

Matematica per creativi

Curve a Casa Batlló di Antoni Gaudí

di SILVIA BENVENUTI

Lo chiamano "l'architetto di Dio", enfatizzando così il fervore religioso che lo spinse a concepire tutte le sue opere come un tributo all'Altissimo. Fervore che gli è valso, addirittura, la messa in moto del processo di beatificazione, iniziato nel 1999 e tuttora in corso

Parliamo di Antoni Plàcid Guillem Gaudí i Cornet (1852-1926), cui si devono le straordinarie case moderniste del *passeig de Gràcia*, il Palazzo e il Parco Güell, il Collegio delle Teresiane, la chiesa di Santa Coloma de Cervelló e molte altre opere, a Barcellona e dintorni. Per non parlare del suo capolavoro incompiuto, la Sagrada Família, cattedrale-cantiere divenuta un simbolo della città catalana.

Quello che maggiormente stupisce e incanta, nei suoi lavori, è la pervasività delle superfici curve: non c'è un muro dritto, una parete a piombo, un profilo squadrato. Al contrario, tutto è morbido, arrotondato, fluido. Per edificare, infatti, a gloria di Dio, le superfici curve si impongono, nella convinzione, più volte ribadita da Gaudí, che «[la linea] curva è la linea di Dio». D'altra parte, «la linea retta è la linea degli uomini»: in quanto uomo, quindi, nel realizzare le sue superfici curve egli doveva arrangiarsi utilizzando solo linee rette. Problema solo apparente per chi, come il catalano, evidentemente un po' di geometria la conosceva: basta infatti servirsi delle cosiddette *rigate*, particolari superfici che si ottengono facendo muovere una retta lungo un profilo predeterminato. Se ad esempio immaginiamo di spingere la retta, parallelamente a sé, lungo una circonferenza

Silvia Benvenuti

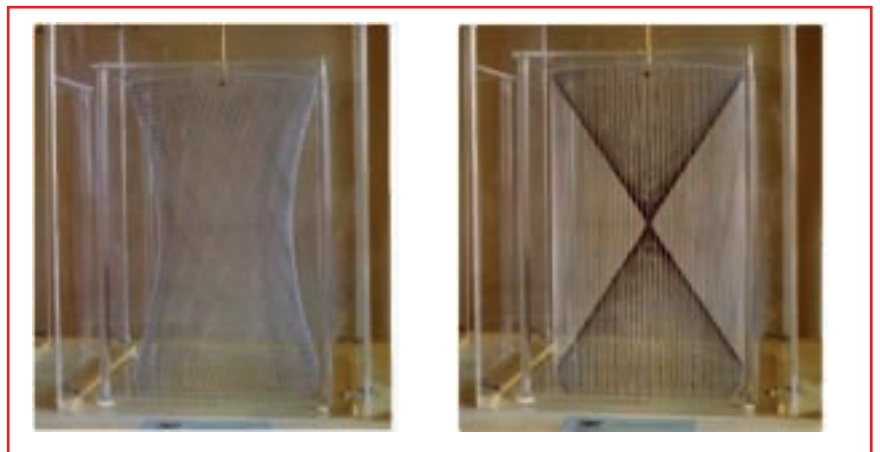
Dopo la laurea e il dottorato di ricerca in Matematica conseguiti all'Università di Pisa, ha frequentato il Master in Comunicazione della Scienza della SISSA di Trieste. Attualmente è ricercatrice in Geometria presso l'Università di Camerino. Il suo campo di ricerca è la topologia in dimensione bassa: teoria dei nodi, delle superfici e delle 3-varietà. Ha un'esperienza didattica pluriennale a livello universitario e collabora con diverse case editrici alla stesura di testi per le scuole superiori e l'università. È autrice di un libro sulle geometrie non euclidee edito da Alphatest nella collana *Gli Spilli* e del libro *Insalate di matematica 3, Sette variazioni su arte, design e architettura*, edito da Sironi.



posta in un piano perpendicolare, questa descrive un cilindro, che è un primo tipo di superficie rigata. Analogamente, sono rigate il cono e il piano. Inutile dire che a Gaudí questi primi esempi, così banali, interessavano poco. La sua architettura è invece basata su altre rigate, dai nomi suggestivi e dalle forme

arrotondate: l'*iperboloide a una falda*, il *paraboloide iperbolico*, l'*elicoide* e il *conoide*.

Per costruire la prima, prendete un cilindro fatto di fili elastici, i cui estremi sono inseriti su due circonferenze, le basi del cilindro stesso. Se ruotate la cir-



iperboloide a una falda e cono dalla mostra "Oltre il compasso".

conferenza superiore, mantenendo fissa l'inferiore, i fili vanno a delineare una superficie curva: è lui, l'iperboloide a una falda (Fig. 1). Continuando a ruotare, ottenete tanti iperboloide di forma diversa, fino a che, ruotando il più possibile, ritrovate una rigata familiare, il cono (vedi foto a p. 20).



Fig. 1

Nella personale simbologia di Gaudí, l'iperboloide rappresenta la luce. Per questo egli lo utilizza sistematicamente nella progettazione delle aperture attraverso le quali, nella Sagrada Família, la luce entra dall'esterno e illumina la navata: le finestre, cioè, se ci passate un termine che nel caso specifico pare un po' riduttivo. Ma non si ferma qui: acuto osservatore della natura, Gaudí vede che il femore, che regge il peso del nostro corpo, ha approssimativamente la forma di un iperboloide. Ottima ragione per utilizzarlo (l'iperboloide, non il femore) per le colonne delle sue costruzioni: è evidentemente la forma più adatta allo scopo, dal momento che all'Onnipotente non sarebbe costato nulla munirci di femori in forma dorica, ionica o corinzia, se queste fossero state più adeguate. Ecco quindi spiegata la forma delle colonne della facciata della Passione, sempre nella Sagrada Família, e di quelle realizzate in molte altre costruzioni gaudiane, originali anche perché inclinate, nella consapevolezza che «il viandante stanco, quando si ferma, si appoggia sul bastone inclinato, dato che se lo mettesse in senso verticale non riposerebbe».

Un'altra rigata onnipresente nel lavoro di Gaudí è il *paraboloide iperbolico*, da lui definito "il padre della geometria". Si tratta della superficie a forma di sella descritta da una parabola che scorre parallelamente a sé con il vertice lungo

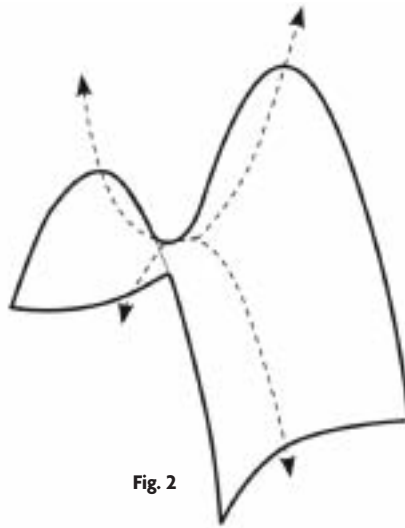


Fig. 2

un'altra parabola, con la concavità rivolta nella direzione opposta (Fig. 2). Per costruirlo, individuando contemporaneamente le rette che lo descrivono come una rigata, procediamo come segue: prendiamo una struttura a forma di quadrato, con i lati indeformabili (di ferro, legno o qualunque altro materiale non elastico). Affettiamo il quadrato in strisce verticali tramite elastici paralleli alle altezze, fissati sulle basi inferiore e superiore. Affettiamolo poi anche in strisce orizzontali, tramite elastici paralleli alle basi, fissati sulle altezze.

A questo punto, prendiamo il vertice C e solleviamolo verso l'alto, fino alla posizione che indichiamo con C', lasciando fissi sul piano i lati AB e AD e deformando di conseguenza il quadrato (Fig. 3).

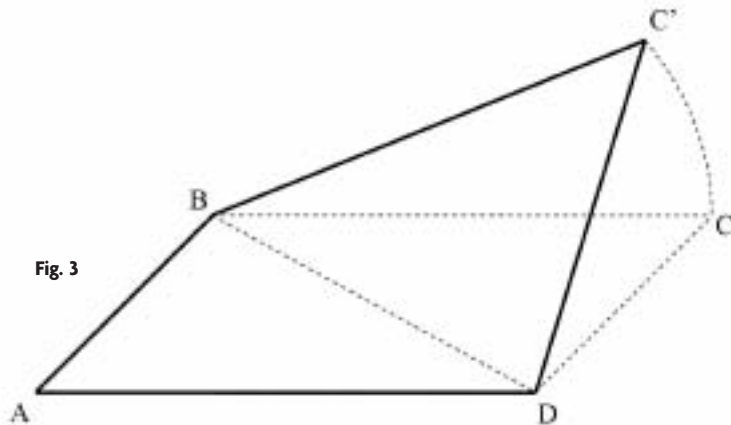


Fig. 3



Fig. 4

I lati dell'ex quadrato, essendo fatti di materiale indeformabile, si manterranno rettilinei, e lati opposti, prima paralleli, diventeranno *sghembi*, cioè tali che i loro prolungamenti non si incontrano mai, perché non esiste un piano che li contenga entrambi. Gli elastici invece, in quanto tali, si accorceranno o allungheranno sotto l'effetto della deformazione, in modo che ciascuno di loro descriverà il cammino di minima lunghezza (ovvero il segmento) tra i suoi estremi. La superficie del quadrato, quindi, si deformerà fino a descrivere un'altra superficie, realizzata da due famiglie di rette, gli elastici che prima erano orizzontali e quelli che prima erano verticali. Una superficie rigata, quindi, anzi precisamente una superficie *doppiamente rigata* (visto che le famiglie di rette che contiene sono due), che è proprio quella che volevamo, il paraboloide iperbolico (Fig. 4).

Questa costruzione ci consente di visualizzarlo come la superficie descritta da una retta generatrice che si muove su due rette direttrici sghembe, e di farlo in due modi: nel primo, la generatrice è l'elastico verticale e le direttrici sono i lati AD e BC', nel secondo la generatrice è l'elastico orizzontale e le direttrici sono i lati AB e DC'. Costruzione, quella appena descritta, che Gaudí interpreta leggendo nel paraboloide «il

simbolo perfetto della Trinità», dal momento che «una retta infinita rappresenta il Padre, l'altra il Figlio, la terza lo Spirito Santo, che relaziona amorosamente gli altri due». Se l'interpretazione mistica può lasciar freddi i miscredenti, questi sicuramente si mostreranno più sensibili ad altre considerazioni, di tipo utilitaristico, in grado di spiegare la fortuna della rigata a sella presso molti altri costruttori e architetti, indipendentemente dal loro maggiore o minore ardore religioso. Il paraboloide è infatti in primo luogo una superficie di facile realizzazione: per costruirlo basta seguire la ricetta che abbiamo appena fornito, collocando due guide rette sghembe nello spazio e realizzando i filari di mattoni con l'aiuto di una corda che vi si appoggia.

L'*elicoid*e, la terza rigata di cui ci occupiamo, è la superficie descritta da una retta che si avvolge seguendo un'elica attorno ad un asse verticale (Fig. 5).

Gaudí realizza con tale profilo molte delle sue scale, tra cui quelle della Pedrera e delle torri della Sagrada Família, nella convinzione che esso simboleggi il movimento ascendente che mette in relazione Terra e Cielo. Presi poi due di questi elicoidi, uno che si avvolge in verso orario e l'altro che si avvolge in verso antiorario, egli li interseca ottenendo le sue bellissime colonne a doppio giro, che ornano l'interno della Sagrada Família, decli-

nate in dimensioni diverse seguendo un ordine gerarchico dettato da vincoli meccanici e strutturali.

Paraboloide ed elicoidi sono in realtà casi particolari della superficie, detta *conoide*, che si ottiene quando una retta generatrice scivola parallelamente a un piano (il *piano direttore*) appoggiandosi da un lato a un'altra retta (l'*asse*) e dall'altro a una curva (la *direttrice*). La direttrice del paraboloide, per esempio, è una retta, mentre quella dell'elicoidi è un'elica.

Gaudí introdusse un altro conoide, avente come direttrice quella curva ondulante che i matematici chiamano *sinusoide*, realizzandone uno nel tetto della scuola parrocchiale adiacente alla Sagrada Família (Fig. 6).

Il risultato è stupefacente: Le Corbusier, altro architetto di chiara fama, ne rimase talmente affascinato da definire Gaudí «il miglior architetto in pietra del ventesimo secolo». Il commento di Gaudí, invece, di fronte alle fotografie delle opere di Le Corbusier, fu un po' meno gentile: «Questo signore» disse

«potrebbe essere un buon falegname per fare casse per il sapone». Be', non sempre i grandi amori sono corrisposti!

UN PASSO AVANTI

Gaudí fa della geometria un uso che potremmo definire "creativo": per lui, cioè, la matematica non è soltanto una disciplina "di servizio" (anche se indispensabile) per poter effettuare i conti di scienza delle costruzioni, ma è, anche e

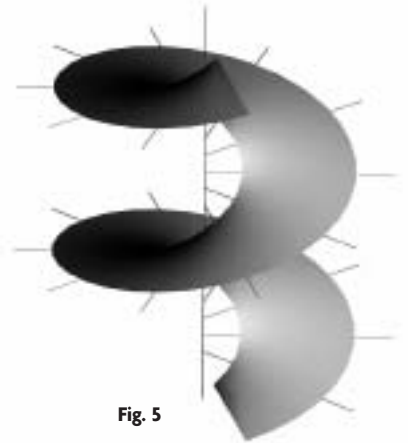


Fig. 5



Fig. 6



Sagrada Família, © Tiago Ribeiro, Seegno (<http://seegno.com>)

soprattutto, un utile supporto creativo, in grado di fornirgli ispirazioni e idee nuove. E se già una geometria di tipo abbastanza classico come quella appena vista è in grado di produrre meraviglie, immaginate cosa può succedere se l'architetto di turno ha il coraggio di sganciarsi dai paradigmi tradizionali, per lasciarsi ispirare e trascinare da un mondo geometrico nuovo, i cui principi sono quelli delle geometrie non euclidee, della topologia, della geometria dei frattali o di quella di dimensione maggiore di 3.

È la topologia, ad esempio, a fare la parte del leone nella progettazione dello studio degli olandesi Van Berkel e Bos. Questi, nella loro Moebius House (Amsterdam, 1998), si ispirano al nastro di Moebius, superficie topologica che nello spazio ordinario è a una faccia,

(cfr. <http://www.matematita.it/personali/index.php?blog=6&cat=77>) per costruire un edificio le cui pareti scorrono e si confondono una con l'altra, in cui le strutture in calcestruzzo diventano mobili e le vetrate esterne diventano partizioni interne, in una continuità spaziale tra interno ed esterno che assicura all'edificio una sua singolare e affascinante dinamicità. E la stessa superficie non manca di affascinare altri architetti, tra cui menzioniamo i danesi dello studio BIG, che l'hanno imitata nel loro progetto per una biblioteca futuristica ad Astana, la capitale del Kazakistan.

Ma perché limitarsi al nastro di Moebius? Van Berkel e Bos si spingono anche oltre, progettando la stazione centrale di Arnhem, in Olanda, secondo una forma che imita quella della bottiglia di Klein (o meglio quella della sua immersione in R^3 – dal momento che la bottiglia di Klein, di suo, è una superficie topologica che vive in R^4 , una dimensione di più, ahinoi, di quelle che la nostra realtà fisica ci mette a disposizione, cfr. dossier n. 4/5 e 6 di *XlaTangente*).

Il giapponese Toyo Ito, invece, esplora le potenzialità espressive di una geometria a curvatura variabile: giudicate un po' voi se ne vale la pena, guardando le immagini del crematorio di Kakamigahara (Tokio, 2007), più noto come "foresta della meditazione", realizzato grazie alla collaborazione con il progettista strutturale Mutsuro Sasaki. Ed è ancora il concetto di non linearità, insieme a quello di geometria come scienza delle trasformazioni a guidare il canadese Frank O. Gehry nella realizzazione di molte sue opere, una per tutte il museo Guggenheim di Bilbao (1991-1997). Impossibile non menzionare, in questo contesto, anche gli edifici che costituiscono l'imponente complesso della Città delle Arti e delle Scienze (Valencia, 1996 - 2005), realizzato dallo spagnolo Santiago Calatrava.

Il tedesco Peter Eisenman, invece, gioca con i frattali e subisce il fascino della teoria delle catastrofi di René Thom, realizzandone una, la "farfalla", nel suo Rebstock Park (Francoforte, 1990). E un'altra delle catastrofi elementari, la "piega", è alla base di molte costruzioni, tra cui l'Educatatorium (Utrecht, 1993) dello studio OMA o l'edificio per la sede dell'emittente pubblica olandese



Immagine del progetto della biblioteca di Astana, Kazakhstan; Big-Bjarke Ingels Group www.big.dk.

VPRO (Hilversum, 1996) ad opera del gruppo di architetti olandesi MVRDV.

Lo studio britannico Foster & Partners dimostra poi come sia possibile, tramite una progettazione matematicamente attenta, realizzare edifici in grado di massimizzare il risparmio energetico risultando così, oltre che esteticamente affascinanti, economicamente ed ecologicamente sostenibili.

E l'elenco potrebbe allungarsi parecchio, comprendendo lavori ancor più originali, la cui progettazione si basa su sperimentazioni spaziali spesso molto complesse e la cui realizzazione, richiedendo tecnologie e materiali del tutto innovativi, era assolutamente impensabile fino a pochi anni fa.

L'uso creativo della matematica trascende l'architettura, per infiltrarsi in altre discipline, apparentemente ancor più lontane. Non a caso Salvador Dalí, uno degli artisti più visionari del suo tempo, uno di quelli da cui forse meno ci aspetteremmo l'influenza di una disciplina ritenuta arida e fredda, include l'uso della geometria tra i suoi *Cinquanta segreti dell'artigianato magico* (1948): «devi» racco-

manda all'aspirante artista «usare la geometria come guida alla simmetria nella composizione delle tue opere. So che i pittori più o meno romantici sostengono che queste impalcature matematiche uccidono l'ispirazione dell'artista, dandogli troppo su cui pensare e riflettere. Non esitare un attimo a rispondere loro prontamente che, al contrario, è proprio per non aver da pensare e riflettere su certe cose, che tu le usi». Ma questa è un'altra storia...



L'edificio di Foster & Partners, 30 St. Mary Axe a Londra, sede della Swiss Re.

Foto di Alberto Manzoni www.flickr.com/manzophoto