

Le lumache nella scatola

Un certo numero di lumache si trova dentro una scatola; per un motivo che non sto qui a precisare, queste lumache hanno litigato e ora vogliono stare il più lontano possibile tra loro (ma NON possono uscire dalla scatola). Dove si posizionano le lumache all'interno della scatola?

Scuola Media "Colorni" – Milano

Classe I B

Insegnante di riferimento: Prof.ssa Giovanna Gussoni

Ricercatore: dott. Claudio Vallati

Partecipanti: Diletta Abbondanza, Francesco Addisi, Yoska Aron, Federica Bonatti, Roberto Cervieri, Giulia Cremonesi, Gianluca Di Luca, Giovanni Freni, Enna Alyssa Lazaga, Cassia Margherita Macchi, Mattia Milazzo, Jury Rocca Tubaro Valerio



INTRODUZIONE

Verso novembre l'università di matematica ci ha proposto un problema.

Per spiegarci il quesito e per introdurci a quel tipo di matematica, l'università ci ha mandato un ricercatore, il dott. Claudio Vailati.

Tanti ragazzi dopo aver sentito che il tempo previsto per risolvere questo problema di logica era di 6 mesi, si sono messi a ridere, ma dopo che Claudio ci ha presentato il problema hanno cambiato subito idea.

Quasi tutta la classe ha aderito con entusiasmo alla proposta dell'Università e abbiamo iniziato a lavorare.

IL PROBLEMA

In un prato ancora bagnato dalla pioggia Yuri trova delle lumache e le chiude in una scatola. Sono tante, vicine e lente, è facile prenderne un po'. Nella scatola però le lumache non hanno più tutto lo spazio a cui sono abituate e iniziano a litigare... Per questo decidono di stare il più lontano possibile una dall'altra. Il nostro compito è di trovare la distanza più lunga possibile.

IL FORUM

Il forum è stato uno strumento che noi non abbiamo molto utilizzato.

Ci sono stati molti interventi all'inizio, forse per la foga di essere bravi o di finire per primi; ma, a volte, entravamo solo per spedire le nostre idee, ma non ci curavamo di guardare le risposte ai nostri interventi. Così abbiamo continuato a tirar fuori idee e idee senza però controllare se andavano bene e abbiamo perso molto tempo. Diciamo che il forum non ci è servito molto!

I NOSTRI OBIETTIVI INIZIALI

Ci siamo divisi in gruppetti di 3 o 4 e abbiamo considerato il problema di 2 lumache in una scatola a forma di cubo. All'inizio tutti cercavamo di capire qual era il **punto di partenza** migliore per fare il **percorso più lungo possibile**, solo così alla fine le lumache si sarebbero trovate alla distanza massima. Dopo più di un mese abbiamo iniziato ad avere dei **dubbi**, le nostre prime idee non erano buone soluzioni e ci siamo accorti che il vero obiettivo era cercare **due posizioni le più distanti possibile**, ricordandoci che le lumache non volano!

I MODELLI

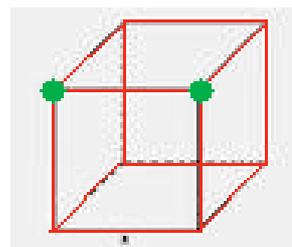
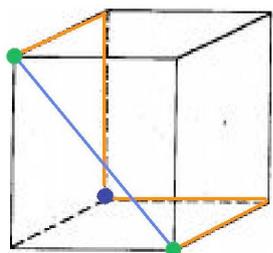
Abbiamo iniziato disegnando il cubo, poi abbiamo trovato dei modellini di cartoncino costruiti dai nostri compagni dell'anno precedente, c'erano cubi, parallelepipedi rettangoli e piramidi e li abbiamo anche aperti.

Sul forum abbiamo visto lo sviluppo del cubo e del parallelepipedo disegnati dalla classe con cui eravamo gemellati, e li abbiamo disegnati anche noi. Tutti questi oggetti ci hanno fatto venire varie idee per le nostre soluzioni del problema.

Alla fine abbiamo costruito dei modelli con le cannucce e il fil di ferro e con i fili di lana colorati abbiamo facilmente confrontato le distanze delle lumache.

LE PROPOSTE DI SOLUZIONE NEL CUBO

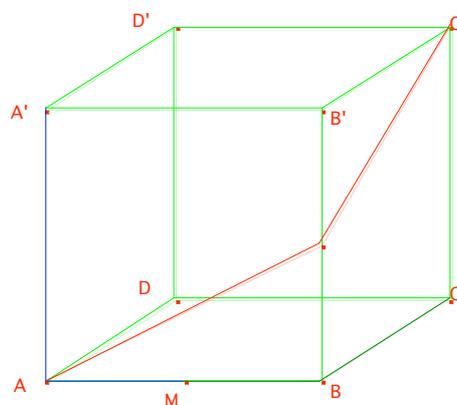
Le prime proposte si basavano sulla ricerca del percorso più lungo e tutti avevamo messo le lumache su 2 vertici della stessa faccia del cubo: prima 2 vertici su uno stesso spigolo, poi agli estremi di una diagonale della faccia.



I suggerimenti di Claudio ci hanno spinto a cercare ancora e abbiamo messo le lumache su due spigoli opposti, cioè: uno davanti in basso a sinistra e l'altro dietro in alto a destra.

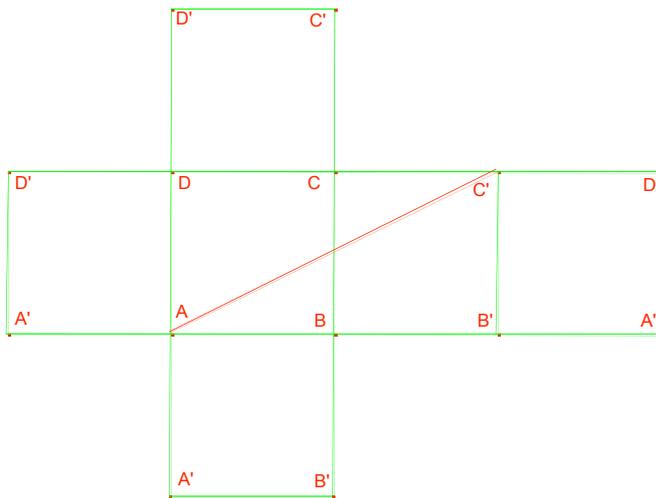
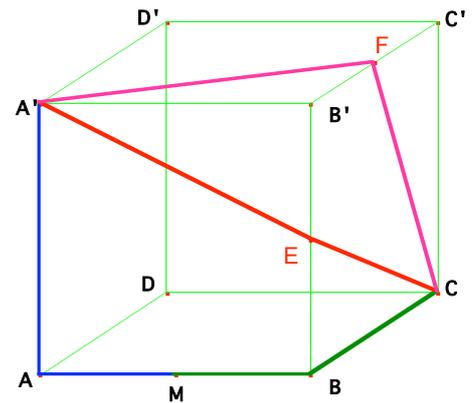
Claudio e l'altra classe ci hanno consigliato di mettere le lettere sui vertici come avevano fatto loro e di usare sempre gli stessi termini per capirci chiaramente.

È stata una buona idea, e abbiamo imparato a mettere le lettere sul cubo e anche sullo sviluppo, molto più difficile ma anche molto utile!



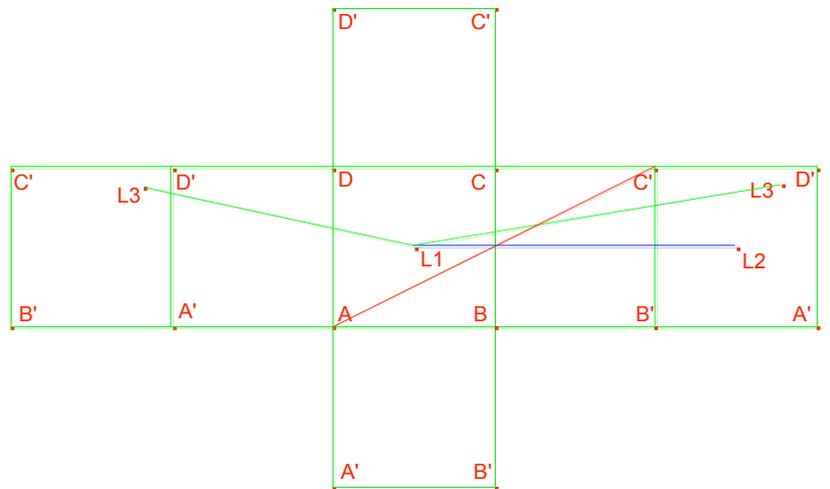
IL CONTROLLO DELLE SOLUZIONI

Dopo aver segnato sul cubo le posizioni delle 2 lumache, abbiamo aperto il cubo e disegnata una riga che univa i 2 punti. Così abbiamo verificato che la distanza maggiore era quella fra i vertici opposti perché tagliava in diagonale due facce consecutive del cubo ed era più lunga della diagonale di una singola faccia.

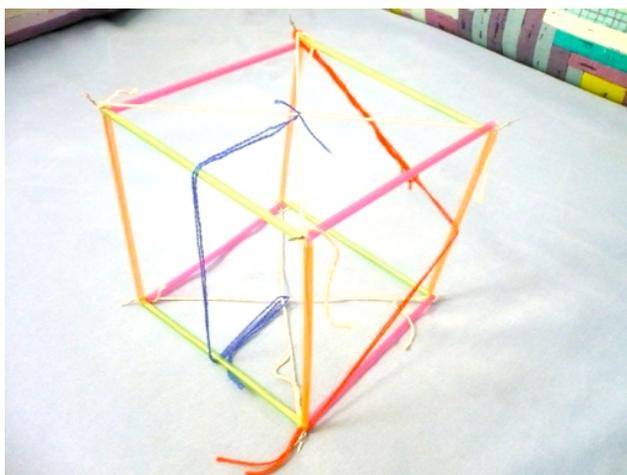


Ci siamo così accorti che non era necessario misurare le distanze: bastava confrontarle.

Claudio ci ha proposto di verificare anche altre soluzioni: provare a mettere le lumache nel centro di due facce opposte, poi provare a spostare uno dei due centri verso l'angolo più lontano di quella faccia.

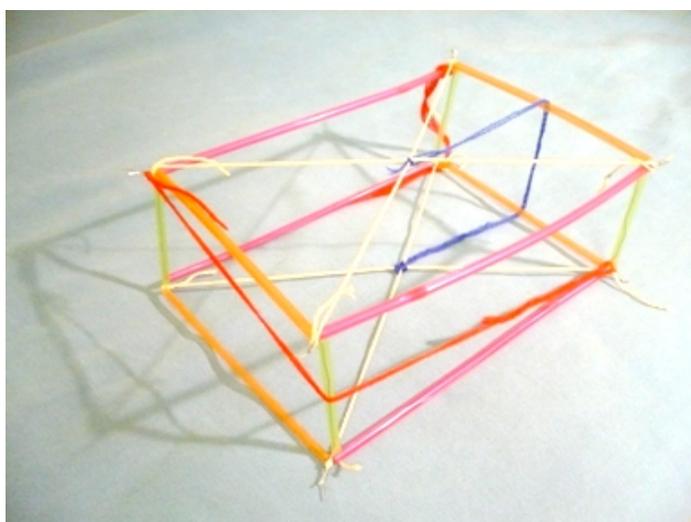
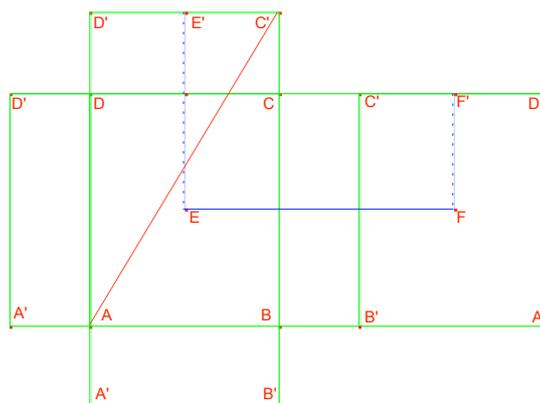
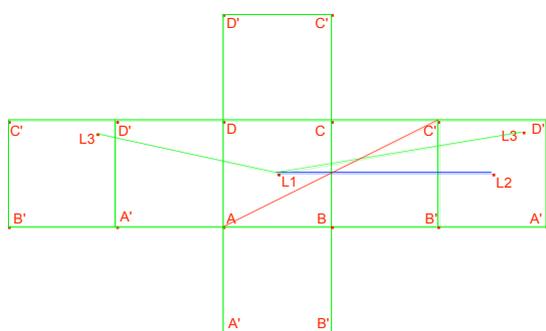


Anche in questi casi l'uso dello sviluppo del cubo ci ha fatto riconoscere con sicurezza che non potevano essere la soluzione migliore, ma abbiamo dovuto disegnare una faccia in più per capire che L1-L3 è più lungo di L1-L2.



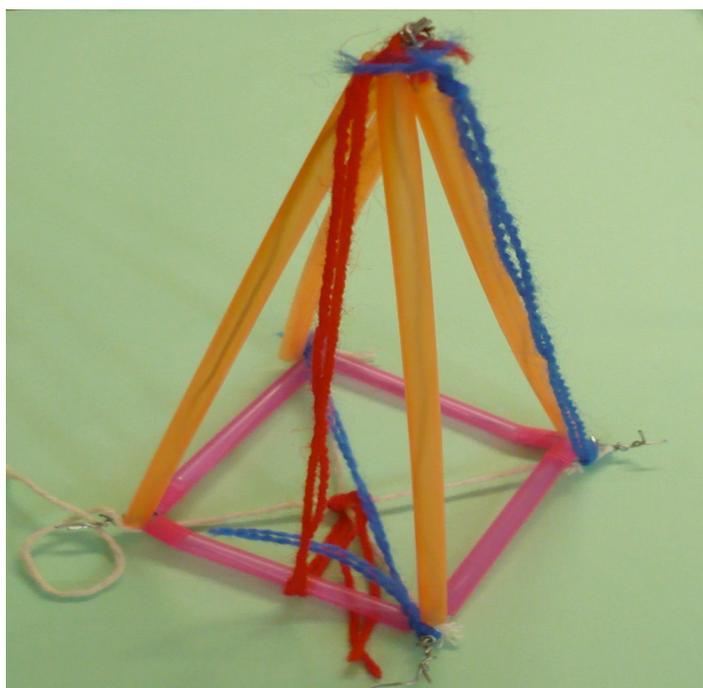
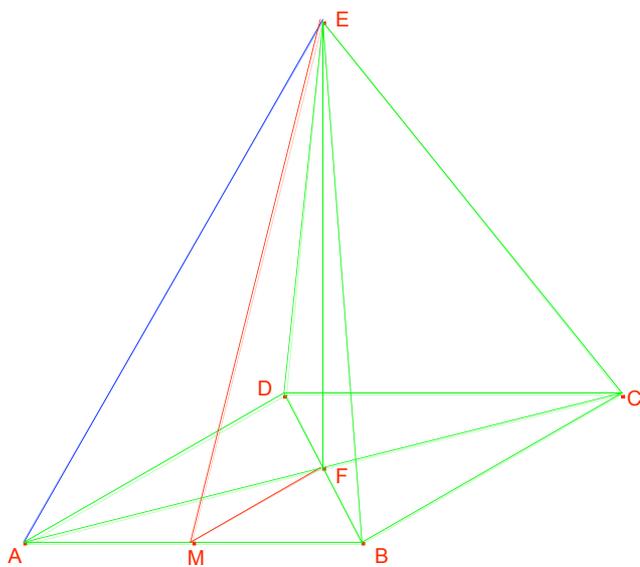
LE PROPOSTE DI SOLUZIONE NEL PARALLELEPIPEDO

Siamo ormai a fine febbraio, ma tutto quello che abbiamo visto nel cubo possiamo riutilizzarlo nel parallelepipedo. Consideriamo quindi come prima ipotesi quella dei due vertici opposti e poi verifichiamo se cambia qualcosa nelle altre soluzioni, dato che il parallelepipedo non ha tutte le misure uguali come ha il cubo. Concludiamo che la distanza maggiore è quella fra i vertici opposti.



LE PROPOSTE DI SOLUZIONE NELLA PIRAMIDE

Qui è tutto diverso ma ci è subito venuta l'idea di mettere una lumaca sulla cima della piramide e una al centro della base. Un'altra possibilità ci è sembrata mettere la seconda lumaca su un vertice della base, ma disegnando lo sviluppo abbiamo visto che la prima soluzione era migliore.



La nostra professoressa ci ha fatto notare che la nostra piramide è molto alta e con la base stretta, e ci ha chiesto di provare a schiacciare la piramide dall'alto verso il basso allargando la base: troveremo sempre la stessa soluzione?

Ci sono state 2 proposte:

1. Se la piramide si abbassa, l'altezza della faccia EM si accorcia e la distanza maggiore è la diagonale della base AC .
2. No perché non devi considerare solo l'altezza della faccia ma anche la "mezza base" e quindi le lumache rimangono dove le avevamo messe. Abbiamo preso lo sviluppo della piramide e abbiamo pensato di ridurre l'altezza della faccia. Piegando la faccia fino ad appoggiarla sulla base ci siamo accorti che la misura EM cambiando può diventare uguale alla misura MF e allora la

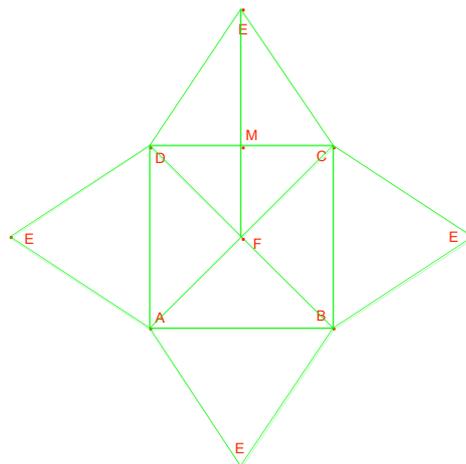
piramide non ha più spessore... non esiste più!

Allora abbiamo costruito lo sviluppo di una piramide schiacciata con la misura EM pochi millimetri in più della lunghezza dello spigolo AB: la soluzione è la diagonale della base. Con i fili colorati abbiamo confrontato le due distanze.

In questa piramide la distanza $EM + MF$ è MINORE della diagonale AC.

Se si allunga EM, $EM + MF$ potrà diventare UGUALE alla diagonale AC.

Se si allunga ancora EM, $EM + MF$ diventerà MAGGIORE di AC.



ALL'UNIVERSITÀ

Ad aprile siamo andati all'Università di Matematica e abbiamo presentato il nostro problema, insieme all'altra classe con la quale ci scrivevamo tramite il forum.

C'erano anche ragazzi di Liceo che hanno risolto problemi diversi dal nostro e difficili da capire, abbiamo guardato i loro modelli ed è stato interessante ascoltare le loro spiegazioni.

Anche noi, per spiegare le teorie, avevamo costruito dei modellini utilizzando cannucce e fil di ferro. Abbiamo sistemato lo stand con i modellini, i solidi, gli sviluppi e abbiamo appeso i cartelli che spiegavano la teoria. Se passava qualcuno e ne voleva sapere di più, noi spiegavamo i passaggi. C'erano altri stand con altri ragazzi che presentavano i loro lavori.

CONCLUSIONI

Per noi è stato importante usare nuovi modi di fare matematica, in cui non era necessario conoscere l'argomento o regole specifiche.

Abbiamo dovuto usare dei modelli e ce li siamo costruiti.

Abbiamo parlato con una persona esterna alla scuola, un ricercatore a cui chiedevamo risposte, informazioni, consigli.

Abbiamo comunicato con un'altra scuola attraverso il forum, soprattutto all'inizio non era facile, ma quando abbiamo imparato a fare i disegni abbiamo ripreso un po' l'uso del forum.