).

Due curve giocano ruoli particolari per la nozione di curvatura: i cerchi di raggio R e le rette. I primi hanno la stessa curvatura in ogni punto, uguale a 1/R. Le seconde sono di curvatura nulla: le si possono vedere come la posizione limite di un cerchio che passa per il punto M fissato, e il cui centro è andato "all'infinito".







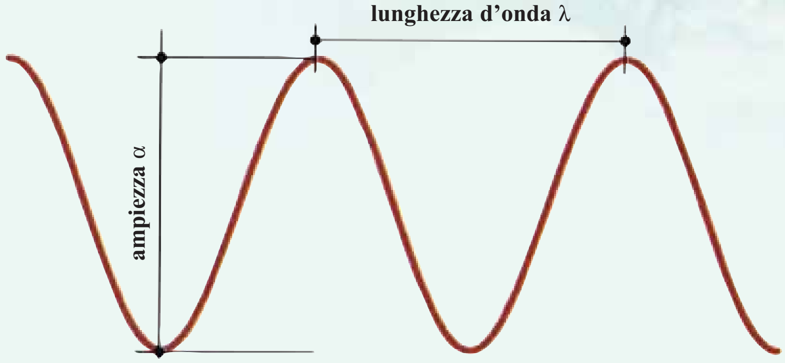


Dalla Francia una scacchiera fonica contro il rumore

di Norbert Vernier

L'intelligenza dei trasporti si manifesta anche nel modo in cui si lotta contro i danni ambientali che ne derivano. Uno tra i tanti fattori di inquinamento è il rumore causato da un intenso traffico di veicoli. Un esempio di intervento per porvi rimedio: il progetto di copertura dell'autostrada francese A6 B

La A6 B è il tronco dell'autostrada A6 che parte dalla *Porte d'Italie* a Parigi (l'altro tronco, l'A6 A, inizia alla *Porte d'Orléans*). Creata trent'anni fa per collegare Parigi al mercato di *Rungis* (a seguito del trasloco delle famose *Halles*, i mercati generali di Parigi che si trovavano al centro della città), essa ha il vantaggio di migliorare le condizioni di accesso alla capitale francese, ma, beninteso, disturba non poco la vita di chi abita alla periferia della città (inquinamento acustico, atmosferico ecc.). È stato così approvato in Francia un progetto di copertura dell'autostrada relativo al segmento che collega la *Porte d'Italie* a *Arcueil*. Poiché l'autostrada è stata realizzata scavando nel terreno, ricoprirla è tecnicamente facile. Tuttavia costa caro, troppo caro! E inoltre esistono norme di sicurezza drastiche (aumentate dopo l'incidente del tunnel del Monte Bianco) e occorre poter prevedere zone di aerazione, altrimenti non si può procedere con la copertura. Pertanto, gli ingegneri della *Direction Départementale de l'Equipement* hanno messo a punto soluzioni intermedie: alcune parti vengono ricoperte totalmente, altre parzialmente, sotto forma di "scacchiera fonica".



La rappresentazione del suono

Che cos'è un rumore? Un suono è un'onda, cioè una vibrazione dell'aria che agisce sul nostro timpano sotto forma di un segnale, che viene poi trasformato in un impulso nervoso e viene analizzato dal nostro cervello. La propagazione di un'onda può essere immaginata come l'effetto che si ottiene quando si getta un sasso in acqua e si crea così un sistema di cerchi concentrici che si allontanano dal punto in cui è caduto il sasso. Per caratterizzare un'onda, due nozioni sono fondamentali: quella di *frequenza* e quella di *lunghezza d'onda*. La frequenza è ottenuta "contando" il numero di "creste" (o di "avvallamenti") al secondo nel grafico rappresentativo dell'onda. L'unità di misura della frequenza è l'Hertz (Hz). I suoni di frequenza superiore a 20 MHz (gli ultrasuoni) e quelli di frequenza inferiore a 15 Hz (gli infra-

suoni) non sono percepibili dall'orecchio umano. Gli altri sono quelli che ci accompagnano ogni giorno. La lunghezza d'onda è invece la distanza tra due creste (o due avvallamenti).
Un'onda si sposta più o meno rapidamente in un ambiente (solido, liquido o gassoso). Per farsi un'idea, nell'aria (a 0°C) la velocità di propagazione del suono è di circa 331 m/s.
Esiste una relazione semplice tra frequenza e lunghezza d'onda: il loro prodotto è costante.
Un suono costante, isolato da ogni interferenza, potrebbe essere modellizzato con una funzione periodica (che si riproduce regolarmente), che mostra l'alternanza di creste e di avvallamenti che giungono all'orecchio. Le più elementari funzioni periodiche sono le funzioni trigonometriche (le funzioni coseno e seno per intenderci), che rappresentano i suoni più puri, chiamati *armonici.*
Ma un suono è sempre perturbato da altri suoni. Ciò che noi percepiamo, somma di tutti i suoni, è un segnale sonoro, talvolta complesso, la cui rappresentazione matematica ha un andamento molto meno regolare.
Come la luce, che un prisma può scomporre in uno spettro di colori elementari, anche un segnale sonoro è scomponibile in una somma (una serie) di funzioni seno e coseno. Si parla della **scomposizione in serie di Fourier**. Così, quando ascoltiamo un suono, le nostre orecchie trasformano il segnale ricevuto in una serie di Fourier di suoni elementari. Viceversa, se si compongono suoni elementari (che si ottengono per esempio pizzicando la corda di una chitarra), la loro somma dà un suono (complesso) più o meno armonioso, più o meno "bello". È combinando segnali trigonometrici e facendo variare differenti parametri (quali frequenza e lunghezza d'onda) che si possono "vedere" su uno schermo i numerosi rumori della realtà.

STOP ALLA PROPAGAZIONE DELLE ONDE

Fermare il rumore vuol dire essere capaci di impedire la propagazione delle onde! Una "scacchiera fonica" è un sistema di lastre che non ricopre completamente l'autostrada, ma che, grazie alla sua disposizione geometrica, *rompe* la progressione delle onde.
Per creare delle scacchiere foniche efficaci gli scienziati non hanno fatto ricorso a prototipi a grandezza naturale (troppo costosi e pericolosi), ma a simulazioni che rappresentano spostamenti d'onda. Per fare ciò, si combinano funzioni periodiche (le funzioni trigonometriche) e funzioni che hanno un "effetto attenuatore" (tenendo presente che più si è lontani, meno si sente): è il ruolo giocato, per esempio, dalla funzione logaritmica, il cui grafico inizialmente sale molto velocemente ma poi continua a salire in modo lento. Si produce così sullo schermo un treno di onde, paragonabile all'effetto che produciamo gettando una manciata di sassi in una pozzanghera. In seguito, vengono disposti degli ostacoli geometrici (fittizi), in modo da spezzare al meglio il treno di onde (in realtà, quando tocca l'ostacolo, l'onda reagisce in modo analogo a una palla da biliardo che raggiunge il bordo del tavolo) ottenendo così dei sistemi detti di *interferenze*. Per spiegare di che cosa si tratta, ritorniamo ancora una volta a un'immagine legata all'acqua e a una semplice situazione reale. Se gettiamo due sassi nell'acqua, ogni pietra produce un sistema di cerchi concentrici. Mettiamo un tappo di sughero nella zona dove le due onde s'incrociano. A seconda della posizione in cui mettiamo il tappo, si possono verificare due diverse situazioni:
1. in alcuni luoghi, i balzi delle due onde si sovrappongono: gli avvallamenti e le creste "si sommano". Si dice che le onde sono *in fase*; è come se il tappo subisse l'effetto di un'onda d'ampiezza

La propagazione di un'onda può essere immaginata come l'effetto che si ottiene quando si getta un sasso in acqua e si crea così un sistema di cerchi concentrici, che si allontanano dal punto in cui è caduto il sasso

Joseph Fourier (1768-1830). L'analizzatore di segnali

Pur avendo avuto un'importante carriera politica che lo ha portato dalle campagne napoleoniche in Egitto alla direzione della prefettura dell'Isère, Fourier è stato soprattutto un grande scienziato, che ha gettato le basi di una teoria (la teoria di Fourier, appunto) oggi divenuta indispensabile. Studiando la propagazione del calore in una barra di metallo, egli ha messo a punto gli strumenti matematici (le serie di Fourier e la trasformata di Fourier) utilizzati per lo studio della propagazione dei suoni e dei segnali elettrici. I suoi risultati sono stati applicati a tutto ciò che può essere modellizzato sotto forma di onda. Si tratta di uno dei più grandi successi della fisica matematica. La sua concezione della matematica era assai vicina a quella di Aristotele. Per lo più, i matematici aderiscono piuttosto a una concezione platonica: la matematica sarebbe un mondo di idee a parte che si applica "miracolosamente" al mondo sensibile. Per Aristotele, invece, gli oggetti matematici sono virtualmente presenti negli oggetti del mondo sensibile e ne vengono "estratti", grazie a un'operazione intellettuale chiamata astrazione. Per Fourier è lo stesso. Gli oggetti che lo hanno reso famoso – le serie di Fourier – sono stati letteralmente "estratti" dai solidi nei quali egli studiava la propagazione del calore. Nel discorso preliminare alla sua *Théorie analythique de la chaleur*, egli precisa: "Lo studio approfondito della natura è la fonte più feconda delle scoperte matematiche".

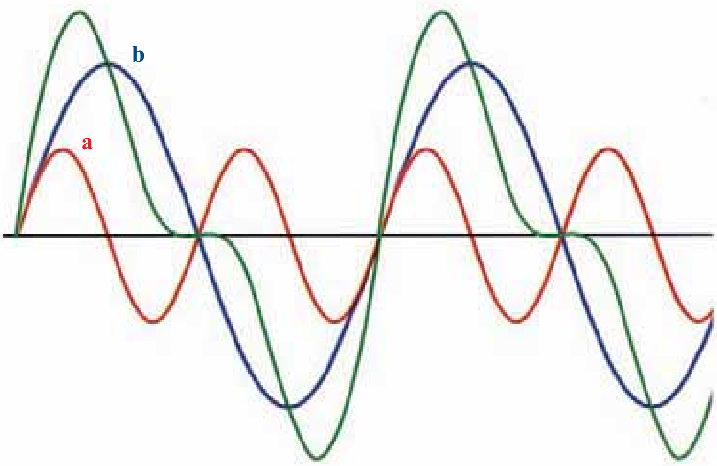
amplificata, data dalla somma delle due ampiezze iniziali (l'ampiezza di un'onda è l'altezza delle sue creste);
2. in altri luoghi, avviene il contrario e gli effetti delle due onde non si sommano più, ma si *sottraggono*. Le creste della prima onda *incontrano* gli avvallamenti della seconda. Se le onde hanno le stesse caratteristiche il tappo non si sposta.

Una scacchiera fonica prende così la forma di un sistema di lastre orientate verso diverse direzioni. Nella sua costruzione, oltre alla disposizione geometrica delle lastre, risulta importante anche la natura dei materiali utilizzati: alcuni, come il bitume, assorbono infatti più rumore di altri. Questa specie di setaccio neutralizza le onde ricevute. Del resto, questo sistema è noto da tempo nella gestione delle acque. Per rompere le correnti di un fiume (in particolare dentro le città) si mettono lungo il suo corso dei pannelli, in modo da produrre, anche in questo caso, delle interferenze. Questi metodi vecchi e empirici hanno tratto beneficio dagli apporti della ricerca matematica e informatica. Quando abbiamo potuto mettere una struttura matematica sugli oggetti fisici considerati (per esempio, in questo caso abbiamo introdotto la serie di Fourier), ecco, da lì abbiamo potuto simulare infinite situazioni. La teoria al servizio dell'esperienza, in un certo senso.

La branca della matematica nata dai lavori di Fourier – che oggi viene chiamata *analisi del segnale* – si applica a tutti i settori (e sono numerosi) che richiedono uno studio di propagazione di onde (in acustica, in ottica, in meccanica, in elettronica ecc.).

Evidentemente però, non tutti i problemi di rumore possono essere risolti in questo modo!

Un'autostrada è, in generale, collegata a strade di alleggerimento, a loro volta fonti esse stesse di rumori. Bisogna accompagnare, quindi, questi lavori con una totale ristrutturazione? Gli urbanisti parlano allora di "riqualificazione urbana", procedimento che, ancora una volta, passa attraverso l'utilizzo della matematica e, in particolare, della teoria dei grafi. Si gestisce una rete di circolazione modellizzando le diverse intersezioni (semafori, incroci, ecc.) con dei vertici, o nodi, e le diverse vie di circolazione con degli archi. Ma questa è un'altra storia…



La somma di due onde (a e b) produce in genere una nuova onda (a+b) diversa dalle prime due

Sincronizzare i *semafori*

di Elisabeth Busser

Qual è l'automobilista che non ha mai sognato di attraversare una città dove i semafori, come per incanto, diventano verdi al suo arrivo? E chi non si è mai arrabbiato per essere stato improvvisamente fermato da un semaforo rosso? Eppure, nonostante la più ferrea volontà, e anche in una piccola città, non è facile regolare i semafori a tre colori per assicurare un traffico sempre più scorrevole

Usando un po' di fantasia, andiamo a studiare più da vicino il sistema di regolazione dei semafori stradali. Supponiamo di entrare in un centro abitato dove sia stata attivata una sperimentazione per regolare la sincronizzazione dei semafori (la famosa "onda verde"). Arriviamo in città dall'entrata sud, via Roma, arteria centrale della nostra città immaginaria; da lontano si distingue il primo semaforo: è ancora verde e allora via veloci, veloci... ed ecco che diventa rosso quando si arriva alla sua altezza. Ripartiamo e superiamo pochi semafori prima di trovarci di nuovo fermi. Perché, dunque, tutti questi semafori diventano rossi non appena ci avviciniamo?
Eppure sappiamo che qui i semafori sono coordinati e regolati da un computer centrale. Ma come funziona questo tipo di regolazione?


Il municipio

Coordinare i semafori significa permettere a un automobilista di superare tutti i semafori verdi dal momento in cui ne ha superato uno. Come si lavora per tentare di raggiungere questo obiettivo ideale?
In un primo tempo, il calcolatore centralizza la raccolta delle rilevazioni. Queste ultime sono ricavate mediante buche di rilevamento poste nella pavimentazione e incaricate di seguire il *tasso di occupazione della strada* pubblica da parte dei veicoli. Queste osservazioni statistiche permettono di stabilire la durata ottimale dei cicli del semaforo. La maggior parte dei grandi assi, e in particolare la principale arteria Nord-Sud, via Roma appunto, è regolata per una velocità di 45 chilometri all'ora e la durata dei cicli verde, giallo, rosso è di 60 secondi nelle ore molto poco trafficate, di 75 in quelle poco trafficate e di 90 nelle ore di punta, dando la priorità per due terzi al verde sull'arteria principale. Inoltre, a ogni incrocio, viene tenuto un rosso di "disimpegno" di due secondi: la circolazione di tutte le strade viene fermata nel medesimo tempo.
Le correzioni delle durate dei cicli sono abitualmente trasmesse "a mano" al computer centrale, che agisce secondo un calendario orario, stabilito grazie alle soglie di flusso dei veicoli. In una città di grandezza media ci si può ancora permettere una dose di empirismo, poiché il traffico è molto costante e ben definito negli orari. Il principio, che si tratti delle schiere in entrata o in uscita dalla città, è quello di favorire il flusso più veloce.
Per migliorare la raccolta delle informazioni, si possono installare nel suolo sempre più buche di rilevazione (ce ne vorrebbero normalmente 8 per incrocio: due in entrata e due in uscita in ogni direzione), ma si può ricorrere anche a un'altra tecnica: si mette in circolazione un veicolo,

munito di sensori per rilevare i giri della ruota e la velocità, che trasmette in tempo reale i dati che concernono il suo spostamento nel flusso della circolazione. Lo scopo è quello di tarare automaticamente i cicli dei colori nei semafori. Dunque, se vi siete fermati troppe volte, forse avete guidato troppo velocemente... o troppo lentamente!

Se vi siete fermati troppe volte al rosso forse avete guidato troppo velocemente... o troppo lentamente!

L'onda verde in automobile

Riprendiamo ancora una volta via Roma, lunga un po' più di un chilometro e quasi rettilinea, che si presta, dunque, molto bene al caso nostro. Rispetteremo il codice stradale e ci fermeremo al rosso. D'altra parte non si può non vederlo: all'entrata della città, il disco rosso è circa due volte più grande di quello verde! Per schematizzare il principio dell'"onda verde", rappresentiamo con una retta graduata il percorso lungo la strada, indicando per ogni semaforo la distanza che lo separa dal primo sulla via, quello corrispondente allo scalo merci.
Se siete bravi guidatori, non superate il limite di velocità autorizzato in città, cioè 50 chilometri orari, ma è a 45 chilometri orari che viene fissata la coordinazione dei semafori! Il procedimento è semplice, come pure la sua applicazione: quello che serve è un po' di matematica elementare e una rappresentazione dei cicli del semaforo, che possiamo realizzare su un diagramma "tempo-distanza" (come quello della pagina seguente).
Superiamo con il verde il primo semaforo nel momento zero e, se viaggiamo a 45 chilometri orari esatti, percorriamo un chilometro in 80 secondi o, meglio, 500 metri ogni 40 secondi. Se non ci fossimo fermati a nessun incrocio, il nostro percorso sarebbe dunque rappresentato dalla retta rosa in grassetto.
È proprio questa "qualità" di circolazione che l'onda verde vuole rispettare e alla quale accorderemo, in regime di non saturazione, un ciclo verde-giallo-rosso di 75 secondi: 40 secondi di verde, 5 secondi di giallo (in realtà è di 3 secondi, ma ciò renderebbe il nostro disegno illeggibile), 30 secondi di rosso. Il nostro grafico mostra le tre zone di diversi colori, sulle quali si vede bene "l'onda verde".
Con la vostra auto, arrivate dunque al semaforo dello scalo merci, verde dopo 15 secondi: se rispettate i 45 km/h esatti, arriverete al teatro con tutti i semafori verdi. Ma potreste viaggiare più lentamente (circa 36,5 km/h), cioè potreste percorrere i 1350 metri che vi separano dal teatro in 133 secondi, oppure potreste viaggiare più velocemente del limite di velocità autorizzato (circa 52,3 km/h) e fare questi 1350 metri in 133 secondi: restereste sempre nell'onda verde.

Il guasto

Ma la vostra dispettosa automobile, nonostante sia oggetto di tutte le vostre cure, si guasta spesso: nel momento in cui dovete lasciare il primo incrocio, tutte le spie rosse del quadro si accendono e sentite odore di bruciato. Il manuale del costruttore è chiaro: in questo caso dirigetevi a velocità molto ridotta verso il concessionario più vicino! Eccovi dunque a dover guidare, con tutte le spie di pericolo accese, appena poco più veloci che sui pattini a rotelle. Inoltre, per colmo della sfortuna, il dispositivo di frenaggio non è più molto efficace, per cui trovare tutti i semafori verdi vi sembra ormai indispensabile. Si tratta di viaggiare a 8,5 km/h (eh sì!), cosa che vi permetterà, partendo dal primo incrocio giusto 10 secondi dopo lo scatto del verde, di arrivare senza incontrare nessun rosso fino al teatro. Il disegno non mostra tutto il tragitto, ma potete verificare che partendo all'istante 10 (secondi) dal primo incrocio, arriverete 9 minuti e 45 secondi dopo sani e salvi al teatro, di fronte al quale si trova proprio il garage!

In motorino

La lentezza forzata vi ha un po' ridicolizzato: anche i motorini vi superavano! Ma il motorino rosso (viaggiava a 36 km/h), che vi ha oltrepassato bagnandovi il naso al primo semaforo, troverà anche lui davanti a sé qualche

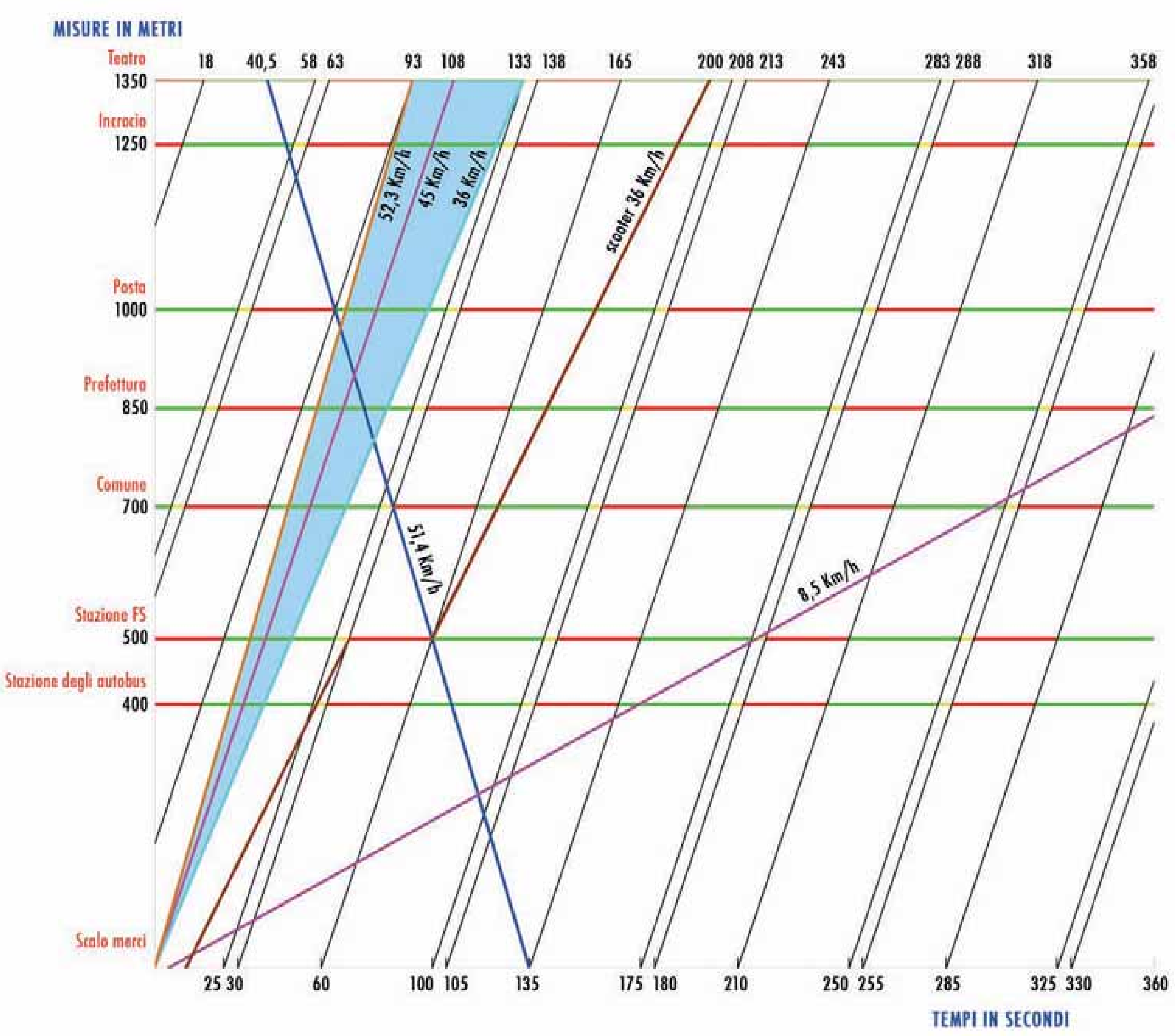


Diagramma tempo-spazio del percorso dallo scalo merci al teatro e ritorno. Per sfruttare l'onda verde dobbiamo rimanere all'interno della fascia azzurra (viaggiando, cioè, ad una velocità compresa tra 36 km/h e 52,3 km/h). Incontreremmo un'onda verde anche procedendo a 8,5 km/h (linea viola), ma alla velocità limite di 36 km/h non possiamo perdere neanche un secondo: lo scooter (linea marrone), partito 15 secondi dopo loscattare del primo verde, si dovrà fermare al semaforo (rosso) della stazione FS. La velocità da tenere per incontrare l'onda verde anche al ritorno (linea blu) è invece di 51,4 km/h.

rosso! Se scatta all'istante 0, quanto tempo impiegherà per raggiungere il teatro? E se parte all'istante 15? E all'istante 20? Partendo all'istante 0 troverà tutti i semafori verdi (o quasi), poiché arriverà all'ultimo incrocio al limite del giallo-rosso, 135 secondi più tardi. In compenso, se parte 15 secondi più tardi, sarà fermato al secondo semaforo rosso, quello della stazione ferroviaria e arriverà solo 185 secondi dopo la sua partenza all'ultimo incrocio.

In senso contrario

E per il ritorno? È un po' meno semplice, poiché se i semafori sono coordinati in un senso, non lo sono necessariamente nell'altro, anche a una velocità diversa. Eppure, cercando bene, abbiamo trovato una soluzione: si possono trovare tutti i semafori verdi partendo dal teatro all'istante 40,5 (in secondi), e viaggiando a un po' più di 50 km/h (per l'esattezza 51,4). Si attraversa allora l'incrocio della Posta proprio quando il semaforo diventa verde, quello del Comune al limite fra il giallo e il rosso, e quello della stazione quando il semaforo passa al verde: poi non si hanno più semafori rossi fino all'arrivo. Ma non ditelo a nessuno, poiché potremmo essere accusati di incitamento all'eccesso di velocità!
In fin dei conti, deve essere pericoloso fare il tecnico presso il Servizio di viabilità della città: coordinare i semafori in un senso può andare, nell'altro senso è già quasi una missione impossibile, chissà coordinarli anche per gli assi perpendicolari!

le ultime parole famose

Carl Friederich Gauss

Non avete idea di quanta poesia ci sia in una tavola di logaritmi

Forse non è corretto stilare una classifica dei 5 più grandi matematici di tutti i tempi: si rischierebbe di escludere un tale numero di nomi illustri che la graduatoria stessa perderebbe significato. Sicuramente, però, qualsiasi fosse il criterio scelto per fare questo ipotetico elenco, fra i nomi più "alti in classifica" ci sarebbe quello del tedesco Carl Friederich Gauss.

Il numero e l'importanza delle scoperte di quest'uomo lasciano sbalorditi, anche per l'incredibile diversità dei campi di cui si interessò: matematica pura e applicata, fisica, economia, statistica, misurazioni geodetiche. Ovunque si trovano teoremi e leggi legate al suo nome.

Per avere il tempo di studiare tutto questo, Gauss dovette darsi da fare fin da piccolo! Nato a Brunswick, Germania, nel 1777, già all'età di due anni aveva imparato a leggere e l'anno successivo aveva già preso dimestichezza con i numeri, tanto da correggere le bolle di pagamento che il padre redigeva per lavoro! Racconta Eric T. Bell:

"Un sabato Gerhardt Gauss stava compilando le ricevute settimanali per i lavoratori sul suo libro paga, senza accorgersi che il giovane figlio stava seguendo attentamente il suo lavoro. Arrivato alla fine del lungo calcolo, Gerhardt fu scioccato dal sentire il bambino dire «Padre, il conto è sbagliato! Dovrebbe venire...» Un controllo mostrò che il giovane Gauss aveva ragione." (Eric Temple Bell, *Men of Mathematics*, Simon Schuster, Inc., New York, 1937.)

Il precocissimo inizio di una carriera folgorante: a 10 anni stupì il suo maestro inventando mentalmente e in pochi secondi un algoritmo per sommare i primi 100 numeri naturali (con grande scocciatura dell'insegnante, che aveva assegnato questo compito alla classe per tenerla occupata per un po'!); a 19 anni dimostrò la possibilità di disegnare un poligono a 17 lati con riga e compasso (il primo passo avanti in questo campo dopo due millenni); a 22 ottenne il dottorato con una brillante dimostrazione del Teorema Fondamentale dell'Algebra.

Il suo interesse si spostò quindi dalla teoria pura alla matematica applicata, e in particolare all'astronomia: riuscì a calcolare l'orbita dell'asteroide Cerere, appena scoperto dall'italiano Piazzi, con un metodo matematico rivoluzionario. In effetti, il corpo celeste rimase visibile per poco più di un mese e in molti cercarono di ipotizzare dove sarebbe ricomparso in futuro. Le previsioni di Gauss erano in netto contrasto con quelle degli altri astronomi, ma quando, un anno dopo, l'asteroide ricomparve si scoprì che aveva ragione lui, come sempre.

Si interessò all'elettromagnetismo, scoprendo una legge fondamentale dei campi magnetici che ancora oggi porta il suo nome, così come "gaussiana" è la denominazione della curva più nota in statistica. Usò il suo genio anche in campi più "venali": studi matematici sui mercati e applicati all'economia gli permisero di mettere da parte anche una notevole fortuna personale (e chi ha mai detto che i matematici devono vivere solo per la scienza!?).

Nonostante la varietà dei campi in cui applicò il suo genio, Gauss rimase prima di tutto e sempre un matematico. Del resto, forse solo un amore puro e totale verso questa disciplina può far scorgere "quanta poesia ci sia in una tavola di logaritmi..."

STEFANO PAPI

Se tra voi ve n'è uno a cui, durante la prima lezione, o alla lettura della prima seduta, il cuore abbia battuto più forte, è fatta, è geometra

Ipse dixit... lo disse proprio lui. Quale grande matematico ha pronunciato queste misteriose parole?
Scrivetecelo a redazione@perlatangente.it e scoprite sul prossimo numero se avete indovinato.

i garbugli di Carroll

IN CERCA DI ALLOGGIO

"Chiediamo il parere di Balbus", disse Hugh. "D'accordo", rispose Lambert.
"*Lui* può arrivarci", disse Hugh. "Direi" ammise Lambert. Non c'era bisogno di altre parole: i due fratelli si comprendevano perfettamente. Balbus li aspettava all'albergo: il viaggio lo aveva stancato, diceva, perciò i suoi due allievi avevano fatto il giro della zona, in cerca d'alloggio, senza il vecchio tutore che era stato il loro indispensabile compagno fin dall'infanzia. Il soprannome che gli avevano dato era quello dell'eroe del loro libro di esercizi latini, che traboccava delle imprese di quel poliedrico genio – aneddoti la cui genericità nei particolari era più che compensata dalla grandiosità dell'insieme.
"Balbus ha trionfato su tutti i suoi nemici", era stato postillato dal loro tutore, in margine al libro, come "Il coraggio compensato". Così egli aveva cercato di trarre una morale da tutti gli aneddoti riguardanti Balbus: talvolta degli avvertimenti, come nel brano "Balbus aveva preso in prestito un robusto dragone", commentato come "speculazione azzardata"; talvolta degli incoraggiamenti, come nelle parole "L'affetto reciproco rende più facile la collaborazione", applicate al brano "Balbus aiutava sua suocera a convincere il dragone" – per ridursi in qualche caso a una parola sola, come nel caso di "Prudenza", che era stato tutto quello che era riuscito a estrarre dalla commovente affermazione che "Balbus, avendo scottato la coda al dragone, si allontanò". I suoi allievi preferivano questi commenti lapidari, che erano quelli che lasciavano più spazio alle illustrazioni marginali, e, nel caso specifico, avevano bisogno di tutto lo spazio possibile per porre in evidenza la rapidità della partenza dell'eroe.
Il loro rapporto sulla situazione non fu dei più incoraggianti. La rinomata stazione termale di Littie Mendip era "stipata", come si espressero i ragazzi, da un capo all'altro. Ma in una piazza avevano visto non meno di quattro cartelli, in case diverse, con l'annuncio in tutte maiuscole di "AFFITTASI". "Quindi, nonostante tutto, c'è parecchia scelta", concluse Hugh, che aveva fatto da portavoce.
"Dai dati questo non risulta", disse Balbus, alzandosi dalla sedia a sdraio dove aveva sonnecchiato al riparo della Gazzetta di Little Mendip. "Potrebbero essere tutte camere singole. Comunque, tanto vale vederle. Mi farà piacere darmi una sgranchita alle gambe".
Un osservatore non prevenuto avrebbe potuto obiettare che l'operazione era superflua, e che quel lungo essere segaligno avrebbe avuto tutto da guadagnare da un paio di gambe più corte e aggranchite: ma ai suoi affezionati discepoli un pensiero del genere non venne neppure in mente. Uno alla sua destra e uno alla sua sinistra, fecero del loro meglio per tenere il passo con le sue gigantesche falcate, mentre Hugh ripeteva la frase, trovata nella lettera appena ricevuta dal padre, sulla quale si stavano scervellando Lambert e lui. "Dice che un suo amico, il Governatore di... Come si chiamava quel posto, Lambert?" ("Kgovjni", disse Lambert). "Beh, sì. Il Governatore di comediavolosichiama vuole dare un pranzo molto intimo, e vuole invitare il cognato di suo padre, il suocero di suo fratello, il fratello di suo suocero e il padre di suo cognato: e noi dobbiamo indovinare quanti invitati ci saranno".
Seguì una pausa piena di trepidazione. "Ha detto quanto sarà grande la torta?", chiese finalmente Balbus. "Prendiamo il suo volume in piedi cubici, dividiamolo per la cubatura della porzione che ciascun invitato è in grado di mangiare, e il risultato..."
"Non ha neppure nominato la torta", replicò Hugh, "... ed eccoci alla Piazza", aggiunse mentre voltavano attorno a un angolo e giungevano in vista delle case da affittare.
"È una piazza quadrangolare!", fu il primo grido di giubilo di Balbus, appena si fu guardato intorno. "Bellissima! Bellissima! Equilatera! Ad angoli retti!"
I ragazzi si guardavano intorno con minore entusiasmo. "Il primo ad avere un cartello è il numero 9", osservò pedestremente Lambert; ma non era possibile ridestare tanto presto Balbus dal suo sogno di bellezza.
"Guardate, ragazzi!", gridò. "Venti portoni per lato! Che simmetria! Ogni lato diviso in ventun parti! È delizioso!". "È meglio suonare il campanello, o bussare?", chiese Hugh, guardando con una certa perplessità una targa di ottone quadrata che recava la semplice iscrizione "ANCHE SUONARE". "Suonare e bussare", rispose Balbus. "È un'ellissi, ragazzo mio. Non hai mai visto un'ellissi, prima d'ora?". "Si riesce appena a leggere quello che c'è scritto", ribatté genericamente Hugh. "A che serve un'ellissi, se poi la tengono così sporca?".
"Ci sarebbe una stanza, signori", disse sorridendo la padrona di casa. "E anche molto carina! Una stanzettina sul retro, tanto graziosa che..."
"Vedremo", brontolò Balbus, seguendola. "Sapevo che

Charles Lutwidge Dodgson, più noto con lo pseudonimo di Lewis Carroll (1832-1898), fu un celebre matematico, oltre che scrittore, logico e fotografo. È famoso soprattutto per i suoi affascinanti e geniali libri per ragazzi, tra cui quasi tutti ricordano soprattutto Alice nel Paese delle Meraviglie *e* Attraverso lo specchio e quel che Alice vi trovò*, apprezzati da una straordinaria varietà di lettori di tutte le età, dai bambini ai grandi scienziati e pensatori.*
Uno dei suoi scritti più stimolanti è I garbugli del reverendo*, nel quale viene proposta una raccolta di brevi racconti (in origine pubblicati dallo scrittore all'interno di una rubrica di una rivista inglese) che presentano, in forma discorsiva, svariati problemi geometrici, algebrici e aritmetici, per "il divertimento e l'edificazione dei giovani (e meno giovani) lettori".*
XlaTangente *ve li ripropone, un garbuglio alla volta, e vi sfida, come fece Carroll, a trovare voi la soluzione… senza rimanere ingarbugliati!*

sarebbe andata così! Una stanza in ogni casa! E senza panorama, scommetto!".
"Che invece c'è, signori!", protestò indignata la padrona di casa, aprendo gli scuri e indicando il giardinetto sul retro. "Cavoli, a quel che vedo", fece Balbus. "Verdi, se non altro"
"Che poi le verdure dei negozi", spiegò la padrona di casa, "è roba di cui è meglio non fidarsi. Qui uno li ha in casa, ed è cavolo di prima qualità".
"La finestra si apre?", era sempre la prima domanda di Balbus quando visitava una casa d'affitto: e "Il camino fuma?", era la seconda. Soddisfatto in questi particolari, versò la caparra per la stanza, e proseguirono verso il numero 25.
Questa padrona di casa era un tipo solenne e severo. "Mi è rimasta una stanza sola" annunciò, "e dà sull'orto, sul retro".
"Ma ci sono i cavoli?", si informò Balbus. La padrona di casa fu visibilmente commossa.
"Ci sono, signore", ammise, "e anche buoni (non toccherebbe certo a me dirlo!). Non ci si può fidare delle verdure che si comprano nei negozi, e così provvediamo direttamente".
"Un vantaggio insolito" disse Balbus e, dopo aver fatto le consuete domande, si diressero al 52.
"Sarei felice di alloggiarvi tutti, se potessi", fu il saluto che li accolse. "Purtroppo siamo soltanto esseri umani", ("Pleonastico!", borbottò Balbus) "e ho già affittato tutte le stanze, tranne una".
"Che dà sul retro, vedo", rispose Balbus "e che si affaccia su... sui cavoli, immagino?"
"Proprio così, signore!", confermò la padrona di casa. "La gente può regolarsi come crede, ma noi coltiviamo le nostre verdure in proprio. Nei negozi..."
"Una soluzione eccellente!", interruppe Balbus. "Così si può essere sicuri che siano buoni. La finestra si apre?"
Le solite domande ottennero risposte soddisfacenti: ma questa volta Hugh ne aggiunse una di sua invenzione: "Il gatto graffia?".
La padrona di casa si guardò intorno con diffidenza, come per accertarsi che il gatto non li stesse ascoltando. "Non voglio ingannarvi, signori", ammise. "In effetti, graffia, ma soltanto se gli tirano i baffi! Non graffierebbe assolutamente", ripeté con lentezza, come cercando di ricordare esattamente i termini di un accordo scritto tra lei e il gatto, "se non gli tirassero i baffi". "Molto si può perdonare ad un gatto così bistrattato", commentò Balbus, mentre uscivano dalla casa e si avviavano verso il numero 73, lasciando la padrona di casa a profondersi in riverenze sul portone, intenta a ripetere a se stessa le proprie ultime osservazioni, come una specie di benedizione, "se non gli tirassero i baffi".
Al numero 73 trovarono soltanto una bambinetta timida che rispondeva sempre "sissignora" a qualunque domanda le venisse rivolta. "La solita stanza", disse Balbus, mentre facevano il loro ingresso solenne: "il solito orto, i soliti cavoli. Suppongo che nei negozi non se ne trovino di altrettanto buoni, eh?".
"Sissignora", rispose la bambina. "Beh, puoi dire alla padrona che prendiamo la stanza, e che la sua trovata di coltivarsi da sé la verdura in giardino è semplicemente ammirevole?".
"Sissignora", replicò la bambina, mentre li accompagnava alla porta.
"Una sala di riunione e tre camere da letto", disse Balbus, mentre facevano ritorno all'albergo. Per la sala di riunione sceglieremo quella per raggiungere la quale c'è meno da camminare".
Dobbiamo camminare da una porta all'altra, e contare i passi?", propose Lambert.
"No, no! Calcolatelo in cifre, ragazzi miei, calcolatelo!", esclamò allegramente Balbus, disponendo penne, inchiostro e carta dinnanzi ai suoi sciagurati discepoli, e lasciandoli poi soli.
"Dico, sarà un bel lavoro!", fece Hugh.
"Direi", ammise Lambert.

da L. Carroll, *I garbugli del reverendo*, Edizioni Mimesis, Milano (2002)

EULER, il maestro di

di ANA MILLÁN GASCA

Trecento anni fa, il 15 aprile 1707 nacque a Basilea, in Svizzera, Leonhard Euler, protagonista indiscusso della scienza europea del suo tempo

Leonhard Euler (1707-1783)

Basilea era una città universitaria impregnata degli ideali religiosi della riforma protestante. Il padre di Leonhard, Paul, vi aveva studiato teologia ed era poi diventato un ministro di culto e questa era anche l'attività del nonno materno. Euler, che conservò sempre un profondo attaccamento alla tradizione religiosa familiare, s'iscrisse anche lui, nell'autunno del 1723, alla facoltà di teologia. Ma egli non diventò pastore come avrebbero voluto i suoi genitori, bensì seguì la propria inclinazione verso gli studi di matematica, facilitata dalla felice circostanza che a Basilea insegnava Johann Bernoulli. Euler stabilì con la famiglia Bernoulli (una vera e propria dinastia di matematici) un intenso rapporto umano e intellettuale. Paul Euler, che aveva una discreta cultura matematica, aveva seguito le lezioni di Jacob, il fratello di Johann Bernoulli, e conosceva quest'ultimo, il quale accettò di accompagnare il giovane Leonhard in un itinerario di letture delle opere di Galileo, Cartesio, Newton e altri studiosi.

Euler proseguì per un po' le sue fatiche con il greco, il latino e altre materie di teologia, mentre leggeva avidamente e andava ogni sabato a discutere di temi scientifici con Bernoulli. Aveva appena diciannove anni quando imboccò con determinazione la strada che gli avrebbe permesso di dedicarsi alla scienza. Fra il 1726 e il 1727, mentre concludeva gli studi universitari a Basilea, scrisse e pubblicò i suoi due primi articoli scientifici e presentò uno studio a un premio dell'Accademia delle Scienze di Parigi, premio che aveva come tema l'ubicazione migliore – oggi diremmo "ottima" – degli alberi in una nave da guerra, ottenendo il secondo posto. I primi due lavori risolvevano questioni relative alle linee curve che potevano servire a studiare alcuni fenomeni del moto,

Particolare della chiesa della Resurrezione, San Pietroburgo

foto: GIORGIO JACCHETTI

tutti i matematici

considerati da un punto di vista teorico (ossia senza indicare un contesto reale specifico al quale tali risultati potevano essere applicati).
Il terzo lavoro era di natura diversa: Euler adoperava la stessa metodologia razionale di studio e gli strumenti della matematica, ma in vista della risoluzione di un problema di interesse pratico.
Le ricerche sui problemi legati alla navigazione sarebbero diventate nel seguito una delle specialità di Euler: nel 1747 le raccolse in un imponente trattato intitolato *Scientia navalis*, scritto in latino, e rivolto quindi agli studiosi, e nel 1773 le sintetizzò in una versione semplificata pubblicata in francese (e tre anni dopo in inglese) con il titolo *Teoria completa della costruzione e della manovra dei vascelli*.
Nel corso della sua vita di studioso, Euler si occupò sia di problemi di matematica, sia di questioni che oggi si potrebbero chiamare di tecnologia o di matematica applicata e che allora venivano detti di "matematica mista".
Gli studi relativi alle attività pratiche di interesse militare e economico erano lo scopo principale delle accademie delle scienze, che nel Settecento furono il vanto delle corti europee e una delle poche possibilità di dedicarsi professionalmente alla scienza. La parola "scienziato" non era stata ancora inventata: molti studiosi si guadagnavano da vivere come medici, ingegneri, militari, preti e persino avvocati (come Pierre de Fermat) o con l'insegnamento privato (che esisteva già nel mondo antico). Le cattedre universitarie dedicate alla matematica o alle scienze in ogni paese europeo erano poche. Nel 1666 Luigi XIV, affidandosi alla convinzione – che si andava diffondendo fra gli uomini colti – della potenziale utilità pratica del lavoro scientifico, aveva fondato l'Accademia delle scienze di Parigi. In seguito altri sovrani seguirono il suo esempio. L'attività di Euler fu strettamente collegata alle accademie di Berlino e

Un autore prolifico e gli inizi della letteratura scientifica europea

Già tra i suoi contemporanei Euler diventò famoso per la sua imponente produzione scientifica. Oltre ai suoi libri, scrisse un gran numero di "articoli" pubblicati sui periodici, che allora rappresentavano una novità nel panorama culturale europeo. In questi lavori più brevi gli studiosi presentavano alla comunità scientifica risultati originali, vale a dire ottenuti sulla scia dei predecessori, ma confrontandosi con problemi nuovi. Nel suo primo articolo, pubblicato sulla rivista *Acta Eruditorum*, Euler spiegava che il suo studio generalizzava un risultato di Newton, "il più notevole degli uomini" e scriveva:

> "Comunico questo lavoro alla comunità dei letterati perché esso possa essere soggetto ad accurato scrutinio".

Questa pratica di rendere pubblico il proprio lavoro sottoponendosi al giudizio degli altri studiosi era diventata – e lo è ancora oggi – un'abitudine tipica dell'ambiente scientifico; l'unica differenza è che la lingua franca internazionale, usata quindi da Euler, era il latino, sostituito dal francese nell'Accademia di Berlino a partire dal 1744.
Quando Euler morì, avevano visto la luce 560 libri e articoli, ma l'Accademia di San Pietroburgo continuò a pubblicare suoi scritti già depositati per quasi altri cinquant'anni. Nel 1909 una commissione dell'Accademia delle Scienze svizzera intraprese la pubblicazione delle sue Opere complete, sulla base di un elenco di 866 titoli compilato dallo storico della matematica Gustaf Eneström (il sito della "Euler Commission è http://www.leonhard-euler.ch/). Questa edizione, ancora in corso, è divisa in tre serie: la prima – l'unica completa – comprende i 29 volumi di opere di matematica, la seconda 31 volumi di opere di meccanica, di teoria delle macchine e di astronomia, e la terza 12 volumi di opere dedicati ad altri settori della fisica, alla musica e ad altri argomenti ancora. Una quarta serie, dedicata alla corrispondenza di Euler con studiosi di tutta l'Europa, occupa 10 volumi.

Il problema di Basilea

Il problema di Basilea, sottoposto all'attenzione dei matematici da Jacob Bernoulli nel suo trattato sulle serie, del 1689, riguardava il valore della somma infinita degli inversi dei quadrati perfetti dei numeri naturali:

$$1+\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+\frac{1}{16}+\frac{1}{25}+\ldots+\frac{1}{n^2}+\ldots$$

Euler iniziò molto giovane a meditare su questo problema. In un primo lavoro, pubblicato nel 1731, ottenne un'approssimazione numerica di tale valore decisamente migliore di quelle ottenute attraverso il calcolo diretto di un gran numero di termini. Poi, nel 1735, riuscì a determinare il valore della somma. Si trattava di un risultato sorprendente:
"Ho trovato che sei volte la somma di questa serie e uguale al quadrato della lunghezza della circonferenza di un cerchio di diametro 1"
vale a dire:

$$1+\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+\frac{1}{16}+\frac{1}{25}+\ldots+\frac{1}{n^2}+\ldots=\frac{\pi^2}{6}$$

La dimostrazione di Euler fu criticata dai colleghi e, in particolare, da Daniel Bernoulli, perché dipendeva da un'affermazione che generalizzava le proprietà dei polinomi a un polinomio con infiniti termini. Si trattava di un uso un po' spregiudicato dell'infinito, che si affidava all'intuizione matematica e che si ritrova anche in altre dimostrazioni di Euler. Non che egli non desse peso alla questione della corretta argomentazione, tanto che in seguito propose una dimostrazione alternativa del risultato che aveva ottenuto! Come si vede, la matematica conserva nel tempo i suoi connotati intellettuali: i risultati sorprendenti, la sfida dei problemi, la tensione fra l'intuizione e il rigore. Possiamo riconoscere analoghe circostanze in altri due casi contemporanei piuttosto famosi: la soluzione dell'ultimo teorema di Fermat e la dimostrazione della congettura di Poincaré, dove l'estro di due matematici geniali si è confrontato con il vaglio severo della comunità degli studiosi, provocando anche polemiche e incomprensioni.

San Pietroburgo, fondate sotto l'impronta culturale di Leibniz. I figli di Johann Bernoulli, Daniel e Nicolaus, avevano trovato collocazione proprio nella nuova Accademia di San Pietroburgo, ma quest'ultimo morì precocemente nel luglio del 1726 e, così, appena laureato, a Euler fu offerto di succedergli. Per la verità, egli tentò di ottenere una cattedra di fisica a Basilea, e a questo scopo scrisse una fondamentale memoria dedicata all'acustica… ma l'impresa non gli riuscì e, allora, accettò di andare a San Pietroburgo.
Le accademie svolsero un ruolo fondamentale nell'aprire la strada alla scienza nella cultura europea. Gli autori che Euler aveva studiato negli anni universitari avevano sviluppato nuovi campi della matematica e messo a punto un insieme di concetti, teorie e metodi nella ricerca sui fenomeni naturali celesti e terrestri studiati dall'astronomia, dall'ottica e dalla meccanica. Questi sviluppi, pur basati sull'imponente lascito della matematica e della filosofia della natura da parte del mondo greco antico e sugli studi condotti nel seguito, sia nell'Europa cristiana sia nei paesi dell'Islam, rappresentarono una vera e propria rivoluzione intellettuale che portò alla nascita della "scienza moderna". Nel corso del Settecento l'opera di Newton sulla gravitazione universale fu considerata sempre di più un modello del pensiero razionale moderno, libero di pregiudizi religiosi. E anche i governanti dei paesi europei cominciava-

Caterina II di Russia (1729 - 1796)

no a rendersi conto del valore della conoscenza scientifica, che progrediva in simbiosi con la poderosa spinta all'innovazione tecnica che si era manifestata in Europa fin dalla fine del Medioevo: la scienza poteva rappresentare un solido appoggio nella corsa verso la supremazia mondiale intrapresa dall'Europa. Le nazioni europee, in particolare la Russia e la Prussia, si combattevano agguerritamente, ma condividevano questo movimento ritorno in Russia nel 1766.

Grazie a queste posizioni impegnative, ma prestigiose, accanto a diversi sovrani, Euler potè dedicarsi in libertà a esplorare tutti i campi della matematica. I suoi lavori spaziano da alcuni problemi classici di teoria dei numeri e di geometria, alle nuove tecniche algebriche e infinitesimali e le loro applicazioni, a temi che allora iniziavano a essere esplorati, quali la probabilità o la matematica del finito. Nella sua nonostante i suoi problemi di vista – iniziati quando aveva solo ventotto anni – il suo lavoro progredì infaticabilmente: basti considerare che, dopo un'operazione di cataratta nel 1771, che lo rese completamente cieco, con l'aiuto di alcuni collaboratori (fra cui due dei suoi figli), produsse quasi la metà di tutte le sue opere. Morì a San Pietroburgo il 18 settembre del 1783.

Per saperne di più

Umberto BOTTAZZINI (1981) *Il calcolo sublime: storia dell'analisi matematica da Euler a Weierstrass*, Bollati Boringhieri, Torino

William DUNHAM (1999) *Euler. The master of us all*, The Mathematical Association of America, Washington, D.C.

Ana MILLÁN GASCA (2002) *All'inizio fu lo scriba. Piccola storia di matematica come strumento di conoscenza*, Mimesis, Milano

V. S. VARADARAJAN (2006) *Euler through time. A new look at old themes*, American Mathematical Society, Providence, R.I.

di idee. Il lavoro straordinario di Euler contribuì enormemente a consolidare il prestigio della scienza e la fiducia nelle potenzialità di un approccio ai problemi della tecnica sistematico e basato sulla scienza.

Per l'Accademia di San Pietroburgo Euler si occupò, oltre che di nautica, anche di cartografia (in qualità di direttore della sezione di geografia) e di macchine. Nel 1741, anche a causa dell'ostilità di alcuni ambienti in Russia verso gli studiosi stranieri, si trasferì a Berlino, dove trascorse venticinque anni. Fu il direttore di matematica dell'accademia, ma si occupò anche di questioni organizzative e finanziarie, della biblioteca e delle pubblicazioni, dell'osservatorio astronomico e del giardino botanico, della produzione e vendita di calendari e carte geografiche. Tra i suoi compiti rientrava inoltre consigliare il re Federico II in questioni tecniche, dall'idraulica, all'artiglieria e alle pensioni. Da Berlino continuò a lavorare per l'Accademia di San Pietroburgo, acquistando per essa libri e strumenti scientifici e occupandosi anche della formazione scientifica di giovani russi, finché – questa volta soprattutto per difficoltà nei rapporti con il re – fece opera trovò compimento un lungo periodo della storia della matematica caratterizzato da una ricca attività di ricerca, prolifica di risultati nuovi, ma piuttosto caotica e "spregiudicata", e si aprì la strada a una sistematizzazione rigorosa delle conoscenze, aspirazione finale dei matematici fin dall'epoca di Euclide. Egli pubblicò, infatti, testi che ebbero una grande diffusione, quali i suoi *Elementi di algebra* (in tedesco, 1770) e soprattutto la sua *Introduzione all'analisi infinitesimale* (in latino, 1748), nella quale stabilì i fondamenti concettuali del calcolo differenziale e del calcolo integrale introducendo l'idea di funzione di una quantità variabile come espressione analitica qualsivoglia della quantità variabile e di quantità costanti: sostituendo così il ruolo svolto fino ad allora dalle curve, egli rese autonoma l'analisi matematica dalla geometria.

Infine, Euler scrisse in francese durante i suoi anni a Berlino una delle opere di divulgazione scientifica più lette di tutti i tempi, *Lettere ad una principessa della Germania su diversi argomenti della filosofia naturale*. Durante tutte queste fasi della vita, mentre nascevano dodici figli e


Einleitung
zur
Rechen-Kunst
zum Gebrauch
des
GYMNASII
bey der
Kayserlichen Academie der
Wissenschafften
in
St. Petersburg.
Gedruckt in der Academischen Buchdruckerey

Introduzione all'arte del calcolo, un libro di aritmetica elementare in tedesco pubblicato da Euler a San Pietroburgo nel 1738

a tutto Volume

Com'è bella la matematica

Ian Stewart
Bollati Boringhieri, Torino (2006)
Euro 17,00, pp. 157

Cara Meg,
in effetti avevi ragione, per molti aspetti il libro che mi hai spedito, *Com'è bella la matematica*, è davvero il modo migliore di rispondere ai miei dubbi e alle incertezze sulla scelta del tipo di studi che dovrò intraprendere al termine della scuola. Leggere la fitta corrispondenza che hai avuto con il professor I. Stewart, oltre a chiarirmi le idee, è stato un po' come viaggiare nel tempo: ho potuto incontrarti e conoscerti, seguendo il percorso che ti ha portato dalle scuole superiori fino alla recente nomina di professore associato (a proposito, complimenti!) e condividere le tue perplessità, i successi e gli sviluppi della tua carriera nel mondo accademico e della ricerca matematica. Grazie a queste lettere ho scoperto una realtà, quella della matematica e dei matematici, diversa, vista dall'interno perchè descritta da chi a questo mondo appartiene e, come te, anche io ho trovato risposte a domande che, bene o male, nel corso delle scuole superiori io e i miei compagni ci siamo posti: perché studiare matematica? C'è ancora qualcosa da scoprire o tutto è già stato fatto? Come si impara la matematica? Oggi i computer non possono risolvere qualsiasi cosa e sostituirsi ai ricercatori? E finalmente ho visto come nella realtà quotidiana sia presente la matematica, quanto oggi siamo circondati da essa (come ci ripetono spesso a scuola, senza però farcelo vedere davvero!); ho scoperto che differenza c'è tra la matematica che si studia a scuola e quella che si impara all'università; cosa significa "dimostrare" e perché ne abbiamo bisogno (e, come te, ho avuto un po' paura all'idea di dover costruire una dimostrazione da sola).
Ho letto tutto questo e ora ho un'idea più chiara della matematica e di coloro che ad essa dedicano la loro vita e la loro carriera. Non so ancora se farò matematica all'università; se così fosse, chissà, magari un giorno ci incontreremo a un seminario o un convegno in giro per il mondo. Intanto ti saluto e ti ringrazio: ora capisco un po' meglio... come è bella la matematica!

B. A.

I segreti del Sudoku

Bernard Novelli e Martin Rivière
Edizioni POLE Italia (2006) Milano
pp.95, euro 9,00

Se la sudokumania vi ha ormai contagiati e non riuscite a liberarvene più; se siete completamente affascinati dal gioco giapponese che ha conquistato il mondo; se vi capita di cominciare a risolvere un sudoku e di non riuscire a fermarvi finché la griglia non è piena di numeri... Bene, ecco allora il libro che fa per voi, dove, oltre a trovare alcuni aneddoti e una breve storia dell'ascesa del Sudoku potrete scoprire le migliori strategie per diventare i più veloci e abili risolutori di questo gioco-fenomeno.
I due autori francesi, campioni del *Word Puzzle Championship*, uno tra i più importanti campionati a livello internazionale nel mondo dei giochi da tavolo e dei rompicapo, vi svelano i loro segreti, mostrando diverse strategie per affrontare le griglie numerate e per riuscire a completarle con metodo e efficacia, permettendovi di dominare tutte le possibili situazioni. Inoltre, avrete anche modo di mettere in pratica i loro insegnamenti e verificare i vostri miglioramenti e la validità delle diverse strategie provando a risolvere gli oltre 80 sudoku presenti nel volume.
E se questo ancora non vi basta, niente paura, perché le sfide continuano con tre varianti del gioco giapponese: modificando leggermente le regole o cambiando il tipo di rappresentazione della griglia scoprirete un nuovo mondo del divertimento, altrettanto appassionante e coinvolgente, che vi accompagnerà almeno fino alla prossima estate!

B. A.

Il mago dei numeri

Hans M. Enzensberger
Einaudi Tascabili (2005) Torino
Illustratore: R. S. Berner
pp. 264, euro10,50

La matematica è bella, la matematica è divertente, la matematica è affascinante: e…"se due pasticceri in sei ore fanno 444 ciambelle, quanto tempo impiegano cinque pasticcieri per farne 88?". Ma è questa la matematica che ci piace?
Roberto pensa che questo sia "Un modo da deficienti per passare il tempo"!

Gli incubi sono brutti, gli incubi sono avvolgenti, gli incubi mi tolgono il respiro… Vi capita mai di sognare un pesce enorme che vi vuole mangiare! Non sognate mai di andare in cantina a prendere la vostra bici super-nuova e di trovare al suo posto un grosso topo morto?
A Roberto sì, e molto spesso!

…La matematica è brutta, gli incubi fanno paura e gli ometti rossi non esistono.
Roberto la pensava così… già, pensAVA! Poi, un bel giorno (o meglio una notte) ha incontrato un ometto rosso e si è fatto accompagnare (forse con un'allusione dell'autore a Dante e Virgilio?) da lui in un mondo fantastico pieno di lepri, piramidi, chewing gum, rape ...
E gli incubi sono passati… e ha scoperto che la matematica non è affatto sapere che 5 pasticceri impiegano chissà quanto tempo per fare 88 ciambelle, ma è qualcosa di più, di molto di più… tanto che a Roberto, con un gridolino, è addirittura sfuggito un "fantastico!".

Il mago dei numeri non è solo un libro per ragazzi, ma è adatto anche agli adulti, professori, ma non solo. Può essere visto come una sorta di manuale, in cui vengono trattati argomenti (spesso non banali!) in modo semplice e attento, anche se i più "classici" tra voi forse non apprezzeranno molto come l'autore ha trasformato il linguaggio formale della matematica: i numeri primi, per esempio, diventano "numeri principi", l'elevamento a potenza "saltellare" e il fattoriale "bum!". Per una volta però vale forse la pena di fare uno sforzo e provare ad accostarsi al Mago dei numeri senza pregiudizi lasciando spazio alla fantasia… vi sembrerà di sognare!

E. J.

L'assassino dalle calze verdi e altri enigmi matematici

Ian Stewart
Edizione Longanesi (2006) Milano
pag. 124, euro 9,60

…Fu allora che nacque la mia passione per i rompicapi, in special modo per quelli che si risolvono con un colpo di genio semplice e ineffabile, un "Aha!" improvviso con cui ti si accende una lampadina sopra la testa.

I.S.

L'assassino dalle calze verdi e altri enigmi matematici è una raccolta di (più o meno) piacevoli rompicapo di logica, geometria, aritmetica e persino enigmi fatti solo di semplici parole, attorno cui è ricamata una storiella che rende il problema matematico in sé piacevole e quindi più intrigante.
Nel libro troverete dei classici rivisitati, oppure veri e propri problemini camuffati; alcuni giochi, infine, sono proprio "figli" dell'autore: Ian Stewart, è docente di matematica all'Università di Warwick e un bravo divulgatore scientifico (lo dimostrano i suoi numerosi libri e articoli di divulgazione scientifica), ma soprattutto è un grandissimo appassionato di enigmi.
Nelle notti insonni, sui mezzi pubblici o più semplicemente con i vostri amici e parenti, potrete finalmente tirar fuori lo Sherlock Holmes nascosto in voi, utilizzando semplicemente "carta, matita e quel gadget che si trova fra le orecchie".
Importantissimo: ogni volta che sarete in crisi per un rompicapo ricordatevi la regola che più un enigma appare difficile più la soluzione è facile!
Se invece spremere le meningi proprio non fa per voi, vale comunque la pena di leggere l'"irriverente" prefazione, chissà che non stimoli la vostra curiosità!

E. J.

senza parole

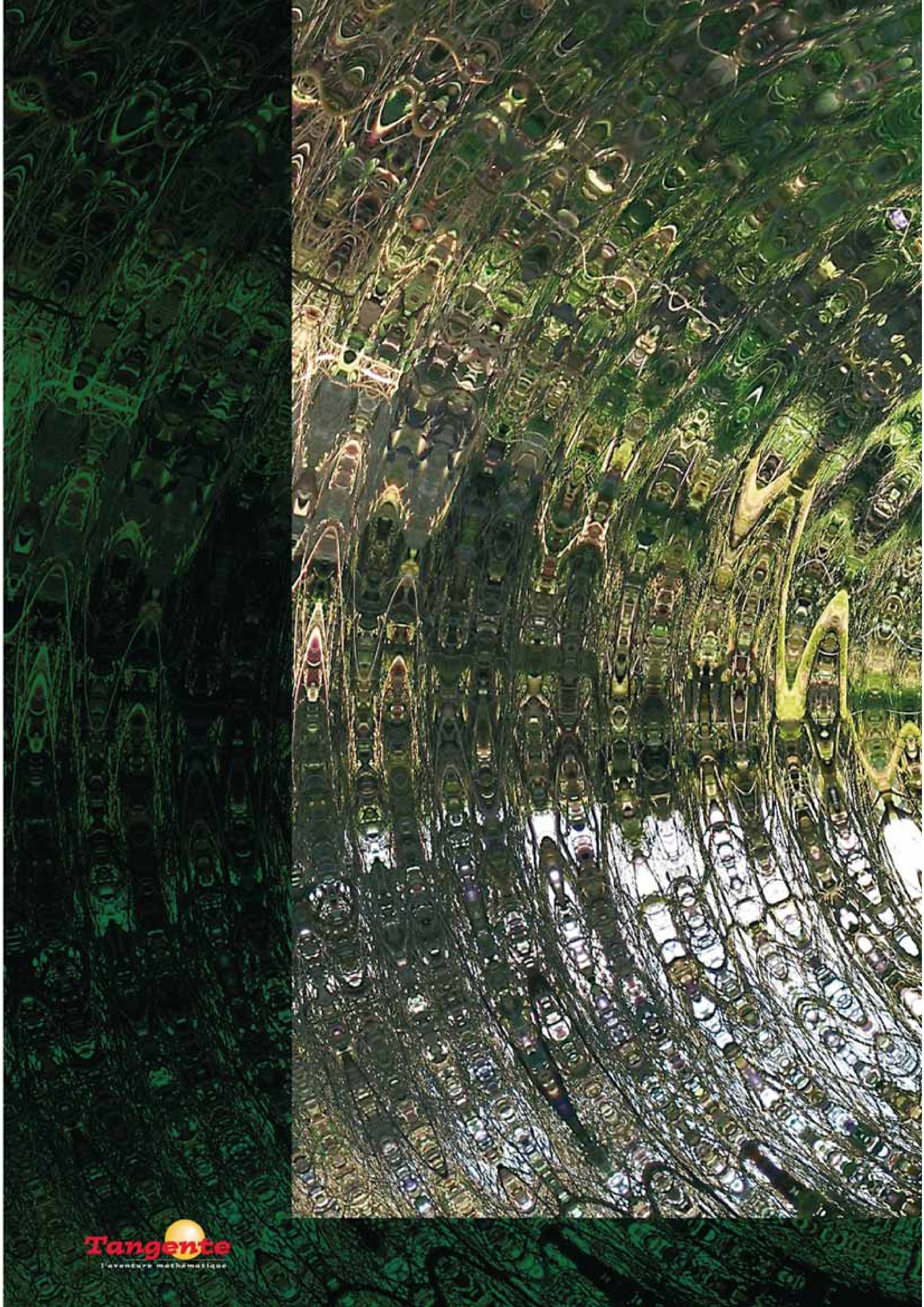
Fate una bolla di sapone e osservatela:
potreste passare tutta la vita a studiarla
(Lord Kelvin)

Domatore di bolle

Le bolle di sapone sono un oggetto affascinante: lo sanno bene i bambini, ma anche per i matematici (che, in fondo, un po' bambini rimangono tutta la vita) non è certo un segreto. Come mai soffiando su una lamina di acqua e sapone la bolla che si stacca dal cerchietto di plastica ha sempre la forma di una sfera? Per risparmiare spazio! Infatti a causa della tensione superficiale la bolla tende a richiudersi su se stessa, imprigionando l'aria all'interno della più piccola estensione possibile: a parità di volume, la sfera è la superficie di area minima.

Stefano Papi


XlaTangente
GIOCHI
PLUS
OFFICINA
POSTA
CERCA
Continuo vs Discreto
Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit, sed diam nonummy nibh tincidunt ut laoreet dolore magna...
Perché questo sito?
Nuova scoperta sui numeri primi!
A fine Marzo...
Arriva XlaTangente ONLINE!
www.perlatangente.it
Matematica è Creatività!
Lorem ipsum dolor sit amet, consecte adipiscing elit, sed diam nonummy ni tincidunt ut laoreet dolore magna volutpat. Ut wisi enim ad minim nostrud exerci tation ullamcorper suscipit lobortis nisl ut aliquip ex ea commodo consequat.
Nel prossimo numero


Tangente
l'aventure mathématique