

Chi più ne ha... più ne metta!

Istituto Comprensivo Primiero - Trento

Classi: 2°A, 2°B e 2°C

Insegnante di riferimento: Agostino Pradel

Ricercatore: Alexandro Redaelli

Ragazzi partecipanti: Martina Antoniol, Laurence Bonat, Marco Campigotto, Andrea Centa, Alessio Chiopris, Valerie Ferrari, Teresa Gubert, Emanuele Lamon, Luca Salvadori, Manuel Simoni, Giorgia Segat

Una famosa ditta ha chiesto il nostro aiuto. Questa ditta produce vari tipi di articoli informatici in Italia e li vende anche in Francia, dove sono molto apprezzati. Purtroppo i costi di trasporto sono molto alti e la ditta può permettersi un solo trasporto all'estero ogni due settimane.

Per il trasporto, la ditta ha a disposizione un grande container che può caricare al massimo 300 chilogrammi.

Il nostro compito è quello di trovare il modo per ottenere il guadagno massimo rispettando la regola che ogni articolo può essere caricato una sola volta. Qui sotto trovate una lista di articoli che la ditta vorrebbe inviare in Francia con la prossima spedizione: quali articoli dovrebbe caricare il magazziniere?

Articolo	Guadagno in €	Peso in kg	Articolo	Guadagno in €	Peso in kg
- Notebook A	130	5	- Fotocopiatrice A	349	41
- Notebook B	96	5	- Fotocopiatrice B	366	36
- Notebook C	150	6	- Fotocopiatrice C	223	40
- Notebook D	155	8	- Fotocopiatrice D	241	42
- Notebook E	116	7	- Server A	260	24
- Notebook F	140	7	- Server B	486	33
- Desktop A	137	9	- Server C	275	20
- Desktop B	197	10	- Server D	500	35
- Desktop C	247	11	- Home theatre A	90	15
- Desktop D	188	12	- Home theatre B	150	17
- Desktop E	240	11	- Home theatre C	81	11
- Desktop F	253	12	- Home theatre D	103	10
- Stampante A	22	9	- Hi-fi A	51	8
- Stampante B	26	12	- Hi-fi B	39	6
- Stampante C	25	10	- Hi-fi C	109	7
- Stampante D	51	11			

Per cercare la soluzione abbiamo provato e riprovato finché abbiamo trovato un valore che non siamo più riusciti a superare. Nella tabella seguente sono indicati gli articoli che il magazziniere dovrebbe caricare.

Articolo	Guadagno in €	Peso in kg	Articolo	Guadagno in €	Peso in kg
Notebook A	130	5	Desktop E	240	11
Notebook B	96	5	Desktop F	253	12
Notebook C	150	6	Fotocopiatrice A	349	41
Notebook D	155	8	Fotocopiatrice B	366	36
Notebook E	116	7	Server A	260	24
Notebook F	140	7	Server B	486	33
Desktop A	137	9	Server C	275	20
Desktop B	197	10	Server D	500	35
Desktop C	247	11	Hi-fi C	109	7
Desktop D	188	12	TOTALE	4394	299

Dalla scoperta della soluzione alla ricerca di un metodo

Il valore trovato non ci ha comunque soddisfatto per due motivi:

- non abbiamo la garanzia che sia il miglior risultato possibile;
- vorremmo che per la prossima spedizione il magazziniere fosse in grado di fare da solo la migliore scelta senza chiedere il nostro aiuto.

Quello che ci serve è un metodo che permetta di trovare la soluzione migliore in modo da poterlo insegnare al magazziniere.

La strategia base

Il punto di partenza è l'idea che conviene caricare articoli che pesano poco e contemporaneamente consentono un guadagno alto. Per trovare questi articoli ci siamo concentrati sul rapporto guadagno al chilo ed abbiamo elaborato la nostra prima strategia:

1. per ogni articolo calcolare il rapporto guadagno/peso;
2. mettere i dati in ordine decrescente del rapporto calcolato;
3. prendere gli articoli ordinati finché non si supera il peso limite;
4. scartare l'ultimo oggetto in modo da rientrare nel peso limite.

Applicando questa strategia al nostro problema abbiamo costruito la tabella seguente.

	Articolo	Guadagno in €	Peso in kg	Guadagno per ogni chilogrammo in €/kg
1	Notebook A	130	5	26,00
2	Notebook C	150	6	25,00
3	Desktop C	247	11	22,45
4	Desktop E	240	11	21,82
5	Desktop F	253	12	21,08
6	Notebook F	140	7	20,00
7	Desktop B	197	10	19,70
8	Notebook D	155	8	19,38
9	Notebook B	96	5	19,20
10	Notebook E	116	7	16,57
11	Desktop D	188	12	15,67
12	Hi-fi C	109	7	15,57
13	Desktop A	137	9	15,22
14	Server B	486	33	14,73
15	Server D	500	35	14,29

16	Server C	275	20	13,75
17	Server A	260	24	10,83
18	Home theatre D	103	10	10,30
19	Fotocopiatrice B	366	36	10,17
20	Home theatre B	150	17	8,82
21	Fotocopiatrice A	349	41	8,51
22	Home theatre C	81	11	7,36
23	Hi-fi B	39	6	6,50
24	Hi-fi A	51	8	6,38
25	Home theatre A	90	15	6,00
26	Fotocopiatrice D	241	42	5,74
...	...			
	TOTALE	4298	285	

Possiamo osservare che siamo arrivati molto vicini al valore di riferimento ottenuto all'inizio (97,8%) e che mancano solo € 96 per raggiungere il massimo guadagno realizzato.

La ricerca di tutte le combinazioni possibili

Non abbiamo comunque ancora la garanzia di aver trovato il miglior risultato possibile. Per esserne sicuri abbiamo pensato di elencare tutte le possibili combinazioni degli articoli e calcolare per ognuna peso e guadagno.

Ma quante sono le combinazioni? Procediamo per gradi:

- se ci fosse un solo oggetto avremmo **2** possibilità: o prendere l'oggetto o non prenderlo;
- con due oggetti le possibilità raddoppiano e diventano **4**: o non si prende niente o si prende solo il primo oggetto o si prende solo il secondo oggetto o si prendono entrambi;
- con tre oggetti le possibilità raddoppiano nuovamente diventando **8**: le stesse 4 di prima senza il terzo oggetto oppure di nuovo le 4 di prima con l'aggiunta del terzo oggetto.

Sembra chiaro che ogni volta che si aggiunge un oggetto si raddoppiano le possibilità, in quanto ogni combinazione del passo precedente si presenta 2 volte, senza o con l'ultimo oggetto. Abbiamo quindi scoperto che il numero di combinazione cresce con le potenze di 2: con n oggetti ci sono 2^n possibilità. Notizia per noi poco consolante perché con i 31 oggetti assegnati dal problema abbiamo (calcolatrice alla mano) più di 2 miliardi di possibilità!

Questi numeri sono troppo grandi da gestire, ma se ci accontentiamo di meno oggetti non è difficile trovare tutte le combinazioni. Per poterlo fare velocemente abbiamo utilizzato un foglio di calcolo dove, grazie alle funzioni “copia e incolla”, “somma.se” e “max” abbiamo trovato in poco tempo tutte le 512 combinazioni di 9 oggetti e per ognuna di esse il peso totale e il guadagno.

Il vantaggio maggiore del foglio di calcolo è che se abbiamo necessità di modificare il peso o il guadagno di uno dei 9 oggetti iniziali, non serve rifare tutti i calcoli in quanto il programma li aggiorna automaticamente.

Arrivati a questo punto siamo nelle migliori condizioni per testare le strategie via via escogitate.

La situazione critica

La prima curiosità è stata capire se la nostra strategia base si può considerare buona in ogni situazione o se esistono casi in cui si dimostra poco efficace. Si è scatenata una competizione tra noi per cercare la situazione più critica e alla fine siamo arrivati a questo caso:

Peso limite: 20 kg

Articolo	Guadagno in €	Peso in kg	Guadagno per ogni chilogrammo in €/kg
Articolo 1	83	1	83,00
Articolo 2	164	2	82,00
Articolo 3	81	1	81,00
Articolo 4	80	1	80,00
Articolo 5	1264	16	79,00
Articolo 6	1170	15	78,00
Articolo 7	123	20	6,15
Articolo 8	101	19	5,32
Articolo 9	55	12	4,58
TOTALE	408	5	

Soluzione ottimale: € 1592

Percentuale ottenuta con la strategia base: 25,6%

Abbiamo subito capito perché la nostra strategia è stata messa in crisi: è troppo rigida! Dovendo rispettare l'ordine dell'elenco ha permesso di caricare solo 5 kg sui 20 kg che aveva a disposizione lasciando il container per lo più vuoto.

La strategia completa

Cerchiamo di introdurre delle correzioni che rendano la nostra strategia più flessibile:

1. strategia meno: togliere l'ultimo oggetto della lista (quello con peggiore rapporto guadagno/peso);
2. strategia più: aggiungere l'oggetto con il guadagno maggiore tra quelli disponibili tenendo conto dello spazio rimanente;
3. se possibile ripetere la strategia più.

Il punto 1 ci serve per avere maggiore possibilità di manovra togliendo l'oggetto meno utile. Il punto 2 permette di migliorare il guadagno prendendo il migliore oggetto tra gli esclusi. Il punto 3 è utile per ridurre al minimo lo spazio non utilizzato nel container.

Confronto tra strategie

Abbiamo svolto alcune prove e la strategia completa si è rivelata migliore della strategia base. Di seguito riportiamo il confronto sui due casi fin qui analizzati: la situazione critica e il problema iniziale.

Situazione critica

Rispetto alla strategia base, con la strategia completa abbiamo tolto l'articolo 5 (peggiore rapporto guadagno/peso) e aggiunto l'articolo 6 (guadagno maggiore tra quelli disponibili tenendo conto che rimangono 15 kg a disposizione).

Valore ottimale: € 1.592

Strategia	Guadagno	Percentuale rispetto al valore ottimale	Differenza rispetto al valore ottimale
BASE	€ 408	25,6 %	- € 1.184
COMPLETA	€ 1.592	100 %	€ 0

Problema iniziale

Rispetto alla strategia base, con la strategia completa abbiamo tolto l'articolo 20 (peggiore rapporto guadagno/peso), aggiunto nuovamente l'articolo 20 (guadagno maggiore tra quelli disponibili tenendo conto che rimangono 32 kg a disposizione) e aggiunto anche l'articolo 25 (guadagno maggiore tra quelli disponibili tenendo conto che rimangono 15 kg a disposizione).

Valore ottimale: € 4.394

Strategia	Guadagno	Percentuale rispetto al valore ottimale	Differenza rispetto al valore ottimale
BASE	€ 4.298	97,8 %	- € 96
COMPLETA	€ 4.388	99,9 %	- € 6

Conclusioni

All'inizio del nostro percorso abbiamo trovato una soluzione al problema proposto procedendo per tentativi. Abbiamo cercato quindi una strategia che ci permettesse di trovare lo stesso valore rispettando delle regole.

Anche se non abbiamo raggiunto il nostro scopo siamo comunque soddisfatti perché con una strategia semplice ci siamo avvicinati moltissimo al traguardo.